ISAACI NEWTONI, *Eq. Aur.*

IN

Academiâ Cantabrigienſi

Matheſeos olim Profeſſoris Lucaſiani

LECTIONES OPTICÆ.

BRITISH MUSEUM

I. Newton (Sir I.)

ISAACI NEWTONI, *Eq. Aur.*

IN

Academiâ Cantabrigienſi

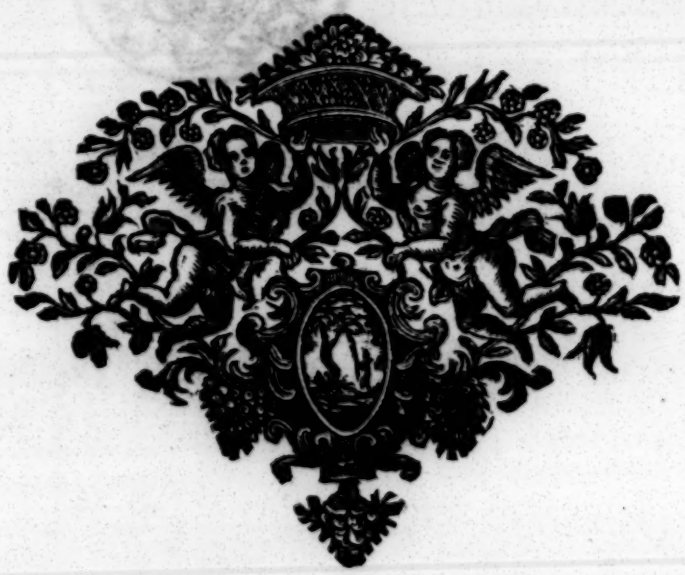
Matheſeos olim Profeſſoris Lucaſiani

LECTIONES OPTICÆ,

Annis MDCLXIX, MDCLXX & MDCLXXI.

In Scholis publicis habitæ:

Et nunc primum ex MSS. in lucem editæ.



LONDINI

Apud GUIL. INNYS, Regiæ Societatis Typographum

MDCCXXIX.

BRITISH MUSEUM

PRÆFATIO.



HUNC tractatum lectoribus commendare ſupervacaneum eſt: cur enim opus laudaremus, quod magnum Newtonum habet auctorem? Prælectiones publicas hic exhibemus primas quas Newtonus Cantabrigiæ habuit, quando Barrovius anno 1669 ei conceſſit munus profeſſorium in Cathedrâ Lucaſianâ. Continent inventa de luce & coloribus, quæ auctor detexit anno 1666; quorum ſpecimen anno 1671 coram regiâ ſocietate exhibitum fuit, eodemque anno in Tranſactionibus, ut vocant, Philoſophicis in lucem editum; & ſub idem tempus hunc librum edidiſſet ipſe auctor, niſi ineptæ quorundam imperitorum cavillationes eum de-

terruiſſent. Imo adeo abhorrebat Newtonus ab hujuſmodi altercationibus, ut de hoc argumento per multos annos prorſus ſileret, vix tandem anno 1704 amicorum precibus victus, ut abſolutiſſimum illud de Opticis Opus in publicum proferret; quo fortaſſe vel diutius privati eſſemus, niſi hæc Newtoni inventa inſigni geometræ Hugenio adeo placuiſſe jam compertum eſſet, ut magnam partem libri ejus de Dioptricis in hujus principia extruxiſſet, qui Hugenii liber inter Opera ejus Poſthuma anno præcedente in lucem prodiit: hinc ſperandum eſſet imperitis iſtis nugatoribus ſilentium imponi.

Liber de Opticis anno 1704 editus ab hoc tractatu haud parum differt. Multa quidem in utroque inveniuntur eodem ſenſu, ſed ratione diversâ tradita; in illo autem non pauca e præſtantiſſimis inventis comparent, quæ hic non leguntur. Magna enim pars iſtius operis iis explicandis occupatur, quæ lumini contingunt, dum per tenues lamellas perlucidas tranſit; hujuſmodi vero

vero experimenta breviter tantum in fine harum prælectionum memorantur. Porro ex iis, quæ de hoc argumento in Tranſactionibus Philoſophicis edita fuere, apparet auctorem noſtrum in animo habuiſſe in hæc phænomena ulterius inquirere; ſed inventa ſua de his rebus vix perfeciſſe videtur intra duodecimum vel quindecimum annum, poſtquam hæc, quæ nunc edimus, lecta fuerant. Quanquam autem his inventis liber noſter caret; multa tamen præclara hic occurrunt, quæ in altero non habentur. Ibi enim auctor caviſſe, quantum potuit, videtur, ne demonſtrationes geometricas cum argumentis philoſophicis immiſceret; & ubi neceſſe fuit propoſitionem mathematicam proponere, ejus demonſtratio vix unquam occurrit. Contra autem, hic omnia geometrica in hoc argumento neceſſaria fuſe demonſtrat; quæ forſitan in altero libro ideo omiſerit, quoniam haud dubitavit, quin hæ prælectiones aliquando lucem eſſent viſuræ; cum non modo publice Cantabrigiæ lectæ in archivis fuerant repoſitæ, ſed etiam alia exemplaria in amicorum manibus

adſerva-

adſervabantur. Quod ſpectat ad prima optices elementa, auctor noſter hic ubique Barrovii prælectiones opticas ſequitur, & quæ, ille de omni luce ſcripſerat, Newtonus perſequitur ulterius, & applicat ad diverſam radiorum refrangibilitatem; rem Barrovio ignotam, ſed ab eo omnino probatam, quando ei ab auctore noſtro explicata fuit; quod una ex epiſtolis D. Collinſii in Commercio epiſtolico edita teſtatur, ubi Barrovius de his prælectionibus loquens, opus vocat, quo majus præſens ætas vix protulit. Hic etiam multæ propoſitiones demonſtrantur, quæ auctor cum Barrovio communicavit, & in prælectionibus ejus, demonſtrationibus prætermiſſis, editæ fuere. Hic nimirum demonſtratur modus illius focum ſuperficierum ſphæricarum inveniendi, & in omnibus aliis curvis locum habere oſtenditur ope radii, qui dicitur, curvaturæ; item cauſticæ (quas vocant) a refractione ortæ hic determinantur. Has utique cauſticas in ſuperficiebus ſphæricis & ipſe Barrovius determinavit. Hiſce vero prælectionibus Newtonus in curvis omnibus

bus radii curvaturæ earum ope has cauſticas exhibet. Hos quidem curvaturæ radios jam pridem conſideraverat, & modum eos inveniendi in libro de fluxionibus, anno 1665 ſcripto, docuerat; idemque argumentum ulterius proſecutus eſt in alio libro anno 1671 ſcripto. Hoc apparet ex epiſtolâ ipſius ad Collinſium Dec. 10. 1672. inter cæteras in Commercio epiſtolico editâ, & parte quâdam illius in editione ultimâ Principiorum Philoſophiæ; nec non ex tractatibus ipſis, qui adhuc inediti reſtant, quorum cum varia exempla diſpergantur, nonnulli in lucem eos proferre polliciti ſunt.

HARUM prælectionum exemplum Newtonus olim Gregorio aſtronomiæ profeſſori Saviliano dedit, a quo deſumtum eſt illud, unde hæc editio impreſſa eſt, quod ſummâ fide & curâ deſcriptum fuiſſe cum eo Gregorii conferentes invenimus. Exemplum autem Gregorii, cum ab ipſo Newtono fuiſſet acceptum, non dubitavimus, quin perfectum eſſet; ſed poſtquam edi-

tio noſtra typis fuerat impreſſa, audivimus exemplum illud Cantabrigiæ, in Academiæ archivis aſſervatum, magis eſſe abſolutum; cujus exemplum nacti, ex collatione rem ita eſſe invenimus. Differentias igitur una cum erratis typographicis ad libri calcem adnotavimus. Ex hiſce autem differentiis aliæ tam leves eſſe videbantur, ut negligi fere potuiſſent; aliæ vero haud parvi momenti; aliæ videntur incuriæ ſcribentis deberi, cui Newtonus deſcriptionem exempli Gregoriani mandavit; aliæ denique emendationibus, ab ipſo Newtono factis in eo codice, quem in archivis Academiæ repoſuerat.

In locis quibuſdam ad finem paginæ brevem notam ſubjecimus; quod cum ſæpius forſan feciſſe non incommodum fuiſſet, unam atque alteram hic apponemus.

Pag. 83. l. 10. hæc nota addatur. Anguli enim minimi ad diverſorum circulorum centra ſunt, ut chordæ angulos ſubtendentes directe & ut circulorum radii inverſe.

Pag.

Pag. 89. l. 10. hæc nota addatur. Prop. 8. (fig. 30.) habuimus RF. R*f* :: FG. DH. Sed (per prop. 8. lib. 6. Euclid.) triangula FRA & FGA, ita triangula DRA & DHA ſimilia ſunt; unde eſt $FG = \frac{AFq}{RF}$, & $DH = \frac{ADq}{RD}$. Ideoque erit RF. R*f* :: $\frac{AFq}{RF}$. $\frac{ADq}{RD}$, quod hic aſſeritur.

Pag. 96. l. 8. hæc nota addatur. Si enim (fig. 39 & 27) A*b* & A*c* ſinus deſignant anguli refracti & incidentiæ in radio lucis minus obliquo, ut FR; AB & AG hos deſignabunt in radio obliquiori, ut F*r*, quoniam ex hypotheſi eſt A*b*. A*c* :: AB. AG; & anguli BA*c*, BAG æquales erunt angulis refractis FRD, F*rd*. Quoniam vero eſt BAG > *b*A*c*, erit F*rd* > FRD. Vid. Barrov. Lect. Opt. lect. III. § 6.

Pag. 104. l. 9. Sequens nota ſcripta eſt ab ignoto in margine codicis Cantabrigienſis.

Hoc modo accommodari poſſunt hæc ad Cor. 1. Lem. 5. Ponatur radius aliquis incidere ad ſuperficiem *p* D ſecundum lineam X P, & refringi ſecundum lineam B P. Deinde ponatur alius ejuſdem generis radius incidere in eandem ſuperficiem ſecundum lineam X*p*. Conſtat jam (cum ſit X P . B P :: X *p* . *bp*.) radium hunc refringi debere ſecundum *b p*.

Pag. 135. l. 9. Auctori hic contigit valorem lineæ C F ponere pro valore lineæ G N; unde ortus eſt error in ſequente parte computationis hujus loci, & in prop. 37. In ipſo contextu mutationem facere noluimus, ſed in fine paginarum correximus.

Opticæ



Opticæ pars prima.

De Radiorum Lucis Refractionibus.

Sectio Prima.

I. *Radiorum diverſam eſſe refrangibilitatem.*



INVENTIO teleſcopiorum nupera pleroſque geometras ita exercuit, ut nihil in Opticâ non tritum, nullum inventioni præterea locum reliquiſſe videantur. Et inſuper, cum Diſſertationes, quas hic non ita pridem audiviſtis, tantâ rerum opticarum varietate, novarum copiâ, & accuratiſſimis earundem demonſtrationibus fuerint compoſitæ; fruſtranei forte videantur conatus & labor inutilis, ſi ego ſcientiam hanc iterum tractandam ſuſcepero. Verum cum

geometras in quâdam lucis proprietate, quæ ad refractiones ſpectat, hucuſque hallucinantes videam, demonſtrationes ſuas in hypotheſi quâdam phyſicâ haud bene ſtabilitâ tacite fundantes; non ingratum me facturum judico, ſi principia ſcientiæ hujus examini ſeveriori ſubjiciam, &, quæ ego de iis ſimul excogitavi, & experientiâ multiplici habeo comperta, ſubnectam iis, quæ Reverendus meus Anteceſſor hic loci poſtrema dixit.

IMAGINANTUR Dioptrices ſtudioſi, quod perſpicilla ad quemlibet perfectionis gradum perduci poſſent, modo vitris, dum perpoliuntur, geometricam, quam vellent, figuram communicare concederetur; & in eum finem inſtrumenta varia fuêre excogitata, quibus vitra in figuras hyperbolicas vel etiam parabolicas contererentur. Sed exacta iſtarum figurarum fabricatio nemini hucuſque ſucceſſit: ſcilicet aratur litus, & ne labores ſuos in negotio deſperato diutius inſumant, iis polliceri audeo, quod, licet omnia fierent feliciter, nihil minus tamen quam votis ſuis reſponderent. Etenim vitra, licet efformentur ſecundum figuras in iſtum finem optimas, quæ poſſunt excogitari, tamen non duplo plus præſtabunt, quam ſphericæ æquali politurâ perfectæ. Hæc autem non ideo loquor, quaſi peccatum eſſe a ſcriptoribus Optices contenderem; illi enim omnia, pro intentione demonſtrationum ſuarum accurate quidem & veriſſime dixerunt; ſed aliquid

aliquid tamen, idque maximi momenti, reliquerunt posteris inveniendum; scilicet in refractionibus irregularitatem quandam reperio, quæ omnia perturbat, & non solum efficit, ut figuræ conicarum sectionum sphæricas non multum superent, sed etiam ut sphericæ multo minus præstent, quam præstarent, si dicta refractio esset uniformis.

ITAQUE in Dioptricâ pedem figo, non ut eam pertractarem de integro, sed tantum ut hanc de naturâ lucis proprietatem rimarer primo; deinde ut ostenderem, quantum ex hâc proprietate perfectio Dioptrices impeditur; & quo pacto incommodum istud, quatenus natura rei sinit, devitetur. Ubi & nonnulla proferam, quæ ad telescopiorum juxta & microscopiorum, tum theoriam tum praxin spectant; ostendens, quod Optices summa perfectio, præter opinionem receptam, ex Dioptricâ & Catoptricâ mixtis* petenda est. Ac interea discrimen colorum, & eorum genesin à prismatibus, & corporibus etiam coloratis, fuse explicabo.

* Ut in Telescopio Cata-dioptrico. Vid. Transact. Philos. N°. 81 & Neutoni Opticæ Lib. 1. Part 1. Prop. VII. & VIII.

II. *Quod omnium radiorum non ſit eadem refrangibilitas.*

DE luce itaque compertum habeo, quod radii ejus, quoad quantitatem refractionis, ab invicem differant. Ex iis, qui omnes habent eundem angulum incidentiæ, alii angulum refractionis aliquanto majorem, alii minorem habebunt. Plenioris illuſtrationis gratiâ, ſit E F G (fig. 1.) ſuperficies quælibet refringens puta vitrea, & ducatur quævis O F huic occurrens in F, & cum eâ efficiens angulum O F E acutum. Concipe etiam radios ſolares per iſtam lineam O F ſibi continuo ſucceſſivos fluere, ita ut alii poſt alios in punctum F impingant, ibidemque in medium denſius refringantur; vel ſi mavis, finge parallelos radios indefinite parum diſtare ab O F, & incidere in puncta ipſi F viciniſſima. Jam ex opinione receptâ, hi radii eandem habentes incidentiam eandem quoque refractionem omnes habere debent, puta in lineam F R. At contrarium compertum habeo, ſcilicet, quod poſtquam refringuntur, divergant ab invicem, quaſi quidam refringerentur in lineam F P, alii in lineam F Q, & alii in lineas F R, F S, & F T, ac alii etiam innumeri per ſpatia intermedia, ut & ultra citraque nonnulli pervagantes, prout radius quilibet ad refractionem majorem mi-

minoremve patiendam ſit aptus. Invenio præterea, quod Radii F P maxime refracti colores purpureos producant, & illi F T minime refracti rubros, qui autem hiſce intermedii F Q, F R, F S pergunt, colores intermedios, nempe cæruleos, virides & flavos generant: & ſic radii, prout apti ſunt, ut alii aliis magis atque magis refringantur, hos ordine colores, rubrum, flavum, viridem, cæruleum, & purpureum generant, una cum omnibus intermediis, quos in iride liceat conſpicere; unde productio colorum priſmatis & iridis facile patebit. Sed his jam perfunctorie notatis, quæ de coloribus dicenda ſunt, in poſterum differam.

III. *Probatur experimento vulgari per longitudinem imaginis ſolaris refractæ.*

SENTENTIA noſtrâ de hâc re ſic breviter explicatâ, ne putetis fabulas pro veris enarratas eſſe, rationes & experimenta, quibus iſthæc innituntur, continuo proferam. Et quoniam experimentum quoddam priſmatis valde obvium mihi primo dedit occaſionem excogitandi reliqua, iſtud primum explicabo. Sit F (fig. 2.) foramen aliquod in pariete vel feneſtrâ cubiculi, per quod radii ſolares O F trajiciantur, reliquis ubique foraminibus diligenter obturatis, ne lux alibi ingrediatur. Iſta autem obſcuratio cubiculi non eſt prorſus neceſſaria, ſed efficit

efficit tantum, ut experimentum evadat aliquanto evidentius. Deinde priſma triangulare vitreum A *a* B *b* C *c* ad foramen iſtud applicetur, quod radios O F per ſe trajectos refringat verſus P Y T Z, ubi videbis imaginem valde oblongam efformari, cujus nempe longitudo P T ſit quadruplex latitudinis Y Z & amplius. Et hinc evinci certo videtur, quod radiorum æqualiter incidentium alii majorem aliis refractionem patiuntur. Nam ſi contrarium eſſet verum, prædicta ſolis imago appareret fere orbicularis, & in quâdam poſitione priſmatis ad ſenſum orbicularis conſpiceretur, id quod contra omnem experientiam eſt. Quocunque enim ſitu priſma diſpoſui, nunquam tamen potui efficere, quin longitudo imaginis eſſet latitudinis pluſquam quadrupla; angulo ſcilicet priſmatis A C B vel *a c b* exiſtente graduum plus minus ſexaginta.

IV. *Caſus in quo radii æque refrangibiles faciunt imaginem orbicularem.*

QUOD autem datur quædam priſmatis poſitio, in quâ imago ſolis ex opinione de refractionibus receptâ appareret orbicularis, ſic oſtendo. Juxta foramen in feneſtrâ cubiculi factum, priſma collocetur foras; vel, quod eodem recidit, ſit E G (fig. 3.) corpus aliquod opacum citra priſma locatum, in quo ſit F foramen indefinite parvum & orbiculare,

per

per quod radii refracti in parietem directe oppositum ad imaginem P Y T Z ibi depingendam trajiciantur; & ponatur A B C esse planum secans A *a c* C, B *b c* C plana refringentia perpendiculariter, atque etiam transiens per foramen F, ut & per centrum solis D I H V, quem bisecet secundum diametrum ejus D H, a cujus extremitatibus radii D K & H N in eodem plano jacentes adveniant, qui postquam refringuntur (D K in K *n* & *n* T, atque H N in N *k* & *k* P) utrinque pergant per centrum foraminis F; & præterea sit talis inclinatio prismatis ad istos radios, ut anguli A K D & B *k* F fiant æquales. Deinde sit I V alia solis diameter prædicto plano A B C perpendicularis, à cujus extremitatibus alii duo radii V L & I M adveniant; alter I M cis planum A B C, qui refringatur in M *l* & *l* Y, alter vero V L ultra planum istud, qui refringatur in L *m* & *m* Z, & prædicti quatuor radii sese omnes decussent in medio foraminis F. Denique ponatur, quod imago lucida P Y T Z foramen directe respiciat, ita scilicet ut F P & F T, item F Y & F Z æquales fiant. Dico jam, quod in istâ positione prismatis, anguli P F T ac Y F Z æquales essent, supposito radios omnes æque refringi, qui eundem habent angulum incidentiæ, & proinde quod imago ista sensui saltem deberet esse orbicularis; utpote cujus diametri P T & Y Z sese decussant perpendiculariter, & æquales istos angulos subtendunt.

V. De-

V. *Demonſtratio caſus iſtius. Pars* I.

ANGULOS autem iſtos P F T & Y F Z æquales eſſe ſic demonſtro. Concipe radium aliquem à P per *k* & N retrocedere, dum alius radius pergit à D per K & *n*; itaque, cum anguli A K D & B *k* F ſupponantur æquales, erunt etiam anguli per primas refractiones facti A K *n* & B *k* N æquales; unde triangula C K *n* & C *k* N erunt ſimilia, & eorum anguli externi *k* N A, K *n* B æquales, & proinde anguli per ſecundas refractiones facti A N H & B *n* F ſunt æquales. Quare, cum anguli A K D & B *k* F, item A N H & B *n* F ſint æquales, eorum differentiæ erunt etiam æquales; hoc eſt, angulus *n* F *k* ſive P F T æqualis angulo, quem radii D K & H N comprehendunt, ſive dimetro ſolari. Eſt itaque angulus P F T æqualis diametro ſolari. Quare, cum demonſtratum fuerit, quod angulus Y F Z æquatur eidem diametro, liquebit propoſitum. Iſtud autem ut fiat, theorema quoddam more lemmatis præſternendum eſt.

VI. *Lemma ad ſecundam partem.*

SINT duo plana (fig. 4.) A B C D & E F G H ſibimet perpendicularia, quorum communis interſectio ſit K L, & ſit I P radius quilibet, qui in planum

num A B C D incidens ad punctum P, ab eo refringitur in P R; dico, quod ſinus anguli, quem radius incidens I P efficit cum plano perpendiculari F H, ſit ad ſinum anguli, quem radius refractus P R efficit cum eodem plano, ſicut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis, & proinde in ratione datâ. Sumptis enim radiis I P & P R æqualibus, & demiſſis I Q & R V ad planum F H perpendicularibus; & præterea ad punctum incidentiæ P rectâ S P T perpendiculari ad planum refringens B D, (quæ ideo cum altero plano F H coincidet,) & ad iſtam demiſſis I S & R T iterum perpendicularibus; erit I P Q angulus, quem radius incidens I P efficit cum plano perpendiculari F H, & R P V angulus, quem radius refractus P R efficit cum eodem plano. Item I P S angulus incidentiæ, & R P T angulus refractionis. Quarè, ſi I P vel P R ſupponatur radius circuli, erunt I Q, R V, & I S, R T dictorum angulorum ſinus. Sed I Q & R V ſunt paralleli, (6. 10. Elem.) propterea quod eidem plano F H ſunt perpendiculares. Item I S & R T ſunt paralleli (28. 1. Elem.) quia jacentes in eodem plano I S P T R eidem rectæ S T perpendiculariter inſiſtunt. Hoc eſt, rectæ I Q, I S, quæ angulum Q I S comprehendunt, ſunt parallelæ rectis R V, R T, comprehendentibus angulum V R T. Quare iſti anguli Q I S & V R T ſunt æquales. (10. 11. Elem.) Ductis autem Q S & V T, fient anguli I Q S & R V T recti: (Def. 3. 11. Elem.) quia rectæ I Q & R V

plano F H perpendiculariter inſiſtunt. Ergo triangula I Q S & R V T ſunt ſimilia, (4. 6. Elem.) & I Q. R V :: I S. R T; hoc eſt, ſinus angulorum, quos radius incidens & refractus efficiunt cum plano aliquo F H ad refringens planum B D perpendicylari, ſunt ut ſinus incidentiæ & refractionis, & proinde in ratione datâ. Quippe ſinuum iſtorum rationem eſſe datam Carteſius edocuit, & alii deinde fuerunt experti.

QUINETIAM theorematis jam demonſtrati veritas manebit ſalva, licet planum F H plano refringenti B D alibi perpendiculariter inſiſtat quam ad punctum refringens P. Exinde enim neque anguli cum radiis & plano F H effecti, neque ideo ſinus iſtorum angulorum immutabuntur.

VII. *Pars Secunda.*

HISCE ita præmonſtratis ad propoſitum jam revertar; demonſtraturus ſcilicet angulum Y F Z (in Fig. 3.) diametro ſolis, ac proinde angulo P F T æquari. Ex ſupra poſitis liquet, quod planum K D H N *k* F *n* biſecat angulum radiis I M & V L utrinque jacentibus contentum. Itaque, cum iſte angulus æquetur diametro ſolari, angulus, quem radiorum alter, puta I M, cum dicto plano facit, æquabitur ſemidiametro ſolari, cujus eſto ſinus A, & B

ſinus

ſinus anguli, quem radius iſte refractus M *l* facit cum eodem plano. Jam, cum planum iſtud ſupponatur perpendiculare ad priſmatis refringens planum AC, erit ex præcedenti lemmate, ſinus A ad ſinum B ſicut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis è medio rariori in medium denſius. Vel è contra ſicut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis è medio denſiori in rarius, ita erit B ad A. Quare, cum dictum planum D H F etiam perpendiculare ſit ad alterum priſmatis planum B C, quod radios è medio denſiori in rarius refringit, & inſuper, cum B ſupponatur anguli ſinus, quem radius incidens M *l* facit cum plano iſto perpendiculari D H F, erit (per lemma præcedens) A ſinus anguli, quem radius refractus *l* F facit cum eodem plano D H F; ſed A ponitur ſinus ſemidiametri ſolaris, ergo ille angulus, quem radius *l* F facit cum plano D H F, æquetur ſemidiametro ſolari, & ejus duplus *l* F *m* ſive Y F Z toti diametro; &, cum ſupra fuerit oſtenſum, quod angulus P F T ſit eidem diametro æqualis, iſti duo anguli Y F Z & P F T erunt æquales. Q. E. D.

JAM, ſi planum Y F Z eſſet perpendiculare plano imaginis P Y T Z æque ac planum P F T, iſtæ quatuor lineæ F P, F T, F Y & F Z, quæ angulos æquales comprehendunt, eſſent omnes inter ſe æquales; & proin ſubtenſæ P T & Y Z etiam æquarentur. Sed qui rem ſerio perpendit, inveniet radios collaterales V L *m* F Z & I M *l* F Y duobus

reliquis DK*n*FT & HN*k*FP paulo minus refringi, & idcirco planum YFZ paulo magis declinabit è radio FP quam ab FT, ſecans lineam PT infra medium ejus punctum X; & ſic divaricans a perpendiculari FX (quam concipe ductam) erit aliquantulum obliquum ad planum imaginis PYTZ, & eâ de cauſâ lineæ FY & FZ erunt paulo majores quam FP & FT, & ſubtenſa YZ paulo major quam ſubtenſa PT. Sed hujus rei demonſtrationem, utpote nimis longam & propoſito meo non omnino neceſſariam, prætermitto. Etenim non multum refert, utrum planum YFZ ſit rectum ad planum imaginis PYTZ vel nonnihil obliquum, hoc eſt, utrum YZ ſit equalis vel major quam PT; ſufficit, quod nequit eſſe minor. Imo cum propter iſoſcelea triangula PFT & YFZ ſit FP. FY :: PT. YZ, atque FP & FY ſint quam proxime æquales, tantilla erit inter PT & YZ differentia, ut quoad ſenſum pro æqualibus haberi poſſint.

VIII. *In iſto tamen caſu longitudo imaginis pluſquam quadruplex eſt latitudinis. Unde varia refrangibilitas evincitur.*

OSTENSUS itaque caſus eſt, in quo longitudo ſolaris imaginis per priſma trajectæ conſpiceretur æqualis ejuſdem latitudini, & proinde in quo imago iſta

iſta quaſi orbicularis appareret, modo vera eſſet opinio vulgaris. Quinimo, licet poſitio priſmatis alia ſit, atque deſcripſi, modo radii utrinque refractionem non valde inæqualem patiantur, figura tamen imaginis eapropter vix immutabitur: Nec multum intereſt, an corpus opacum E G, foramine F ad radios tranſmittendos terebratum, citra priſma collocetur vel ultra; neque figura foraminis multum curanda eſt, modo ſit exigua. Etenim tam parvæ variationes haud plus mutabunt imaginem, quam decimâ forte vel quintâ parte diametri ſuæ, ſicut cogitanti patebit. Atque ita, ut paucis tandem comprehendam omnia, liquet, quod imago ſolis refracta ut plurimum deberet eſſe ſenſui quaſi orbicularis, ſi modo ejuſdem incidentiæ in idem medium refractio ſemper foret eadem. Sed prius repugnat experientiæ, longitudine ſcilicet ejus latitudinem pluſquam quatuor vicibus, ut dictum fuit, excedente. Ergo poſterius repugnat veritati, & ejuſdem incidentiæ refractio eſt varia.

IX. *Ejuſdem rei demonſtratio brevior.*

Ex eodem experimento potui propoſitum ſic brevius indicaſſe; nempe, cum ita diſpoſuiſſem priſma, ut refractio radiorum tum ingredientium tum egredientium foret quaſi æqualis, angulos P F T & Y F Z (Fig. 2. vel. 3.) dimenſus ſum, & inveni quidem

quidem angulum YFZ ſemiſſi gradûs ſive diametro ſolis æqualem. At angulus PFT eandem diametrum quater & amplius ſuperavit, cui tamen æqualis eſſe debuiſſet ex parte priori præcedentis demonſtrationis ; & inde planiſſime liquet propoſitum. Verum in eorum gratiam, quæ mox ſequentur, oporteret demonſtraſſe, quod illi radii, quorum refrangibilitas non eſt diſpar, efformabunt imaginem fere orbicularem ; & eâ de re mihi viſum fuit demonſtrationem iſtam etiamſi longiuſculam, in illuſtrationem hujus experimenti hic adduxiſſe.

X. *Quo pacto priſma facile ſtatui poteſt in ſitu ad experienda prædicta requiſito.*

VERUM, cum in experiendis prædictis eam eſſe poſitionem priſmatis ſuppoſuerim, ut radii ad utramque faciem priſmatis æqualiter refringantur ; concluſionis loco, dicam, quâ ratione iſtud cito fiat & facile. Si priſma teneatur in luce ſolari & motu lento circa axem ſuum convertatur, videbis colores, quos efficit, de loco in locum continuo motu tranſlatos eſſe, ita quidem ut aliquando progredi, deinde vero regredi videantur. Obſervabis itaque medium inter iſtos contrarios motus, quando colores modo progreſſi & ſtatim regreſſuri videntur quieſcere ; quod ubi vides, ſiſte priſma, idque in iſto ſitu fige. Dico factum. Scilicet in eo ſitu ſumma refractionum utrobique

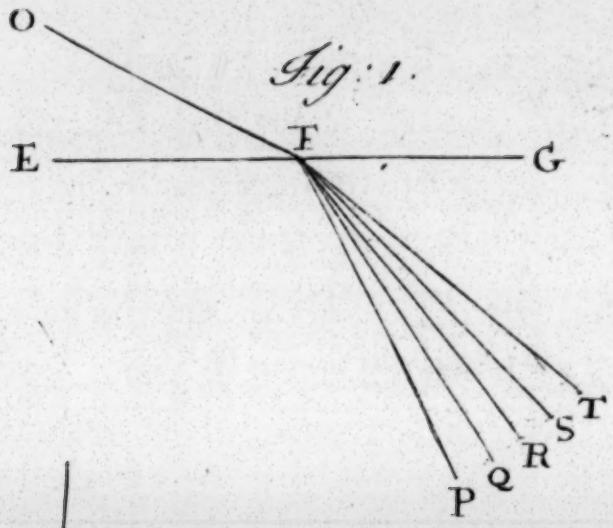


Fig. 1.

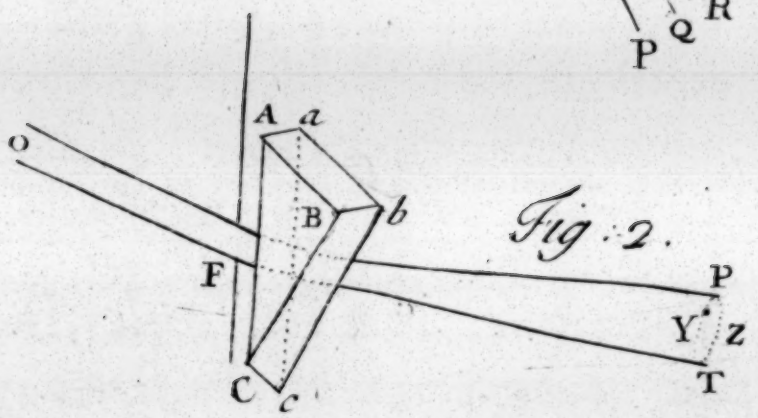


Fig. 2.

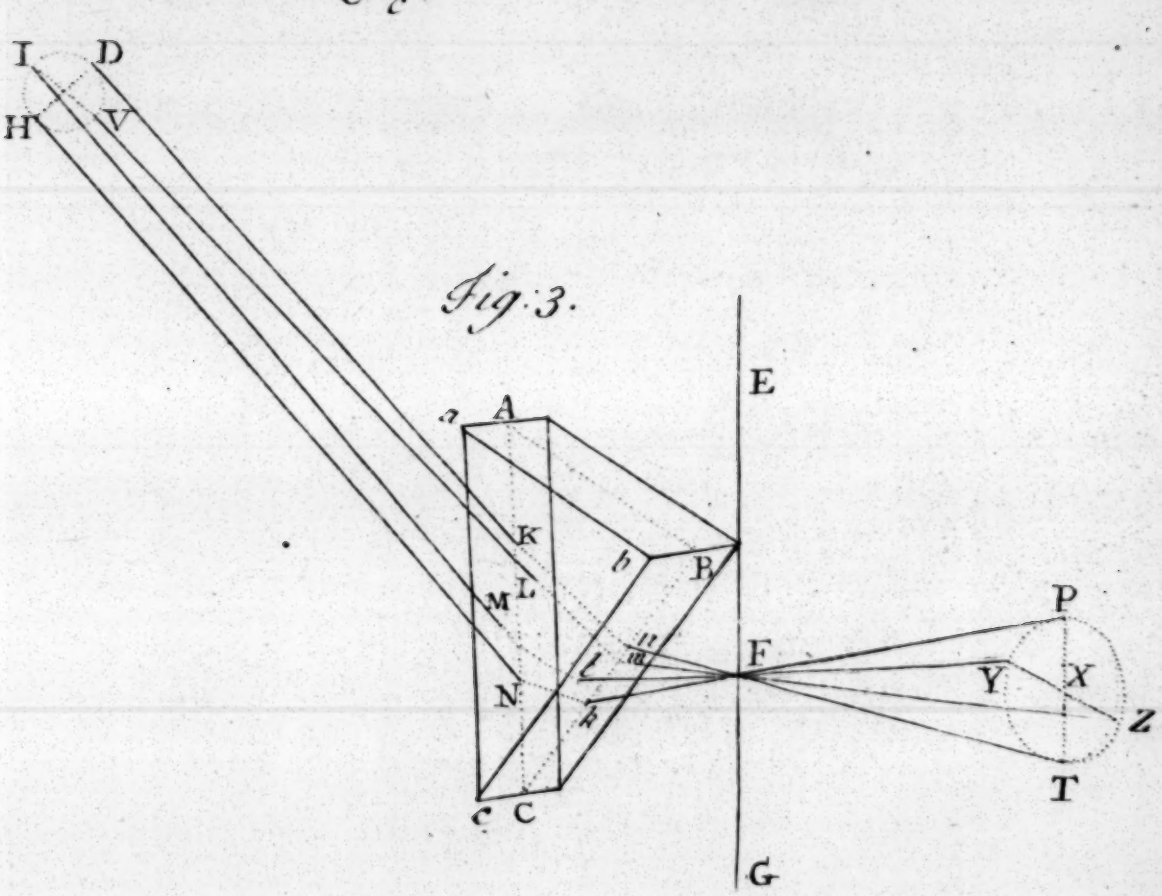


Fig. 3.

12 DE 54

utrobique factarum, ſive radii emergentis ad incidentem inclinatio, evadit omnium minima. Quod cum accidit refractiones utrobique ſunt æquales, uti poſthac demonſtrabitur.

XI. *Imaginis præfatæ figura deſcribitur, quæ partim rectis, partim ſemicirculis comprehenſa eſt.*

CÆTERUM experimenti hujus varias circumſtantias, non minus jucundas experienti quam propoſiti noſtri indicativas, proſequi jam animus eſt. Et primum notandum venit, quod imaginis iſtius figura, ſecundum longitudinem ſuam lineis rectis terminata fuit, & ſecundum latitudinem duobus (ut ex viſu potui judicare) ſemicirculis. In figurâ 5ta ſit P T imago ſolis priſmate refracta; hanc obſervabam ad latera duabus lineis A B & C D quoad ſenſum rectis & ſibi parallelis terminari, ad extremitates autem duobus ſemicirculis A P C & B T D, cujus quidem eventus cauſa ex præmonſtratis ſic determinatur.

XII *Quomodo talis evadit per circulares imagines (quas unumquodque genus radiorum æquabiliter refrangibilium facit) in longum diſpoſitas.*

SEMICIRCULI illi terminantes in circulos compleantur, ut vides in figurâ ſextâ, & alius inſcribatur circulus Y Z iſtis intermedius. Jam concipe radios quoſdam a ſole provenientes, qui apti ſunt, ut æqualiter incidentes etiam æqualiter refringantur. Illi per priſma trajecti, ex ſupra demonſtratis, imaginem quoad ſenſum (ſi ſola poſſet videri) circularem depingent, puta B D. Deinde concipe alios ejuſdem ſolis radios ſibi etiam conformes, qui apti ſunt, ut prioribus paulo magis refringantur; illi itaque aliam imaginem depingent circularem, puta Y Z. Et alios etiam radios adhuc magis refrangibiles concipe, qui tertiam circularem imaginem A C efficient. Denique alios innumeros cogita prædictis plus & minus refrangibiles, & illi: alias etiam innumeras circulares imagines, prioribus tum intermedias tum extremas, efformabunt, illuminantes oblongum ſpatium P Y T Z rectis lineis A B & C D, duobuſque ſemicirculis contentum. Verum, cum imagines illæ ſint omnes ejuſdem pæne magnitudinis & inter lineas A B & C D in directum diſpoſitæ, iſtæ lineæ A B & C D pro rectis ſibi parallelis

lelis haberi poſſunt, & ad ſenſum tales videbuntur; & ſic totum ſpatium P Y T Z, radiis ex eâdem incidentiâ varie refractis illuminatum, partim parallelis rectis & partim ſemicirculis oppoſitis terminabitur; ſicut experientiâ compertum eſt.

XIII. *Exinde deducitur experimentum, quo termini recti fiant diſtinctiſſimi.*

HANC autem conjecturam ut penitus probarem, cogitabam de imagine ſolis per foramen aliquod ſine ullâ refractione ad diſtantiam magnam trajectâ, ſcilicet quod male definitur, termino exiſtente inter lucem & tenebras minime diſtincto: At ſi radii iſti per lentem convexam tranſeant, cujus focus ad imaginem eſt, imago terminabitur diſtinctiſſime. Simili modo de radiis æque refrangibilibus intellexi, quod, ſi per priſma trajicerentur ad diſtantiam magnam, depingerent imaginem circularem malè definitam, cujus tamen terminus, mediante lente convexâ, diſtinctiſſimus evaderet. Itaque, cum vidiſſem terminos imaginis refractæ P Y T Z non admodum diſtinctos, de imaginibus B D, Y Z, A C & reliquis circularibus, oblongam iſtam formantibus, conjiciebam, quod multo diſtinctius terminarentur per lentem convexam trajectæ quam aliter, & experienti res patuit. Nam rectas A B & C D,

in quas imagines omnes iſtæ circulares utrinque terminantur, vidi admodum diſtinctas, quas antea confuſas videram.

XIV. *Quare termini circulares ſemper apparent confuſi.*

SED, quod notatu valde dignum videtur, termini circulares A P C & B T D imaginis illius ſemper apparuere maxime confuſi, luce paulatim deficiente donec tandem in tenebras deſiit. Scilicet intermedii circuli, ut Y Z, miſcentur aliis circulis utrinque cadentibus; quibuſcum ex aliquâ ſui parte coincidunt. At extremi quidem circuli A C & B D ex unâ tantum parte cum aliis concurrunt, & eorum concurſus continuo fit rarior, & exinde lux uſque remiſſior, dum ad extremitates P ac T deventum eſt. Sed & alia prodit iſtius rei cauſa, ſcilicet quod radiorum maxima copia apta ſit, ut mediocrem refractionem patiatur, & ſic in medium imaginis incidat; & quod eorum numerus continuo minor exiſtat, quibus competit gradus refrangibilitatis alterutrinque magis extremus.

XV. *Admo-*

XV. *Admonitio de figurâ & ſitu lentium & priſmatum.*

CÆTERUM ad iſthæc experienda lentes adhiberi vellem, quarum foci ſunt longinqui, ſex forte vel duodecim pedibus a lentibus diſtantes, modo tales præſto ſint: ſaltem non ſint minus diſtantes quam duobus. Atque etiam latera priſmatis debent eſſe accurate plana; ſin latera ejus ſint aliquatenus convexa, tum præſtat adhibere lentem, cujus focus ad pedes tantum duos vel tres à ſe remotus eſt. Quibus paratis, lentem priſmati ex utrâvis parte colloca vicinam, ita ſcilicet ut radios per ſe trajectos directe reſpiciat. Deinde radii in papyrum aliquam excipiantur, quam ultro citroque tranfer, donec imaginem coloratam utrinque rectis parallelis diſtinctiſſime terminatam videas.

XVI. *Deque imagine quâdam orbiculari.*

SED obſervandum eſt, quod, cum priſma collocatur ultra foramen F (ut in Fig. 3.) vel ipſi quam proxime citra, & lens magis diſtat ab iſto foramine, quam focus lentis, quem radii in eam parallelas incidentes efficerent, diſtat a lente; duplicem invenies caſum, in quo imago in papyrum projecta eva-

det diſtincta: alter, quando radii omnes homogenei, qui in lentem paralleli incidunt, ita refringuntur, ut ad papyrum iſtam in eodem puncto concurrant; quod fit, quando vides imaginem coloratam oblongam, & parallelis rectis diſtincte terminatam: alter caſus eſt, quando radii omnes homogenei ab uno puncto foraminis F divergentes, poſtquam a lente refringuntur, ad unum iterum punctum dictæ papyri convergunt. Id autem accidit, cum imaginem albam, orbicularem, & undique bene definitam vides. De quo fuſe dicetur alibi. Sufficeat hoc monitum hic dediſſe, ne quis propriis oculis hæc experturus, per ambiguitatem effectus incaute decipiatur, & exinde prædicta in dubium revocet.

XVII. *Ac de umbris nebularum ſolem intercedentium.*

JUVAT annotare præterea, quod nebulæ aliquæ tenuiores interceperunt diſcum ſolis, eum non penitus obſcurantes, & umbras in hanc imaginem P T projecerunt non ſui ſimiles, ſed in longum protenſas, & imaginis terminis rectilineas parallelas. Id quod ratiociniis modo allatis accurate convenit. Nam concipe nebulam aliquam in diſco ſolis ad inſtar ſolis conſpicuam eſſe, & ea, ſi radii maxime refrangibiles circuloque A C (fig. 7.) circumſcripti

ſpecten-

ſpectentur, umbram projiciat in locum L, ita ut circulus A C cum umbrâ L diſcum ſolis nebulâ deficientem referat. Quo poſito, ſi radii minime refrangibiles circuloque B D circumſcripti ſpectentur, umbra nebulæ ab iis projicietur in locum N, cujus talis erit ſitus in circulo B D, qualis eſt ipſius L in circulo A C, quippe hic etiam diſcum ſolis nebulâ deficientem refert. Atque idem porro diſcurſus de circulo quolibet intermedio cum umbrellâ ejus M intelligatur; adeo ut propter indefinitam multitudinem circulorum, ſpatium integrum A B D C occupantium, nebula ſuas umbras per totam longitudinem L N diſpergat, eamque reddat obſcuram; & ſic, cum plures nebulæ vel nubium ſinus ſoli interveniant, imago ejus plurimis umbris in longum diffuſis & parallelis obſcurabitur.

XVIII. *Ab imaginis figurâ aliud etiam experimentum deducitur, quo fiat multum oblongior.*

UT dictas proprietates lucis, quâ potui diligentiâ, perſcrutarer, ſequentem præterea modum excogitavi, quo illas examini ſubjicerem. Nempe (in fig. 6.) cum magnitudo circulorum A C, Y Z, B D dependeat a magnitudine ſolari, ſi diameter ſolis fieret aliquanto minor, quam nunc revera exiſtit, tum illi etiam circuli fierent minores, diſtantiâ centro-

centrorum H, I, K, non omnino mutatâ, ut videre eſt in fig. 8. Et ſic latitudo imaginis ad ejuſdem longitudinem comparata multo minor evaderet, quam antea, utrâque ſcilicet per eandem quantitatem diminutâ. Hæc probaturus effeci, ut radii ſolis per duo parva foramina ab invicem longe diſtantia tranſirent, antequam inciderent priſmati, quo pacto radii ab extremis partibus ſolis venientes excludebantur, & res perinde ſucceſſit, quaſi diameter ſolis revera eſſet diminuta. Illuſtrationis gratiâ, ſit in fig. 9. *e f g* feneſtra parvo foramine *f* penetrata, per quod radii ſolares cubiculum alias obſcuratum ingrediantur; deinde ſit E F G corpus aliquod opacum perforatum ad F, & in medio cubiculo ita locatum, ut radii iterum permeent foramen iſtud, antequam priſma A B C pone locatum attingant. Jam foraminum iſtorum diametro exiſtente $\frac{1}{8}$ digiti, & eorundem diſtantiâ *f* F 12 pedibus (ita ſcilicet ut maxima radiorum utrumque foramen permeantium inclinatio foret angulus fere minutorum 6, hoc eſt, quaſi quinta pars diametri ſolaris) atque etiam imagine P T projectâ in papyrum, decem pedes a priſmate diſtantem, prout anguſtia cubiculi tulit; inveni longitudinem imaginis eſſe pluſquam quatuor digitorum cum ſemiſſe, & latitudinem trientis digiti, hoc eſt longitudinem pluſquam quatuordecim vicibus majorem latitudine, ſicut ex prædictis oportet eveniſſe. Etenim cum iſti tantum radii mittuntur intro, qui minus quam quintâ parte

parte ſolaris diametri ad ſe invicem inclinantur, diametri A C, Y Z & B D diminutæ diametro foraminis F, debent eſſe quintuplo minores quam ſecundum priora contingeret, ut videre eſt in fig. 6. & 7. quaſi a ſole eſſent effectæ, cujus diameter ſit quinquies minor diametro ſolis noſtri. Verum, ſi corpus opacum *f g* (fig. 9.) tolleretur, ut radii per unum ſolummodo foramen F ad priſma tranſirent, ſicut in prioribus factum eſt, latitudo imaginis evaderet $1\frac{1}{6}$ digitorum, & longitudo pluſquam 5 dig. angulo nempe priſmatis exiſtente 60 grad. vel paulo majori. Itaque diameter circulorum A C, Y Z & B D, qui eo, quo dictum eſt modo, imaginem conſtituunt, eſſet $1\frac{1}{6}$ dig. à quâ ſubducatur diameter foraminis nempe $\frac{1}{8}$ dig. & manebit $1\frac{1}{24}$ dig. cujus quintæ parti rurſus adjungatur eadem foraminis diameter ſive $\frac{1}{8}$ dig. & prodibit $\frac{1}{3}$ dig. diameter circulorum A C, Y Z, & B D in fig. 8. quæ minor eſt quam diameter circulorum iſtorum in fig. 6. quantitate $\frac{1}{6}$ dig. Quamobrem figura 8 quaquaverſum eſt minor quam ſexta quantitate $\frac{1}{8}$ dig. Atque ideo longitudo ejus fit pluſquam 4 dig. latitudo autem digiti triens. Id quod cum experientiâ modo recenſitâ quadrat. Ad eundem modum, ſi foramina *f* & F adhuc minora forent, vel ſi diſtantia *f* F foret major, imago P T oblongior evaderet. Quod idem quoque quadantenus contingeret, ex imagine P T a priſmate longius diſſitâ. Cæterum notandum eſt, quod foramina *f* & F ad

F ad radios directe reſpicientia ſupponam, licet non multum refert, an ſitus eorum ſit parum obliquus, ut in appoſitâ figurâ nonâ factum eſt.

XIX. *Experimentum iſtud promovetur.*

PORRO ſi in hoc experimento convexam lentem ut prius adhibueris, cujus focus ad imaginem cadit, foramine F (ſi placet) dilatato, vel opaco corpore E G prorſus ablato, ut radii per foramen longinquum *f* ſolummodo tranſeant, &, ſi foramen iſtud *f* effeceris anguſtius quam antea, cæteris ut prius ſtantibus, imaginem valde oblongam & pro longitudine lucidiorem videbis quam in caſu priori. Exempli gratiâ, ſi diameter foci ſit pars digiti vigeſſima, & ſi pedibus ab inde duodecim priſma cum lente diſpoſueris, videbis longitudinem imaginis pluſquam octoginta vel centum vicibus latitudine majorem. Sed in his experiendis oportet cubiculum quaquaverſus bene obturatum eſſe, ne lux alibi quam per foramen *f* ingreſſa perturbet imaginem, & juxta circulares ejus extremitates obſcuram reddat: Et præterea, ſi ſuperficies priſmatis ſint accurate planæ, præſtat adhibere lentem, quæ focum ad diſtantiam magnam projicit, puta ad 12 vel 20 pedes, modo loci amplitudo ſinat, quo pacto de proportionibus imaginis melius judicium proferas. Quod ſi latera priſmatis ſint aliquantulum convexa, ut iis non-

nunquam

nunquam contingit, quæ vulgo venduntur, licebit iſtud abſque ullâ lente ſolum adhibere, & ejus convexitas radios vice lentis ad magnam diſtantiam congregabit. Quinimo, ſi cum priſmate quolibet lentem parvam adhibeas, cujus focus non ſit duobus tribuſve pedibus longinquior, imaginem conſpicies ſatis longam quidem, ſed cujus latitudo haud ſenſibilis exiſtit. Id quod propoſito noſtro non minus inſervit, quam ſi poſſes de proportione longitudinis ad latitudinem ejus accurate judicare. In iſtis etiam experiendis notetur præterea, quod lens non debet ita longe poſt priſma locari, quin poſſet ad omnes radios ſimul tranſmittendos extendi, ne imaginem ſucceſſive per partes tantum obſervare ſis coactus: Et notetur denique, quod ſi foramen F citra priſma locaveris, & lentem deinceps citra foramen iſtud, ad diſtantiam majorem ab eo quam focus radiorum, a foramine *f* longinquiori manantium, abeſt a lente, duplex erit caſus, in quo imago in papyrum projectâ conſpicietur diſtincta, prout radii venientes a ſingulis punctis foraminis F, aut a ſingulis punctis foramins *f*, in totidem itidem punctis papyri colliguntur. In uno caſu imago erit alba & orbicularis, ut prius (§. 16) commonui, in alterâ autem oblonga & colorata, ſicut præſens experimentum exigit.

XX. *Magis adhuc promovetur per imaginem ſtellæ Veneris.*

JAM liquet ex præfatis, quod imaginis P T latitudo ſemper evadit eo minor, quo foramen longinquum *f* factum eſt anguſtius, ut nihil dubitandum ſit, quin dicta latitudo prorſus evaneſceret, ſi vice foraminis iſtius tranſlucidi unum duntaxat punctum ibi lucidiſſimum exiſteret: atque iſtud ſic futurum eſſe confirmatur ex obſervatione non diſſimili, quam habui quondam de ſtellâ Veneris. Cubiculo nempe quaquaverſus obturato, excepto foramine paulo pluſquam duos digitos lato, ut tenebroſiſſimum efficeretur. In iſto foramine vitrum objectivum perſpicilli ſeptempedalis callocavi, latitudine ejus ad ſufficientem radiorum copiam tranſmittendam, duos digitos & amplius apertâ. Deinde ad diſtantiam ſeptem pedum papyro tranſverſe poſitâ, in eam vidi ſyderis imaginem ad inſtar puncti lucidi projectam; & interpoſito priſmate ad diſtantiam pedis unius duorumve ab iſtâ papyro, per quod radii trajecti alio refringerentur: pro puncto illo lucido ad diſtantiam inde pluſquam pedalem, vidi lineolam, licet non valde lucidam, facile tamen conſpicuam, & cujus longitudo ſemiſſem digiti ſuperavit, latitudo autem fuit quoad ſenſum nulla, ſaltem haud major quam ut ſentiretur.

Atque

Fig 4.

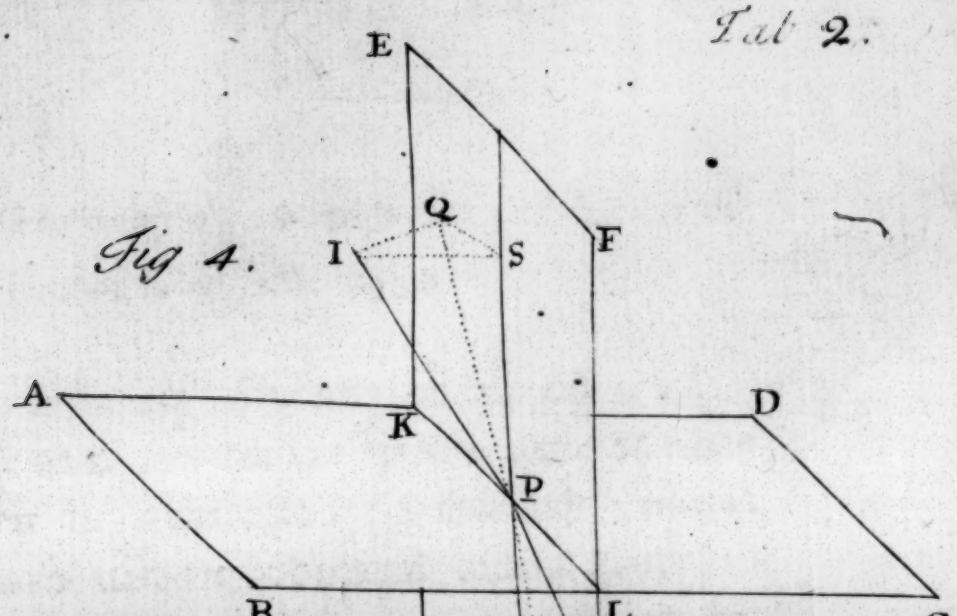
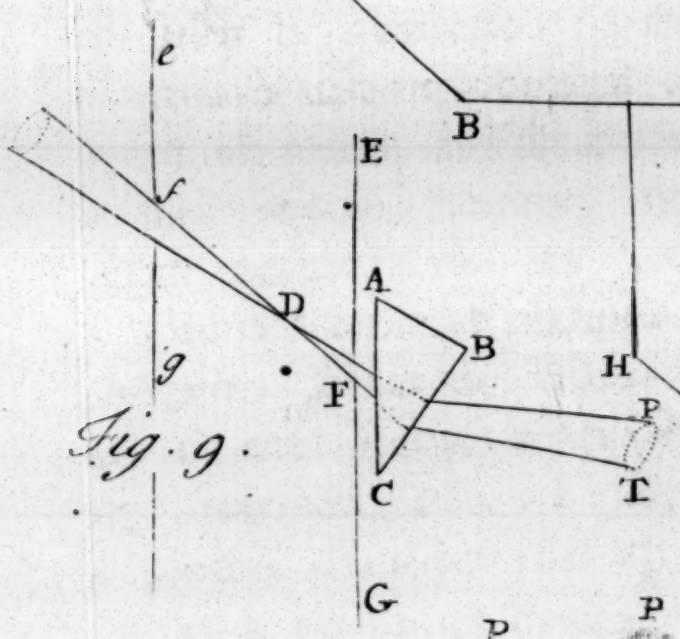
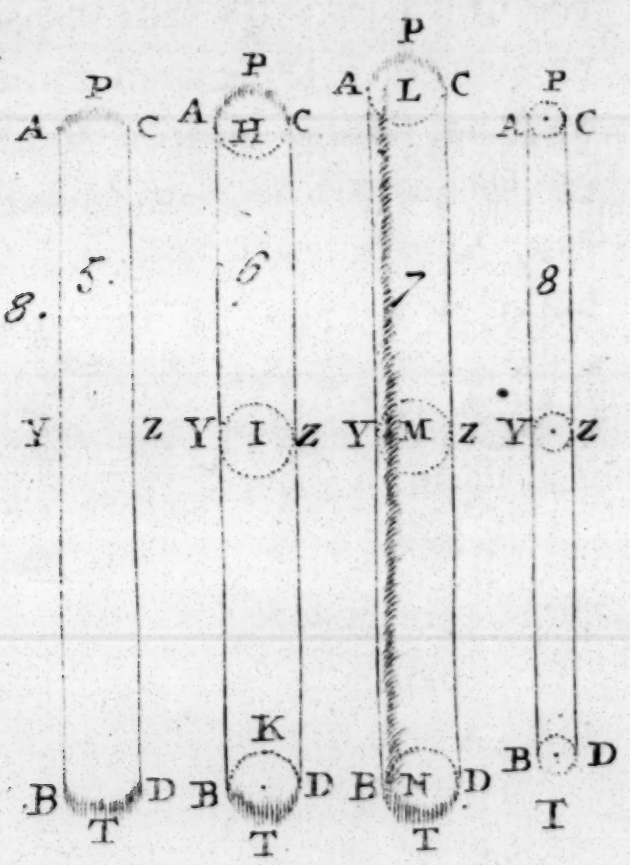


Fig. 9.



Figs. 5.6.7.8.



12 DE 54

Atque idem credo de ſtellis primæ magnitudinis, uti de Sirio liceat obſervare, præſertim ſi lens adhibeatur quatuor vel ſex digitos lata, ut plures radios tranſmittat.

XXI. *Et applicatur deſcriptioni refractionis ad fig.* I. *traditæ*

Hoc experimentum, quam bene convenit cum explicatione noſtrâ, quam de refractione radiorum, ad eundem angulum incidentium variâ, ſub initio dedi, operæ pretium videatur adnotare. In figurâ primâ ſuppoſui complures radios per eandem rectam in ſuperficiem aliquam refringentem ſucceſſive delatos eſſe, ibidemque alios aliis paulo magis gradatim refringi. Quod ſi fieri concipiatur, abunde ſequeretur, quod radii ſic refracti, ſi corpore deinceps opaco quovis, ut papyro, interciperentur, lineolam ibi lucidam depingerent. Jam licet radii a ſtellâ aliquâ venientes non omnes in câdem rectâ pergant, tamen, quod tantundem eſt, pro parallelis haberi poſſunt, & quod a lente convexâ effecti ſunt convergentes, antequam attingant priſma; hoc adeo non deſtruit analogiam, ut eam maxime confirmet. Etenim pro ſingulis in eâdem rectâ pergentibus, debes tantum concipere tot radiorum penicillos, qui omnes habeant eundem axem, & idem punctum concurſûs; & quod iſtorum penicillorum alii

magis aliis a priſmate refringuntur, ita ut eorum puncta concurſûs, ſive foci, qui prius, coincidêre, jam ſinguli cadant ſeorſim, lineam rectam conficientes. Ac proinde, quod axes penicillorum, qui radiis puta ſucceſſivis, eouſque coincidebant, donec attigere priſma, ibi per variam refractionem ſint effecti divergentes, ut ad focos penicillorum in lineâ rectâ jacentes pergant.

XXII. *Circumſtantia variata eidem deſcriptioni rurſus applicatur.*

Si Priſma ſtellæ Veneris vicinius quam lentem collocaveris, ut radii per illud trajiciantur primo, & à lente deinde convergentes fiant, eandem lineolam ut prius videbis, licet minus conſpicuam & inventu difficilliorem. Jam in hoc ſpecimine, cum radii omnes adveniant paralleli, ſi æqualiter refringerentur tranſientes priſma, manerent poſtea paralleli, uſque dum lenti inciderent, & in eâ proinde ſic refringerentur, ut omnes deinceps ad idem punctum pergerent, & ſic punctum lucidum conſpiceretur. Quare, cum vice puncti iſtius apparet linea, concludendum eſt, quod omnes radii non æqualiter refringuntur.

XXIII. *Quod*

XXIII. *Quod in adductis experimentis refractiones non caſu fiunt inæquales, neque aliâ cauſâ quam inæquali refrangibilitate.*

Si jam objiciat aliquis, quod in refractionibus quidem detur irregularitas, ſed eam eſſe contingentem, & non ex præviâ radiorum diſpoſitione, vel ullis certis legibus ortam; reſpondeo, quod imago ſolis præfata, ſi radiis nullâ† lege refractis fieret oblonga, non poſſet in lineas rectas ſecundum longitudinem ſuam diſtincte terminari, ſicut ad figuram quintam oſtenſum eſt. Quinetiam non omnino deberet eſſe oblonga, ſed parte ejus mediâ & magis ſplendidâ in morem orbis effingi, ſenſibilique termino diſtingui ab erraticâ luce debiliori quaquaverſum diſperſâ: perinde ut ſol apparet, cum nubibus pene obſcuratur, vel ut ejus imago cernitur, cum trajicitur per laminam vitream parallelis planis terminatam, & halitu vel fumo levitur obductam, ut lux inter refringendum paululum conturbetur. Adhæc, ſi duo priſmata ſimilia A B C & *a b c* (fig. 10.) juxta ponantur ſecundum longitudines ſuas parallela, cum lateribus planis A C & *a c*, ut & B C & *b c* parallelis, & ſi ſol tranſluceat utrumque in locum Z, ubi corpus opacum luci directe opponitur, radiis tamen ejus per orbiculare foramen F prius trajectis,

† certa.

lux

lux incidens in dictum Z apparebit distincte orbicularis, non secus quam si directe tenderet ab F, prismatibus non omnino interpositis. Fatendum est itaque, quod utriusque prismatis conjunctim refractiones sunt regulares, & proinde etiam refractiones alterutrius. Scilicet radii illi similiter incidentes, non omnes æque refringuntur in primo prismate A B C, ut neque in secundo *a b c*, tamen cum refractionis inæqualitas non contingens sit, sed oriatur ex præviâ radiorum dispositione, ideo licet varii radii varie refringuntur, tamen ejusdem radii eadem erit refractionis quantitas in utroque prismate, & quantum incurvatur a priori A B C, tantum recurvabitur a posteriori *a b c*; unde radius quilibet, utcunque fit refrangibilis, postquam ex utroque prismate emerserit, sibimet ipsi, cum nondum iis inciderat, fiet parallelus. Atque ideo, cum omnes ad easdem plagas tendant, ad quas libere tenderent, si prismatibus non interciperentur, necesse est, ut eandem orbicularem imaginem ad Z exhibeant, quam illuc libere tendentes exhiberent. Quod si imago oblonga, per refractionem unici prismatis (ut dictum est) effecta, figuram suam à radiis nullâ certâ lege divaricantibus, sed forte fortunâ huc illuc vage refractis, acquireret; cum refractiones binis prismatibus geminentur, errores etiam radiorum duplo plures evaderent, ut & duplo majores; & exinde imago ad Z fieret multo oblongior; quæ tamen experientiâ teste in orbem contrahitur.

NON-

NONNULLIS forte in ſuſpicionem veniet, quod terminatio lucis, ſive quieſcentis medii confinium, diverſitatem refractionis efficiat; ſed huic dubitationi in promptu eſt remedium, efficiendo nempe ut lux a poſticâ parte priſmatis (ſicut ad fig. 3.) ſolummodo terminetur, ne fiat umbræ confinis priuſquam fuerit refracta. Et propterea, ne ſuſpicio ſit de variâ craſſitie vitri, poteſt refractio ejus ad varias craſſities tentari, promovendo priſma tranſverſe juxta lucis ingreſſum parallelo motu, ita ut lux primo ad aciem ejus tranſjiciatur, deinde ad partes craſſiores, & in quovis caſu perſimilis erit colorum apparitio. Neque multum intereſt, ſi foramen, per quod lux ingreditur, ſit latius vel anguſtius; nam exinde nihil aliud eveniet quam lucis colores exhibentis augmentatio vel diminutio, ac tanta dilatatio vel contractio imaginis, quanta eſt foraminis.

EXPERIMENTO duorum parallelorum priſmatum jam ante deſcripto conſtat etiam, quod hæc imaginis in longitudinem diſtractio non oritur ex ejuſdem cujuſque radii diffuſione vel diſtractione in complures divergentes radios; ſiquidem illi per iteratam diffuſionem vel diſtractionem, in tranſitu per ſecundum priſma tunc reſolvi deberent in longe plures & magis divergentes radios. Quin & iiſdem omnibus objectionibus adverſatur experimentum, ubi

ubi posterius prisma non statuitur parallelum anteriori sed perpendiculariter transversum. Nam in isto casu, si anterius prisma distraheret imaginem in longitudinem, ob aliam quamcunque causam quam diversam refrangibilitatem diversorum radiorum, tunc posterius prisma per transversam refractionem distrahere deberet illam oblongatam imaginem in latitudinem, & sic quadrilateram efficeret. Sed experimentum tentanti res secus evenit, imagine scilicet non secundum latitudinem dilatatâ, sed solum obliquatâ per majorem refractionem extremitatis violaceæ quam rubræ. Quemadmodum videre est ad fig. 11. ubi imago P T per secundi prismatis refractionem transfertur ad *p t*. Ex dictis, opinor, satis superque constat id, quod initio proposui demonstrandum: quoniam autem jucunditatem intellectui & assensum plerunque firmiorem harmonia rerum plurium affert, quam unici licet maxime scientifici argumenti testimonium; non erit abs re, si in aliud experimentorum genus præcedentibus affinium experturos breviter introducam.

XXIV. *Perstringuntur alia experimenta præcedentibus affinia.*

In fig. 12. sit F foramen valde exiguum, per quod lumen solis trajiciatur; deinde ad distantiam pro lubitu magnam statuatur prisma A B C, per quod

quod radii tranſeant refracti, prout in prioribus explicui; tum oculo pone admoto, circularis foraminis F videbis imaginem T P oblongam, cujus longitudo ad latitudinem collata, tanto major erit, quanto foramen F fiet anguſtius; & exinde pateat, quod radiorum alii, tendentes ad oculum per H, quaſi manaſſent a P, ſunt magis refracti, quam alii tendentes per I, quaſi a T veniſſent; & radiis ſic in oculum non ſecus ingreſſis, quam ſi profluxiſſent ab oblongo ſpatio P T, neceſſe eſt, ut ſpatium iſtud longum appareat luminoſum.

SED cavendum eſt, ne foraminis F tanta ſit apertura, ut nimiæ lucis introitu lædatur oculus; imo ne tanta ſit, quin ut poſſis nudo oculo particulam ſolis per foramen iſtud quaſi punctum lucidum diſtincte & abſque ullâ circumradiatione tranſpicere. Verum, ſi lumen ſolis cenſeatur nimium huic experiendo, lumen à nubibus tranſmiſſum ſufficiat; modo talis ſit oculi tui diſpoſitio, ut foramen ſine radiis circumcirca ſuperfluis diſtinctum cernas, antequam interponas priſma, alias imaginem ejus non cernes diſtinctam, neque debitâ longitudine deductam. Adhæc, liceat tandem obſervare, ſi filum albens interpoſito priſmate aſpicias; etenim filum multo latius apparebit, cum in ſitu ad longitudinem priſmatis parallelo, quam cum in tranſverſo ſtatuitur. Cæterum, ut in uno comprehendam omnia, ſi ſtellam fixam primæ magnitudinis mediante priſ-

mate intuearis, ejus etiam imago conſpicietur longa. At, cum radii ſtellarum pro parallelis habeantur, ſi omnes æque refringerentur, manerent etiam paralleli, poſtquam egrediuntur e priſmate, & oculum ſic ingreſſi efficerent imaginem omnino ſimilem ſtellæ, vel puncto lucido, nullatenus oblongam; perinde ut fit, cum ſtella parallelos radios in oculum directe mittit. Videbis itaque, quod radii paralleli, ſuperficiebus planis refracti, fiunt inclinati; unde neceſſe eſt, ut inæqualem refractionem patiantur. In tranſitu autem notetur, quod teleſcopio, ſi placeat, primum adhibito, tum ut copia lucis ad oculum tranſmittatur, tum ut ſcintillatio, quâ fixæ ſolent quaſi coronâ cingi, minuatur, & priſmate deinceps interpoſito, videbis albicantem lineam diſtinctiorem quam prius, cum latitudine vix aut ne vix quidem conſpicuâ. His paucis de radiorum diverſâ refrangibilitate narratis, quorum ſenſus plenior in ſequentibus, ubi de coloribus agitur, eluceſcet; reſtat, ut refractionum quantitates & menſuræ jam determinentur.

SECTIO

Sectio Secunda.

De menſurâ refractionum.

XXV. *De menſurâ refractionis dati generis radiorum, è quâvis incidentiâ datâ.*

REFRACTIONES ope angulorum, quos incidentes & refracti radii cum perpendiculo refringentis plani conſtituunt, quaſi datam rationem habentium, a veteribus determinatæ fuerant. Quemadmodum ſi in fig. 13. I H ſit planum refringens, cui linea D C E ad aliquod ejus punctum C perpendiculariter inſiſtit, & in illud C radius quilibet A C incidat, & refringatur ad R; poſito refractum radium C R in plano A C I jacere, quod refringenti plano perpendiculare eſt; ſuppoſuere veteres, quod angulus incidentiæ A C D, angulus refractionis R C E, & angulus refractus R C F ſemper ſint in datâ quâdam ratione; vel potius hypotheſin credidêre ſatis accuratam eſſe, ubi radii a perpendiculo non multum divaricant. Sic in vitro ſtatuerunt angu-

lum refractionis quaſi triplum eſſe anguli refracti. At illa refractionum æſtimatio minus exacta deprehenditur, quam ut pro fundamento Dioptrices debet ſtatui, & Carteſius aliam regulam primus * excogitavit, quâ iſtud exactius determinaretur; ponendo dictorum angulorum ſinus eſſe in ratione datâ. In fig. 13. ſi centro C & diſtantiâ quâlibet A C circulus deſcribatur, ſecans radios præfatos in A & R, & ab iſtis punctis ad plani perpendiculum D C E demittantur normales A D & R E, ipſarum A D & R E proportio erit eadem perpetuo. Cujus rei veritatem auctor non ineleganter demonſtraſſet, modo de cauſis phyſicis, quas aſſumpſit, nullum dubitandi locum reliquiſſet. Ut & quoniam inſtrumentis, in iſtum finem accurate inſtructis, examinarunt aliqui, & veritati (quoad ſenſum) exacte convenientem adinvenerunt, non dubitamus pro fundamento ſtatuere, hoc ſolum adhibito moderamine, quod, cum is de quibuſlibet radiis indifferenter affirmarit, quaſi omnium perſimilis fuiſſet refractio, nos tantum affirmamus de ſingulis eorum generibus ſeorſim ſpectatis, ponendo quod radiorum æque refrangibilium ſinus refractionis ſunt ut ſinus incidentiæ. Concipiamus aliquot genera radiorum ſecundum lineam A C in fig. 14. eſſe allapſa

* Poſtea Newtonus intellexit Snellium refractionis legem primum inveniſſe, & Carteſium ſuum theorema a conſimili Snellii propoſitione deduxiſſe. Vid. Newtoni Principia in Schol. Prop. 96. Lib. 1.

ad

ad punctum C, ibique refracta per ſuperficiem I H, puta mediocriter refrangibiles radios in C R, minime refrangibiles in C T, & maxime refrangibiles in C P, ac innumeros alios, gradibus intermediis plus minus refrangibiles, per totum ſpatium T C P diffuſos eſſe. Jam ſi ducatur D C G perpendicularis ad planum refringens I H, & centro C diſtantiâ quâvis A C circulus (ut prius) deſcribatur, ſecans radios dictos in A, P, R, T, atque ex iſtis punctis demittantur perpendiculares A D, P G, R E, T F pro ſinubus angulorum A C D, P C G, R C E, T C F; pono, quod, utcunque radii incidant, tamen ſemper erit A D ad P G in eâdem ratione; quâ ſemel cognitâ regulam habes pro refractione radiorum maxime refrangibilium in eandem ſuperficiem ad angulum quemvis incidentium menſurandâ: Et ſic ſemper erit A D ad T F in eadem ratione, quâ cognitâ regulam habes quâcum refractio minime refrangibilium in quavis incidentiâ determinabitur. Atque idem de ratione ipſius A D ad R E, & ad ſinum cujuſvis intermedii generis concipiatur.

XXVI. *De conferendis refractionibus radiorum diverſi generis.*

PORRO autem, cum ſinus P G, R E, T F cæterique datam habeant rationem ad ſinum A D, datam quoque rationem inter ſeſe habebunt; atque adeo, ſi ex

ſi ex unicâ obſervatione proportionem ſinuum P G, R E, T F & reliquorum ad radios ex eâdem incidentiâ refractos pertinentium cognoveris, regulam exinde habebis, quâcum ex ſinu refractionis cujuſvis generis radiorum & in iſtam ſuperficiem utcunque incidentium dato, cæterorum omnium ex eâdem incidentiâ prolabentium ſinus elicias, licet quænam ſit eorum incidentia non innotuerit. Quinimo, ſi omnium A D, T F, R E, P G, *&c.* proportiones inter ſe ſemel cognoſcantur, habito reſpectu ad eadem media refringentia, regulam habes pro cæteris omnibus exquirendis ex unico quovis unquam dato. Itaque, quo rationes iſtorum ſinuum inveſtigentur, convenit, ut in aliquo radiorum genere proportio ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis primum exquiratur; deinde, ut proportiones ſinuum refractionis pro radiis diverſorum generum, ad eundem angulum incidentium, determinentur.

XXVII. *Ad ſinus incidentiæ & refractionis conferendos adhibetur mediocre genus radiorum.*

Ad ſinus incidentiæ cum ſinubus refractionis conferendos, commodum erit, ut medium genus eligatur, puta genus illud radiorum, qui viriditatem, vel potius colorem viridi & cæruleo intermedium, exhibent. Credo enim illos, qui refractiones antehac

hac menſuravêre (ſive id factum ſit, ut jam dicta hypotheſis Carteſii probaretur, ſive aliis de cauſis) credo illos, inquam, menſuram inſtituiſſe ad medietatem refractæ lucis; hoc eſt, ſi ſpatium a coloribus occupatum ſpectemus, ad confinium viridis & cærulei: Aut ſi ſpectemus quantitatem, ad medietatem viridis; & præterea punctum iſtud pro principali foco lentium habendum eſſe videtur, in quod intermedium genus radiorum convergit. Atque etiam, ſi quando de radiis indiſtincte diſſerendum eſt, ut hactenus apud Opticæ peritos conſueverit, genus mediocre commodius quam extremorum aliquod pro omnibus haberi poteſt.

+ lucis

XXVIII. *Modus explorandi ſinuum iſtorum rationes.*

PORRO, cum forte deſideretur accuratius examen dictæ regulæ Carteſianæ, quam antehac inſtituebatur, dum varia radiorum refrangibilitas experientes latuit, primo dicam, quo pacto id non incommode fiat. Quoniam fluidi pellucidi ſuperficies refringentes facile poſſint inclinari ad quemvis datum angulum, quod ſolido non eſt conceſſum, fluida in hunc finem fuerunt adhibita; ſed inſtrumento magis laborioſo, quam opus erat, & erroribus forte magis obnoxio, quam ſi omni apparatu privaretur, demptâ trabe cui vaſculum aquæ plenum affigitur. Sit itaque

itaque H K in fig. 15. vectis ligneus duas treſve ulnas longus aut amplius, ſatis craſſus ne ob longitudinem & pondus minime inflecti queat, quadrilaterus, rectangulus & rectus, cum lateribus oppoſitis exacte parallelis. Tum lamellæ duæ H I & K L ſuper unum ejus latus ad angulos rectos erigantur; K L proxime ad unam extremitatem, & H I quaſi quatuor digitos ab alterâ diſtans, quarum longitudo ſit trium digitorum quatuorve, latitudo autem duorum vel trium. Deinde ſumatur vaſculum aliquod cylindricum vel priſmiforme C F duos treſve digitos latum, longum vero quatuor vel quinque. Ejus baſis ſuper lamellam H I cemento aliquo duro & tenaci figatur, ac in eo ſitu firmetur ope trabis H K ultra lamellam dictam H I productæ. Tum trajiciatur ejus fundum in medietate, & lamella ſimul parvo foramine F, puta decima parte digiti lato, & juxta foramen iſtud in alterâ lamellâ notetur punctum R, quod æque diſtat a trabe ac dicti foraminis centrum; ita ſcilicet ut linea F R per centrum foraminis ad R ducta ſit parallela longitudini trabis. Denique ſumatur lamella vitrea, plana, polita & uniformiter craſſa, eaque applicetur ad planitiem lamellæ H I vaſculo C F obverſam ſuper foramen F, & cemento figatur ita, ut vaſculum iſtud aquæ (quâ repleatur) non ſit pervium; & cum normâ aliquâ fiat periculum, an illa vitrea lamella perpendiculariter inſiſtat trabi. Quod ſi non contingat, corrigatur ſitus, donec ſit exacte perpendicularis. In cujus

rei

rei gratiam convenit, ut dicta lamella vitrea sit tres vel quatuor digitos longa & lata, quo de situ ejus melius judicare liceat. Instrumento hoc sic fabricato & aquâ vasi C F plusquam ad medietatem ejus infusâ, illud in radiis solaribus ita statuatur, ut in superiori superficie aqueâ refracti perpendiculariter emergant ad foramen F, rectaque progrediantur versus laminam K L, rubedine ad F, purpurâ ad P, & viridi vel confinio cærulei & viridis ad R incidentibus. Convenit autem, ut dicta lamina K L dealbetur, aut albente papyro vestiatur, quo de coloribus judicium certius feras. Interea vero cum quadrante aliquo amplo & exacte fabricato *e k r* quæratur inclinatio trabis H K ad horizontem, & habebis angulum refractionis *e k r*, & ejus sinum *e r*. Tum solis altitudo statim inquiratur, ejusque complementum ad 90 grad. A *k* D erit angulus incidentiæ & A D sinus. Quibus sinubus ad invicem collatis & experimento ad diversas solis altitudines repetito, constabit, an sinuum ratio semper sit eadem. Quod si velis, ut experimenta varia simul fiant, aut ad minorem incidentiam, quam sit complementum maximæ altitudinis solaris, vice radiorum a sole directe manantium possis adhibere reflexos.

XXIX. *Modus explorandi vim refractivam ſolidi cujuſvis aere circundati.*

CUM eandem ſinuum incidentiæ & refractionis rationem alicui radiorum generi, utcunque in eandem quamvis ſuperficiem incidenti, perpetuo competere ſat exploratum fuerit, proponatur exquirere rationem illam ad ſuperficiem data quælibet media diſterminantem, idque unico experimento. Si aer ſit unum ex datis mediis & liquor quilibet alterum, inſtrumentum noviſſime deſcriptum non incommode poteſt adhiberi. Sin mediorum alterum ſit ſolidum, res expedite perficitur ad diagramma 16. In ejus explicationem præmittantur duo ſequentia lemmata.

LEMMA I.

IN fig. 16. Sit A B C priſma ex materiâ quâvis pellucidâ confectum, cujus axis ſit horizonti parallelus & perpendicularis ad radios ſolis; & præterea ſit ejus poſitio talis, ut dictos radios O X æque confringat, ingredientes ad X & egredientes ad Y. Iſtud autem, quo pacto debet fieri, oſtenſum fuit ad §. 10. Jam dico, quod angulus refractionis ad alterutram refringentem ſuperficiem ut A C factæ, ſit æqualis dimidio verticalis anguli priſmatici A C B:

Pag 42.

Tab 3.

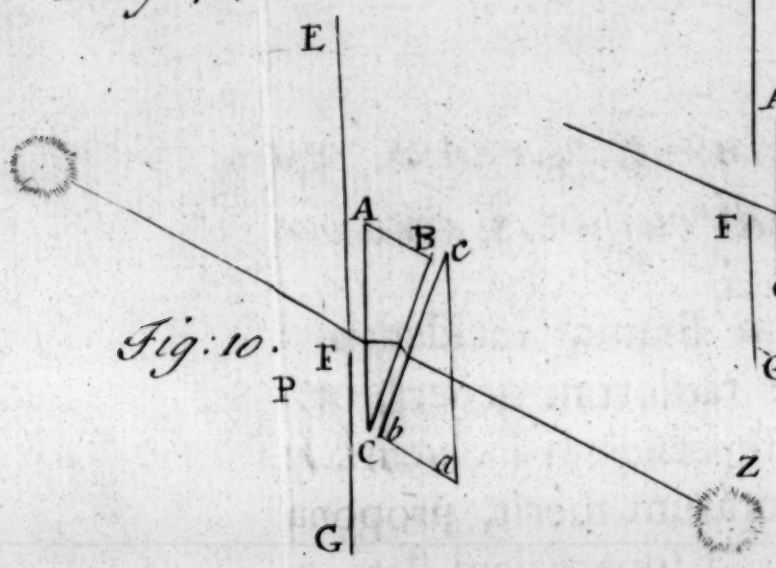


Fig: 10.

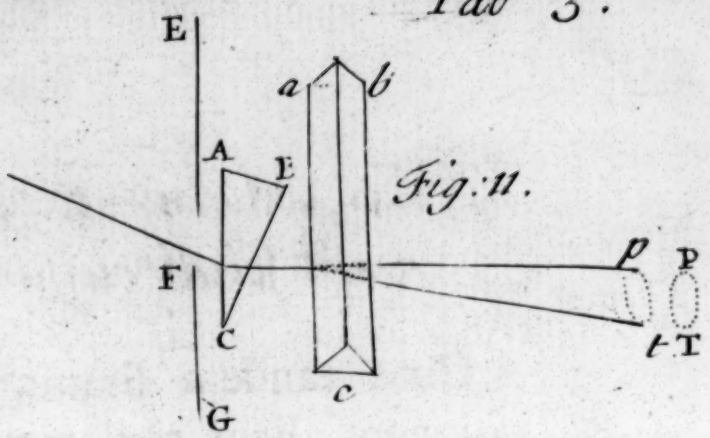


Fig: 11.

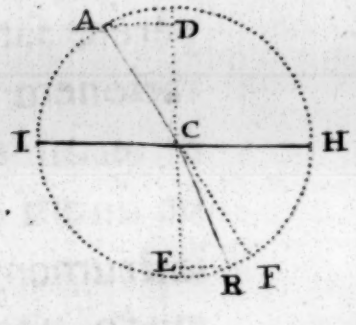


Fig. 13.

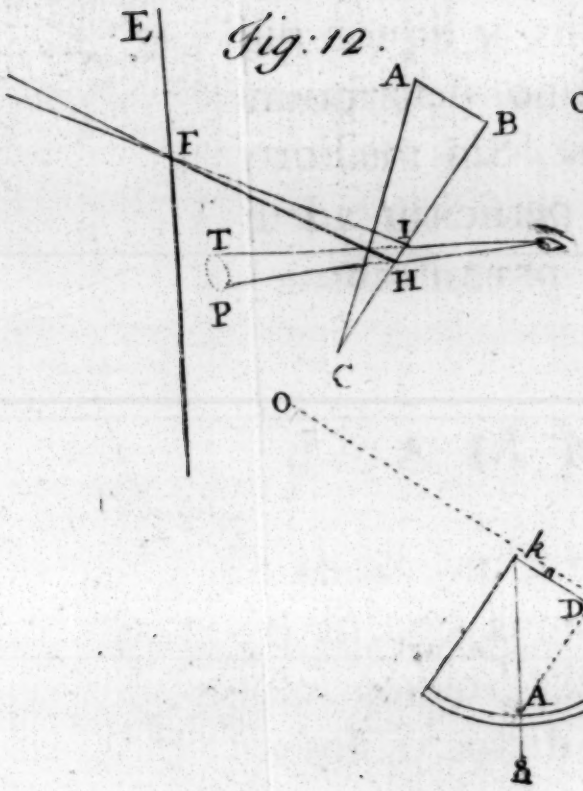


Fig: 12.

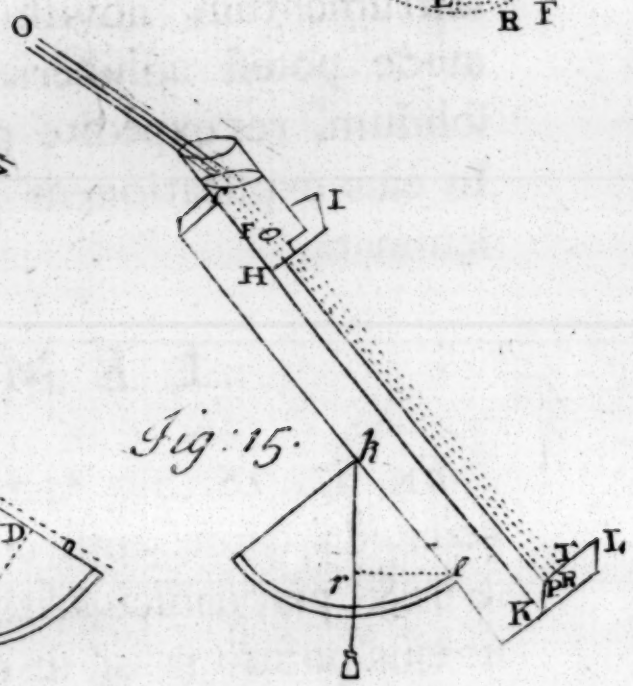


Fig: 15.

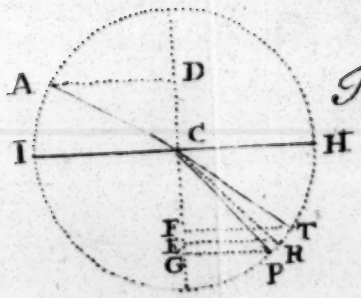


Fig: 14.

12 DE 54

A C B: ſcilicet ad punctum incidentiæ X erigatur perpendicularis H X, erit H X Y angulus refractionis ad ſuperficiem A C. Porro demittatur C I perpendicularis in radium X Y, & iſta biſecabit angulum Y C X, propterea quod triangulum Y C X (ob æqualitatem refractionis in X & Y) ſit iſoſceles. Dico itaque, quod anguli H X Y & I C X æquantur: Nam ang. A X Y = ang. X I C + I C X (per 32. 1. Elem.) ſed anguli A X H & X I C ſunt recti. Ergo reſidui H X Y & I C X æquantur. Q. E. D.

LEMMA II.

ADHÆC, ſi radius incidens O X & emergens Y N indefinite producantur occurrentes in G, & præterea, ſi recta quævis K L horizonti parallela radiis iſtis trajiciatur, conſtituens triangulum G K L, &, cum refractus radius Y N tendit ſurſum, ſi ſumma angulorum L K X & K L Y ſumatur, aut eorum differentia, cum iſte Y N tendit deorſum: Dico, quod illius ſummæ vel differentiæ dimidium, una cum angulo refractionis H X Y, æquabitur angulo incidentiæ H X G. Nam dicta ſumma vel differentia æquatur angulo N G K (per 32. 1. Elem.) hoc eſt angulis G X Y + G Y X, &, cum triangulum G Y X ſit iſoſceles, dictæ ſummæ vel differentiæ dimidium æquabitur angulo refracto G X Y, qui cum angulo refractionis Y X H conſtituit angulum incidentiæ. Q. E. D.

His præmiſſis problema propoſitum ſic perficitur. Primo menſuretur angulus verticalis priſmatis A C B, & ejus dimidium erit angulus refractionis. Dein priſmate in poſitione præfatâ diſpoſito, per quod radii trajiciantur ingreſſi foramen F, ope quadrantis M N P Q ampli & accurati, (puta cujus pinnarum M & N diſtantia ſit pedis unius ad minimum) exploretur angulus Y L K vel P *k* Q, quem refracti radii Y M N cum horizonte conſtituunt, faciendo ut mediocriter refrangibiles per pinnas M & N ad diſtantiam decem aut viginti pedum a priſmate trajiciantur, & ſimul obſervetur ſolis altitudo X K L: Qui duo anguli addantur, ſi refracti radii Y M N ſurſum tendant, ſicut in ſchemate deſcribitur, alias minor ſubſtrahatur a majori; & ſummæ vel differentiæ dimidium una cum angulo refractionis prius invento erit angulus incidentiæ, ut pateat per lemma ſecundum. Denique ex angulis incidentiæ & refractionis ſic datis, dantur eorum ſinus. Q. E. F.

XXX. *Exemplum in refractione cujuſdam generis vitri.*

Sic in priſmate quodam vitreo dimenſus ſum angulum ejus maximum A C B & inveni 63 grad. 12 min. cujus dimidium H X Y eſt 31. gr. 36 m. ejuſque

que ſinus 5240, poſito ſinu 90 gr. 10000. Deinde, cum altitudo ſolis O K L obſervabatur eſſe 14 gr. 4 min. alter angulus M L K, a radio Y N ad medium viriditatis tendente conflatus, erat 30 gr. 52 m. quorum ſumma eſt 44°. 56′. ejuſque dimidium Y X K 22°. 28′. quod una cum angulo refractionis H X Y facit 54°. 4′. angulum incidentiæ, cujus ſinus eſt 8097. Denique conferendo ſinus jam inventos, ut eorum proportio in minimis terminis haberetur, inveni eſſe ut 11 ad 17 fere. Quare pro regulâ generali ſtatuendum eſt, quod radiorum viriditatem exhibentium ſinus incidentiæ ex aere in vitrum quodvis æque refractivum ac illud priſma, ſit ad ſinum refractionis ut 17 ad 11.

HAUD ſecus dimetiendo refractionem radiorum colorem inter viridem & cæruleum exhibentium, inveſtigatur 45°. 8′. pro duplo anguli refracti, cujus dimidium 22°. 34′ una cum angulo refractionis 31°. 36′ dat angulum incidentiæ 54°. 10′, ejuſque ſinus 8107 eſt ad ſinum refractionis 5240 ut 82 ad 53 proxime.

XXXI *Modi præfati commoditas.*

HUJUS autem modi commoditas in menſurandis refractionibus ex eo conjicietur, quod inſtrumento nullo hic opus eſt, dempto quadrante & priſmate cujus

cujus refractio deſideratur; quod refractionem, dum geminetur, factam ad X & Y exinde certius metiri poſſis; & quod facillimum ſit priſma in deſiderato ſitu diſponere, ut ſupra oſtenditur: Imo quod parvus error a ſitu deſiderato fere nihili ſit, dum quoad ſenſum haud inde mutabitur angulus refractus M G K, ut experienti patebit. Quippe angulus iſte hic minimus eſt, & quantitatum per motum generatarum, cum maximæ exiſtant vel minimæ, hoc eſt in momento regreſſûs, motus ut plurimum ſunt infinite parvi. Sic verbi gratiâ, in fig. 17, ſi centro C deſcribatur circulus *l* L *l*, & extra eum ſumatur punctum quoddam G, ducaturq; G I C, & erigatur normalis G K. Deinde, ſi concipiatur, quod punctum *l* moveatur uniformiter in illius circuli circumferentiâ, per quod punctum recta quædam G *l* circa centrum G rotata perpetuo tranſeat; manifeſtum eſt, quod quo major ſit angulus C G *l*, ſive quo minor angulus K G *l*, eo minor erit motus angularis ipſius G *l*; & cum angulus C G *l* ſit maximus ſive angulus K G *l* minimus, hoc eſt in momento regreſſûs (recta G *l* tunc circulum in L tangente) motus ejus erit infinite parvus, & quoad ſenſum nullus, parvuſque error a puncto contactûs L nullam ſenſibilem variationem in angulis iſtis K G L & C G L producet. Et ad eundem fere modum, parva convolutio priſmatis haud omnino mutabit angulum M G K, cum iſte ſit minimus, ſive complementum ejus maximum. Quod ſi priſ-

ma

ma disponeretur in quovis alio situ, quam hic describitur (puta cum radii perpendiculariter ingressi ad egressum duntaxat refringuntur) minimus error ab isto desiderato situ multum mutaret angulum refractum, & sic experientia foret incertitudini & erroribus multo magis obnoxia.

XXXII. *Regula de investigandâ refractione mediorum sibi ipsis contiguorum, quorum aeri contiguorum refractiones cognoscantur.*

IN majorem hujus rei copiam, quia dantur aliqui casus, ubi refractiones per modos jam descriptos haud possint mensurari, (ut cum refractio fit ex vitro in crystallum, ex aquâ in vitrum, vel ex uno liquore in alium) & nequa omnino sit refringens superficies, cujus refractio nequit investigari, problema sequens lubet proponere.

Datis refractionibus, quas duo media alicui tertio contigua conficiunt, illorum sibi ipsis contiguorum refractiones invenire.

IN Fig. 18. sunto duo media proposita A & B, quorum superficiei disterminantis refractio quæritur, & sit C medium tertium cujus superficiei ipsis A & B contiguæ refractiones dantur. Sitque sinus inci-

incidentiæ ad ſinum refractionis ex medio C in medium A ſicut I ad R, & ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis ex eodem medio C in alterum medium B ſicut *j* ad *r*. Dico, quod ſit I × *r* R × *j* :: ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis ex medio B in medium A.

VERBI gratiâ, ſi proponatur inveſtigatio refractionis ex aquâ in vitrum, datâ refractione ex aere in utrumque, ſitque ſinus incidentiæ ex aere in vitrum ad ſinum refractionis ut 17 ad 11, & ſinus incidentiæ ex aere in aquam ad ſinum refractionis ut 4 ad 3. Quare ſinus iſtos multiplicando reciproce, erit ut 17 × 3 ad 11 × 4, ſive ut 51 ad 44, ita ſinus incidentiæ ex aquâ in vitrum ad ſinum refractionis. Et ſic cognitâ refractione ex aere in quævis alia media propoſita, poſſis adipiſci eorum refractionem inter ſe, & è contra.

XXXIII. *Regulæ ejus demonſtratio.*

CÆTERUM demonſtratio hujus non eſt omittenda, in quem finem præſternatur lemma ſequens. Si media duo propoſita A & B in fig. 18. concipiantur eſſe planis parallelis terminata, contigua, & dicto medio tertio (puta aere) circumdata, & radius quilibet O N, oblique incidens ad N, refringatur

fringatur primo ad M, ac deinde ad L, & emergens pergat ad K. Dico radium incidentem O N ſibi emergenti L K parallelum eſſe: Cujus quidem aſſertionis veritas experientiâ patet. Etenim ponatur medium A eſſe vitrum, & medium B eſſe aquam; mediumque tertium circundans eſſe aera: Et laminæ vitreæ A ſuperficies S M R tenuiter illinatur aquâ B, & ſtatuatur parallela ad horizontem, ut aqua conſiſtat uniformiter craſſa. Quo facto videbis, quod radii, per utrumque medium A & B trajecti, tendent ad eaſdem plagas, verſus quas tenderent a ſole directi.

PRÆMISSO hoc, erigantur *j* N *r*, H M G, & R L I perpendiculares ad refringentia puncta N, M & L; eſt ergo *j* ad *r* ut ſinus anguli O N *j* ad ſinum anguli M N *r* ſive N M H, & multiplicando rationem antecedentem per I, fiet I × *j* ad I × *r* ut ſinus ipſius O N *j* ad ſinum ipſius N M H. Porro eſt I ad R, hoc eſt, I × *j* eſt ad R × *j* ut ſinus anguli K L I ad ſinum anguli M L R, hoc eſt, ut ſinus anguli O N *j* ad ſinum ipſius L M G. Jam permutando terminos utriuſque proportionis, fiet I × *j*: ſin. O N *j* :: I × *r*: ſin. N M H, & I × *j* ſin. O N *j* :: R × *j*. ſin. L M G. Quare ex æqualitate rationis eſt I × *r*. R × *j* :: ſin. N M H. ſin. L M G. Q. E. D.

XXXIV. *Modus dimetiendi refractiones ſolidorum ad fluida accommodantur.*

Ex hiſce ſic oſtenſis, problema non inutile proficiſcitur, quo refractiones fluidorum eodem modo metiri poſſis, ac de ſolidis oſtenſum eſt ad fig. 16. non adhibito inſtrumento H L K quod in fig. 15 deſcribitur. Scilicet ex laminis vitreis, in morem cunei connexis, vaſculum priſmiforme conficiatur, cujus acies ſive angulus verticalis ſit grad. 86 circiter, vel 90. Iſtius autem anguli quantitatem exactiſſimâ menſurâ cognitam habebis, ejuſque dimidii ſinum pro ſinu refractionis ſemper ſtatues. Quo peracto, cum liquoris alicujus vis refractiva deſideratur, vaſculum cum illo liquore impleatur, & in tali ſitu diſponatur, ut acies a concurſu refringentium planorum conſtituta, ſit parallela ad horizontem, & perpendicularis ad radios ſolares; atque ut illi radii, per præfata refringentia plana trajecti, refractiones ad ingreſſum & egreſſum æquales patiantur. Et ope quadrantis, ut oſtenſum erat ad fig. 16. exploretur angulus incidentiæ, cujus ſinus ad præfatum ſinum refractionis erit ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis ex aere in liquorem propoſitum.

—

XXXV. *Re-*

XXXV. *Refractio aquæ, prout ipſe dimenſus ſum, in ſpecimen ejus rei adducitur.*

INSTANTIÆ gratiâ, quo aquæ refractionem cognoſcerem, curavi, ut priſma ligneum conficeretur, quale eſt A B *c* in fig. 19. cujus ille angulus A C B, quem pro verticali deſignabam, foret rectus, cæterique duo ſemirecti; & effeci, ut refringentia plana A *c* & B *c* per meditullium trajicerentur foramine F, parallelo ad baſem A *b*, per quod foramen lux itura eſſet; & ut tertium planum A *b* foderetur in G, uſque dum aditus ad foramen F tranſverſe pertingeret. Dein ſumptis duabus ex vitro lamellis, quas ſpeculum confractum mihi ſubminiſtravit, unam deſuper meditullium plani B *c* cæmento fixi, & alteram ſuper meditullium alterius plani A *c*, ut meatus F utrinque clauderetur. Tum aquam pluvialem per orificium G in excavatum ſpatium infudi, & cum operculo ex ſubere conciſo clauſi. Atque adeo aqua, duabus vitreis lamellis ad angulum rectum inclinatis interjecta, vices ſubibat aquei priſmatis habentis angulum rectum. Eas autem laminas rectum angulum exacte comprehendere ex applicatione normæ cognovi, cujus ideo dimidium grad. 45 pro angulo refractionis habendum eſt. (Lem. 1. §. 29.) Hoc priſma dein ita ſtatuebam ad ingreſſum lucis in obſcurum cubiculum, ut eadem foret utrinque refractionis quantitas, & ex altitudine

ſolis, & refractorum radiorum, viriditatem exhibentium, inclinatione ad horizontem, inveni angulum refractum eſſe 51°. 16′, cujus dimidium 25°. 38′. una cum angulo refractionis 45° dabit angulum incidentiæ 70°. 38′. Horum vero angulorum 70°. 38′ & 45° ſinus ſunt 9434 and 7071 reſpectu ſinûs 90 grad. ſeu 10000; quorum quidem numerorum ratio eſt paulo minor quam Carteſiana 250 ad 187, & paulo major quam 4 ad 3, nempe 4, 002 ad 3, quæ tamen a ratione $\frac{4}{3}$ tam parvâ differentiâ recedit, ut error fuit inſenſibilis, ſi poſuerim eſſe ut 4 ad 3, idque maxime cum aquæ refractio non perpetim eadem maneat, ſed a caloris viciſſitudine nonnihil patiatur, varioſque denſitatis gradus induat: Quod idem & aeri circumdanti contingit, qui a vaporibus etiam non ſolum varie incraſſatur, ſed & arctius (auctâ atmoſphæræ gravitate) vel laxius comprimitur. Adde, quod aquarum ex diverſis terrarum regionibus ſcaturientium, aut vi ſolis in vapores & pluviam deinde converſarum, diverſæ ſint denſitates, & internæ diſpoſitiones ad refringendum, ortæ ex variis mineralium tincturis, quas è locis ſubterraneis extrahunt, & exhalationibus varie craſſis & copioſis, quæ ſimul cum vaporibus in altum attolluntur.

XXXVI. *Præ-*

XXXVI. *Prefatorum demonſtratio.*

PROBLEMATIS hujus de refractionis fluidorum menſurâ ſic ſoluti, veritas conſtabit ex oſtenſo, quod refractionis in hoc priſmate, ex aquâ & vitris compoſito, eadem ſit quantitas, quæ foret, ſi vitrum tolleretur, & aqua ſola maneret aere circundata. Sit itaque A B C priſma in fig. 20. confectum ex laminis vitreis A C *f d* & B C *f e* (ut dictum eſt) & aquâ *d f e* repletum. Et concipiatur, quod D E F ſit aqueum priſma, immediate circundatum aere, & omnino ſimile aquæ *d e f* circumcluſæ vitro, ſimiliterque poſitum, & incidant radii paralleli O N, O X in utrumque, quorum alter O N refractus in N, M, L & K tendit ad H; alter vero O X refractus in X & Y tendit ad Z. Dico jam, quod emergentes K H & Y Z erunt paralleli, atque adeo, quod in utroque priſmate, tota refractionum quantitas erit eadem. Etenim in fig. 18. ſi radius *o m* ipſi O N parallelus incidet in vitream laminam A, emergatque in *l k*, notum eſt, quod radius *l k* erit parallelus ipſi *o m*, hoc eſt, ipſis O N & L K; & cum *l k* & L K ſint paralleli, erunt etiam *m l* & M L paralleli. Unde liquet propoſitum, quod quantitas refractionis ex aere in medium quodvis propoſitum ſit eadem, ſive radii immediate ingrediantur iſtud medium ex aere (ut fit ad *o m l*) ſive

prius

prius permeent aliud medium interpoſitum & parallelis planis terminatum, (uti fit ad O N M L) & è contra. Atque idem intellige, cum vice aeris aliud quodpiam adhibetur medium. Quare in fig. 20, cum paralleli radii O X & O N incidant in priſmata D F E & A C B ſimilia & ſimiliter poſita, refractionis quantitas ex aere in aquam erit eadem, ſive radii immediate intrent, ut videre eſt ad D E F, ſive prius permeent lamellam vitream A *d f* C; hoc eſt, radius X Y ſemel refractus erit parallelus M L bis refracto, & ob eandem rationem cum X Y & M L ſint paralleli, radii emergentes Y Z & K H erunt etiam paralleli. Quare, cum radii incidentes & emergentes ſint paralleli, refractio tota priſmatis utriuſque erit eadem. Atque adeo, cum aqueum priſma aeri contiguum, propter aquæ fluiditatem fabricari nequeat, ejus vice liceat adhibere vitreum priſma cum aquâ repletum. Q. E. D.

ET ſic modus generalis, quo refractiones ex aere in quælibet media propoſita determinentur, oſtenſus eſt; facillimus quidem & erroribus minime obnoxius, præſertim ſi angulus priſmatis ſit magnus & exacte cognitus, quadrans magnus & accuratus, & obſervatio facta longe poſt priſma, ubi colores multum dilatati facilius diſtinguuntur. Et præterea, cum refractiones inter aerem & media propoſita ſic experientiis determinantur, indicata eſt regula (§. 32.) quâ mediorum eorundem ſibi ipſis con-

contiguorum refractiones eliciantur. Quod ſatis eſt in gratiam primi caſûs, de refractionibus dimetiendis, cum in eodem quopiam radiorum genere proportio ſinus incidentiæ & refractionis quæritur, oſtendiſſe.

XXXVII. *Radiorum diverſi generis refractiones conferuntur, & maximæ refrangibilitatis differentia inveſtigatur.*

PROSEQUENDUS eſt jam alter caſus, ubi heterogeneorum radiorum refractiones conferendæ ſunt. Quod autem ſinus refractionis cujuſque radiorum generis ſit ad ſinum incidentiæ in datâ quâdam ratione, experiri poſſis dimetiendo refractiones ſingulorum inſigniorum generum, juxta varias obliquitates in medium aliquod refringens ſeorſim incidentium, veluti in aquam (ad fig. 15) in vaſe ſtagnantem, vel in priſmata vitrea, quorum diverſæ ſint quantitates angulorum verticalium. Nam per unum priſma proportiones ſinuum ad ſingula radiorum genera inveſtigare poſſis, prout oſtenditur ad fig. 16, deinde per alia priſmata (vel ejuſdem priſmatis alios ſeu minores ſeu majores angulos) exquirere, an eædem proportiones in aliis obliquitatibus obveniant. Atque ita (obſervationibus accuratiſſime factis) ſimul conſtabit, refractiones cujuſque generis radiorum ſecundum certas rationes ſinuum peragi,

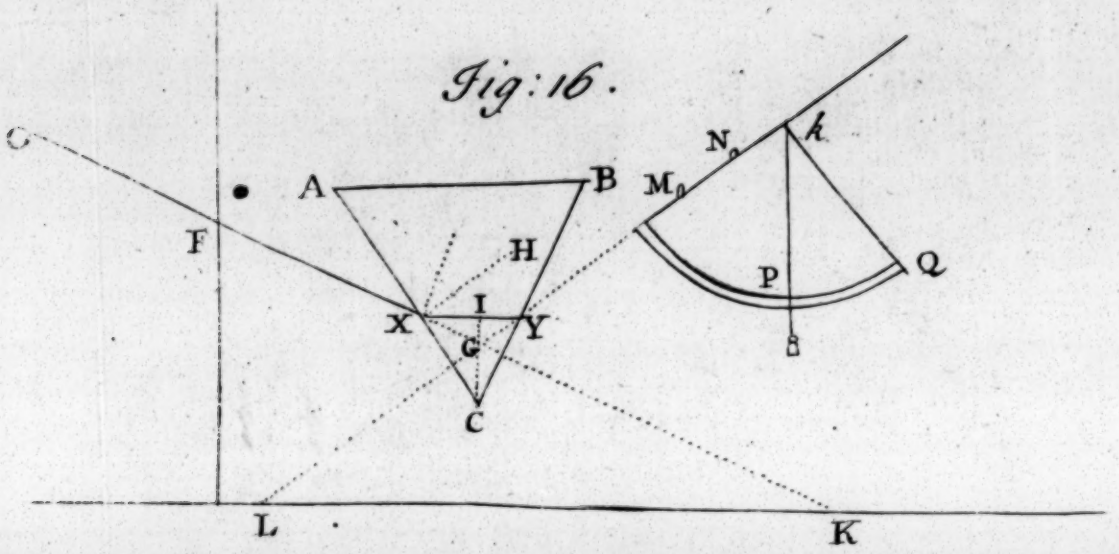
peragi, & iſtorum ſinuum rationes innoteſcent. Impræſentia vero, cum eandem eſſe cujuſque radii refractionem cognoverim, ſive heterogeneis radiis (ut in lumine ſolis nondum refracto) commiſtus incidat, ſive ab heterogeneis prius ſeparetur: oſtendam quomodo per refractionem immediati luminis ſolaris hæ proportiones obtineri poſſint, imprimis determinando proportiones ſinuum refractionis inter ſe reſpectu ejuſdem incidentiæ, ac deinde cum communi ſinu incidentiæ conferendo. Et quoniam de intermediis radiorum generibus facile eſſet judicium ferre, ſi modo refractiones extremorum eſſent cognitæ, ſatisfecero, ſi radios maxime omnium refrangibiles cum minime refrangibilibus comparavero. Itaque in fig. 21. ſit A B C priſma vitreum ita poſitum, ut radii tum ingredientes tum egredientes eandem quantitatem refractionis ut prius patiantur. Dies autem ſeligatur ſplendidus, & cubiculum eſto valde obſcurum, ut colores uſque ad ultima, quæ occupent, ſpatia diſtincte ſatis videri poſſint. Tunc ad diſtantiam viginti pedum aut amplius a priſmate, radii excipiantur in papyrum aliquam directe obverſam, & ſpatii a coloribus illuminati (ut P T) longitudo & latitudo menſuretur. Sic priſmate adhibito, cujus angulus verticalis A C B fuit 63°. 12′, & latitudine foraminis radios intromittentis exiſtente quartâ parte digiti, ad diſtantiam X P vel X T 22 pedum, inveni maximam longitudinem imaginis P T eſſe $13\frac{1}{4}$ dig. circiter, & latitudinem $\frac{21}{32}$, dig.

Jam

LC DE 54

Pag. 56. Tab. 4.

Fig: 16.



K Fig: 17.

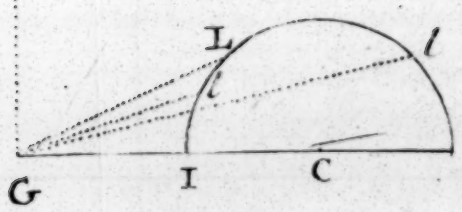


Fig: 19.

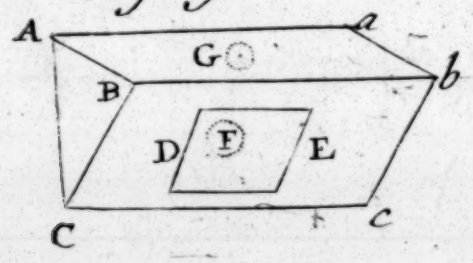
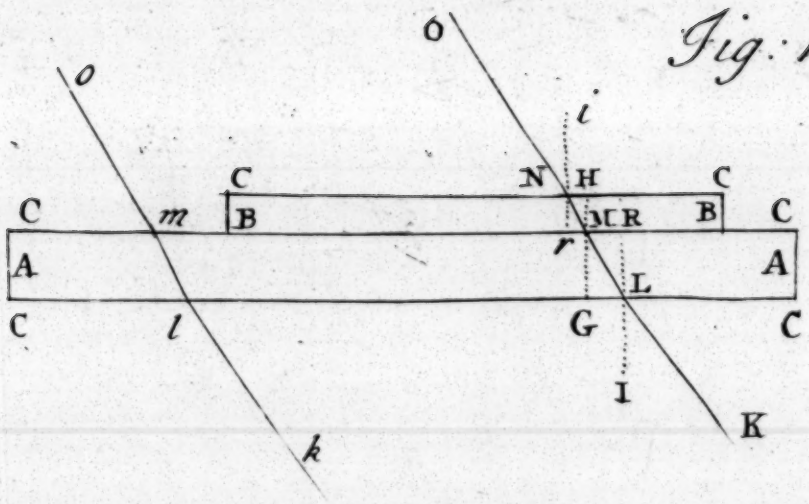


Fig: 18.



12 DE 54

Jam ſi latitudo hujus imaginis ab ejus longitudine ſubtrahatur, manebit $10\frac{1}{8}$ digiti pro longitudine, quam habere debuiſſet, ſi ſolis diſcus (& foraminis F diameter) fuiſſet infinite parvus; hoc eſt, ſi radii adveniſſent omnes in eâdem rectâ O F. Iſta itaque linea $10\frac{1}{8}$ dig. ſubtendit angulum, quem radii duo ſimiliter incidentes per inæqualitatem refractionis conſtituunt, quorum alter maxime omnium ſimiliter incidentium & alter minime omnium refringitur, qui proinde angulus ex calculo reperitur 2°, 18′. Verum, cum angulus iſte binâ refractione ad X & Y conficiatur, & præterea, cum utraque ſupponatur æqualis, calculus ad hoc negotium ſatis accuratus ex unicâ tantum refractione poterit inſtitui, puta quæ conficitur ad latus B C. Etenim, ſi verticalis angulus A C B plano D C biſecetur, & alterum priſmatis dimidium D C B vel D C A concipiatur tolli, refractio ad alterum dimidium facta, radiis oblique incidentibus in A C & perpendiculariter emergentibus e latere D C, vel perpendiculariter incidentibus in latus D C ſecundum unicam lineam quandam X Y & oblique emergentibus e latere B C: Refractio, inquam, ſic ad alterum dimidium facta, foret ſemiſſis refractionis ad integrum priſma, ſi modo unicum quodpiam radiorum mediocriter refrangibilium genus ſpectetur. Quinetiam, ſi cætera omnia radiorum genera ſimul ſpectentur, aſſertio illa, licet non amplius ſit abſolute vera, tamen veritati tam proxime accedet, ut quoad ſenſum

& calculum mechanicum pro verâ habeatur. Quamobrem, cum refractionis utriuſque ad X & Y peractæ computatio geometrica ægrius inſtitui poſſit, iſtud more ad praxin magis accommodato utut mechanico perficere non verebor; confiſus id mihi vitio verti non debere, ſi dum computationes rebus phyſicis adhibeo, minutias, quæ operam moleſte & ſine fructu producerent, miſſas faciam. Refractionem itaque ex unicâ tantum parte priſmatis perpendam, & quoniam omnes radii, demptis mediocriter refrangibilibus, à dimidio A C D bis deberent refringi, & ſemel tantum ab altero dimidio D C B perpendiculariter ingreſſi latus planum D C ſecundum lineam X Y, itaque in dimidio D C B fiat calculus, hoc eſt, ad latus planum B C. Suppoſito quod omnibus radiis ſecundum eandem lineam X Y allapſis, angulus, quem maxime refrangibiles cum minime refrangibilibus, poſtquam refringerentur a latere B C, conſtituerent, foret dimidium anguli P Y T; h. e. 1°, 9′. Jam, cum angulus incidentiæ radii X Y ex præmonſtratis ſit 31°, 36′, & angulus refractionis mediocris 54°, 10′ transferantur hæc omnia in ſchema 22, ponendo quod C B ſit ſuperficies diſterminans medium vitreum verſus A, & aereum verſus F, & quod angulus incidentiæ X Y H ſit 31°, 36′, eritque angulus refractionis R Y F 54°, 10′, & angulus P Y T, 1°, 9′, differentia nempe refractionis inter maxime refrangibiles Y P & minime refrangibiles Y T. Qui angulus a radio Y R mediocriter

diocriter refracto, & confinium cærulei & viridis occupante, biſecatur. Ac proin angulus P Y R vel R Y T erit 34¼ min. dimidium totius P Y T. Adeoque angulus P Y E 54 grad. 44½ min. & angulus T Y E 53 grad. 35½ min. & eorum ſinus P G ac F T erunt 81656 & 80481, quorum proportione ad ſimpliciores numeros redactâ, erit P G ad T F ut 69½ ad 68½ circiter. Ad hunc modum experimenta & calculum cum ſæpius inſtituerim, horum ſinuum proportiones inter terminos 67 ad 66, & 72 ad 71 ſemper obvenerunt, ſed ut plurimum incidi in proportiones 69 ad 68, 69½ ad 68½, & 70 ad 69, quarum tantilla eſt differentia, ut parvi intereſt quænam adhibeatur.

XXXVIII. *Illarum refractionum ſinus ad communem ſinum incidentiæ conferuntur.*

RATIONE ſinuum refractionis pro extremis radiorum ſimiliter incidentium generibus ſic inventâ, eorum computatio ad ſinum incidentiæ ſimul innoteſcit; quippe qui paulo ante inventus eſt 52400, & conferendo hunc 52400 ad ſinus 81656 & 80481, eorum ratio in minoribus numeris reperietur 44½ ad 69½ & 68½, aut 44¼ ad 69 & 68 fere. Refractionibus nempe ex vitro in aere peractis.

XXXIX. *Radiorum, ad oppoſitas partes ejuſdem refringentis ſuperficiei incidentium, ſinus ſunt reciproce proportionales.*

QUOD ſi radii è contra ex aere in vitrum ſimiliter incidant, proportiones ſinuum nullo negotio ex jam inventis eruuntur, utpote quæ ſunt reciprocæ. Sit I communis ſinus incidentiæ è vitro in aerem, P ſinus refractionis maxime refrangibilium radiorum, R mediocriter refrangibilium, & T minime refrangibilium. Dico, quod ex horum reciproce proportionibus; ſi $\frac{1}{I}$ ponatur eſſe ſinus incidentiæ ex aere in vitrum, erit $\frac{1}{P}$ ſinus refractionis maxime refrangibilium radiorum, $\frac{1}{R}$ ſinus refractionis mediocriter refrangibilium, ac $\frac{1}{T}$ minime refrangibilium. Nam cum ſinus incidentiæ radii maxime refrangibilis è vitro in aerem ſit I, & ſinus refractionis P, radii ejus ex aere in vitrum per eaſdem lineas retroacti ſinus incidentiæ erit P, & ſinus refractionis I; ſiquidem jam radius eſt incidens, qui prius fuerit refractus. Eſt ergo ſinus incidentiæ radii maxime refrangibilis, ex aere in vitrum utcunque incidentis, ad ſinum refractionis ut P ad I, hoc eſt (applicando rationes ad P) ut 1 ad $\frac{I}{P}$; hoc eſt (applicando

cando ad I denuo) ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{P}$: Et ſimili argumento conſtabit ejuſmodi ſinus radii mediocriter refrangibilis eſſe ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{R}$, & ſinus minime refrangibilis ut $\frac{1}{I}$ ad $\frac{1}{T}$. Liquet ergo, quod poſito $\frac{1}{I}$ communi ſinu incidentiæ, erunt $\frac{1}{P}$, $\frac{1}{R}$, & $\frac{1}{T}$ ſingulorum generum reſpective ſinus.

XL. *Illuſtratur refractio vitri.*

REM numeris illuſtro. Cum $44\frac{1}{4}$ ad 69 & 68 ſit ratio ſinus communis incidentiæ ad ſinus maxime diſcrepantium refractionum e vitro in aerem, erit ut $\frac{1}{44\frac{1}{4}}$ ad $\frac{1}{69}$ & $\frac{1}{68}$, ſive $\frac{69\times68}{44\frac{1}{4}}$ (= 106 fere) ad 68 & 69. Hoc eſt, pro radiis maxime & minime refrangibilibus, ut 106 ad 68 & 69.

XLI. *E refractionibus extremorum generum facile eſt de intermediis conjecturam facere.*

HISCE ſic determinatis, rationes ſinuum pro radiis intermediis facile determinantur ex cognitis colorum diſtantiis, quas in imagine coloratâ obſervant. Sic radii, qui ad cæruleum paulo magis quam ad flavum

flavum vergunt, cum in mediam imaginem cadant, intermediam rationem ſinuum $44\frac{1}{4}$ ad $68\frac{1}{2}$, vel 106 ad $68\frac{1}{2}$ circiter habebunt, & ſic de aliis.

XLII. *Theoremate oſtenditur, quomodo è refractionibus radiorum heterogeneorum ad vitrum, vel quodvis medium, inter ſe determinatis, poſſunt etiam ad alia qualibet media aeri contigua refractiones, ſine novis experimentorum moleſtiis, inter ſe determinari.*

Ad eundem modum, quo refractiones ad vitrum determinatæ ſunt, id ipſum poſſet fieri ad alia media; ſed e re erit, ut regulam jam oſtendam, quâ refractionum iſtarum menſuræ ex ſinubus earum ſic ad vitrum determinatis, poſſunt determinari ad quodlibet aliud medium propoſitum, idque licet iſtud ſit alii medio quam aeri contiguum. In fig. 23. Sit A B ſuperficies terminans aerem ex parte F, & vitrum ex parte G, ad cujus aliquod punctum X ducatur linea F X G ei perpendiculariter inſiſtens; & præterea concipiatur rectam I X ad angulum I X A infinite parvum duci, ſecundum quam omnes omnium formarum radii ſupponantur incidere, & in X refringi, puta maxime refrangibiles verſus P, mediocriter refrangibiles verſus R, & minime refrangi-

frangibiles verſus T, alioſque intermedios verſus intermedias plagas. Porro ducatur linea quævis G H parallela ad lineam incidentiæ I X, hoc eſt, perpendicularis ad F G, ea vero ſecet radios in punctis P, R & T, a quibus demittantur P C, R D, ac T E perpendiculares ad refringentem ſuperficiem A B. His ad vitrum ſic determinatis ac deſcriptis, ſi quodvis medium in locum vitri jam concipiatur ſubſtitui, cæteris ſtantibus, & radii alicujus mediocriter refrangibilis ſecundum lineam I X incidentis ad X, refractus X *r* ducatur ſecans rectam D R in *r*. Quod fieri ſuppono, ſiquidem modum, quo mediocriter refrangibilium refractiones ad media quælibet inveſtigari poſſunt, antehac expoſui. Dein per punctum *r* ducatur recta *p t* ſecans lineas C P & E T in *p* & *t* perpendiculariter, junganturque *p* X & *t* X. Dico, quod radii maxime refrangibiles ſecundum dictam lineam I X incidentes refringentur in lineam X *p*, & minime refrangibiles in lineam X *t*, radiique cujuſvis ſpeciei, quos vitrum refringebat, ad quodlibet punctum P T, illi ad correſpondens punctum rectæ *p t* per alterum dictum medium refringentur, quod pro vitro ſupponitur ſubſtitui; iſtis punctis linearum P T & *p t* habitis pro correſpondentibus, per quæ recta quævis parallela ipſi D R tranſit. Patet itaque modus, quo refractiones quorumvis radiorum ex aere in quodlibet medium propoſitum, obliquitate maximâ incidentium, determinari poterunt, cognitâ unici tantum

radio-

radiorum generis in iſtud medium refractione; & proportionibus ſinuum ex obliquiſſimâ iſtâ refractione determinatis, eorundem radiorum refractiones dabuntur ad quamlibet aliam datam incidentiam.

XLIII. *De theorematis illius certitudine.*

HUJUS quidem theorematis certitudinem ab experimentis nondum habeo depromptam, ſed cum à veritate vix multum diſcrepare videatur, nihil veritus ſum in preſentiâ gratis aſſumere. Poſthac forte vel experientiâ confirmabo, vel, ſi falſam invenero, corrigam.

XLIV. *De ejuſdem calculo inſtituendo.*

CALCULUM quod attinet, is facile poteſt inſtitui ex hâc proportionalitate, quod ſinus incidentiæ radii IX (hoc eſt, ſinus 90 grad.) ſit ad ſinum refractionis (puta quæ facta ſit in lineam XR) ſicut XR ad RG. Sic ad vitrum, erit XR. RG :: 106. $68\frac{1}{2}$, & XP. PG :: 106. 68, & XT. TG :: 106. 69, & inde deducetur, quod GP. GR. GT :: 39. $39\frac{1}{2}$. 40. Quæ proportiones ſemel inventæ poſſunt in eum finem aſſervari, ut earum ope refractiones ad alia media quam vitra determinentur. Nam quolibet medio propoſito, ſumatur XE = 40, DE = $\frac{1}{2}$, &

& C D = ½, atque perpendicula C P, D R, E T erigantur. Tunc ex datâ ſinuum refractionis radiorum mediocriter refrangibilium proportione, hoc eſt, ex datâ proportione ipſius X *r* ad X D, dabitur punctum *r* & longitudo D *r*, cui æquales ſunt C *p* & E *t*: punctiſque *p* ac *t* ſic datis, dantur rationes ipſarum X *p* & X C, hoc eſt, ſinuum incidentiæ & refractionis pro radiis maxime refrangibilibus, ut & rationes ipſarum X *t* & X E, hoc eſt, ſinuum incidentiæ & refractionis pro radiis minime refrangibilibus. Sic pro ſuperficie aquam & aerem diſterminante, ſinus iſti ſunt ut 68 ad 90 pro minime refrangibilibus, & ut 68 ad 91 pro maxime refrangibilibus proxime.

XLV. *Aliud ad idem peragendum theorema.*

PROPORTIONIBUS linearum X C, X D, & X E ſic inventis, menſura refractionum ex aere in medium quodvis propoſitum, & ad quamlibet incidentiam factarum, per aliud inſuper theorema non inelegans determinari poteſt. In lineâ F X (fig. 24) ad refringens planum A B perpendiculari ſumatur punctum aliquod F, quod lucidum fingatur, ac ducatur quælibet F *d* ſecans A B in *d*, eaque concipiatur eſſe mediocriter refringibilis radius, cujus refractus ex aere in medium propoſitum eſto *d* M, qui

retroductus ſecet F X in *f*. Porro fiat F *d*. F *e* :: X D. X E (:: 39½. 40) & F *d*. F *c* :: X D. X C, (:: 39½. 39,) centroque F & intervallis F *e* & F *c* deſcribantur circuli ſecantes A B in *e* & *c*, junganturque F *e*, F *c*, *f e*, *f g*, & producantur *f e* & *f c* indefinite verſus N & L. Dico jam, ſi radius minime refrangibilis incidat ſecundum lineam F *e*, quod iſte refringetur in lineam *e* N; & ſi maxime refrangibilis incidat ſecundum F *c*, quod iſte refringetur ſecundum *c* L, & ſic radii quorumlibet intermediorum generum manantes a puncto F, & in puncta ſibi correſpondentia inter *c* & *e* incidentes, ita refringentur a medio propoſito, quaſi manaſſent omnes a puncto *f*; iſtis punctis inter C & E atque *c* & *e* habitis pro correſpondentibus, quorum diſtantiæ ab X & F reſpective, ſunt in eâdem ratione cum D X & *d* F. Cujus theorematis demonſtrationi præſternantur duo lemmata ſequentia.

XLVI. *Ad ejus theorematis demonſtrationem,*

LEMMA I.

DUOBUS punctis *c*, *d* in lineâ quâpiam A B (fig. 24.) ſumptis, & aliis duobus *f* & F in ejus perpendiculo F X, junctiſque *f d*, F *d*, *f c* & F *c*, differentia quadratorum a duobus *f d* & F *d* concurrentibus ad

12 DE 54

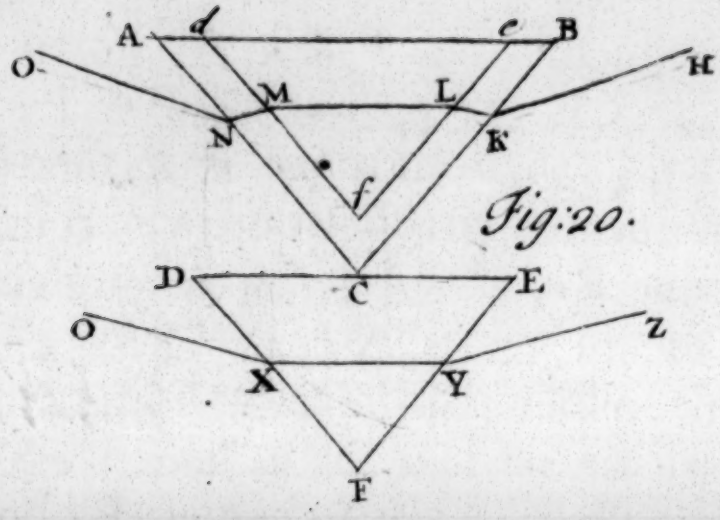


Fig: 20.

Fig: 21.

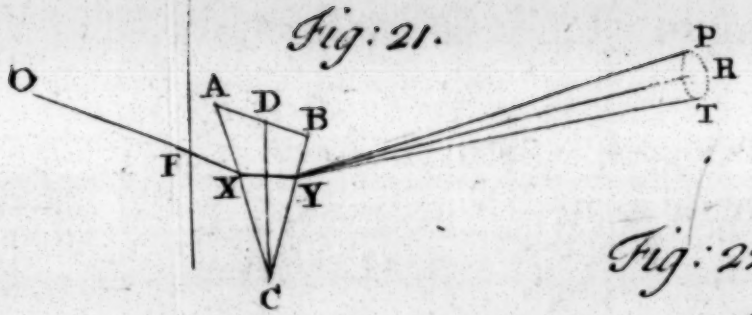
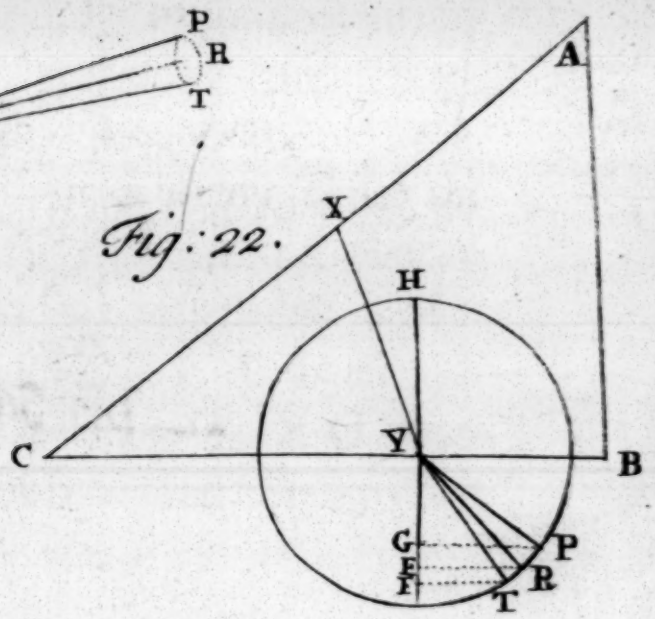


Fig: 22.



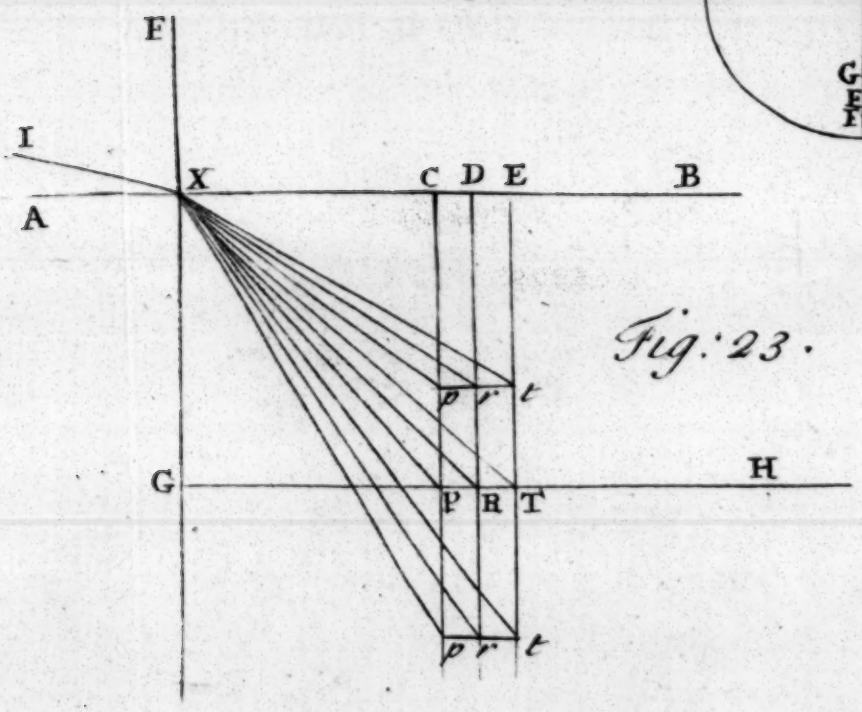


Fig: 23.

12 DE 54

ad *d* æquabitur differentiæ quadratorum ab aliis duobus *f c* & F *c* concurrentibus ad *c*. Nam, cum *f d* q = *f* X q + X *d* q, & F *d* q = F X q + X *d* q, erit differentia *f d* q — F *d* q = *f* X q — F X q, & ob eandem rationem erit differentia *f c* q — F *c* q = *f* X q — F X q. Quare dictæ differentiæ ſic æquales eidem tertio ſunt æquales inter ſe. Q. E. D.

XLVII. LEMMA II.

Si radius aliquis F G (fig. 25.) incidat in ſuperficiem A B & refringatur verſus H, linea G H retrodu&ta ut ſecet perpendiculum F X in *f*, dico, quod *f* G. F G :: ſinus incidentiæ ad ſinum refra&tionis. Et è contra, ſi *f* G. F G :: ſin. incidentiæ ad ſinum refra&tionis, erit *f* G H refra&tus ipſius F G. Etenim ſumatur *f* K = F G, & demittatur K L perpendicularis ad F X; quo fa&to cum angulus G F X æquetur angulo incidentiæ, & angulus G *f* X angulo refra&tionis, erit G X ſinus incidentiæ, & K L ſinus refra&tionis, habito reſpe&tu ad circulum cujus ſemidiameter ſit F G vel *f* K; ſed *f* G. *f* K :: G X. K L, hoc eſt *f* G. F G :: G X. K L. Q. E. D.

XLVIII. *Demonſtratio.*

His præmiſſis theorema propoſitum ſic demonſtratur. In fig. 24. ducatur I X obliquiſſima linea, ſecundum quam radii omnium formarum ex aere ad X incidere ponantur, & in medium propoſitum refringi; maxime refrangibiles verſus *p*, & minime refrangibiles verſus *t*, eoſque lineæ ad puncta D, C & E normaliter erectæ ſecent in punctis *r*, *p* ac *t*, ut explicabatur ad fig. 23. Jam, cum iſtorum radiorum ſinus incidentiæ & refractionis ſtatuantur eſſe ut X *r* ad X D, X *p* ad X C, & X *t* ad X E reſpective, ſi præterea demonſtratum fuerit, quod *f d* ad F *d*, *f c* ad F *c*, & *f e* ad F *e* reſpective ſint in eâdem ratione, (hoc eſt, quod *f d*. F *d* :: X *r*. X D :: ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis radiorum mediocriter refrangibilium, & *f c*. F *c* :: X *p*. X C :: ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis radiorum maxime refrangibilium) conſtabit propoſitum ex lemmate ſecundo. Et mediocriter refrangibiles quod attinet, cum *f d* ſupponatur refractus ipſius F *d*, erit (per lemma ſecundum) *f d* ad F *d* ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis, hoc eſt, ut X *r* ad X D. Sed eadem proportionalitas in cæteris radiorum generibus jam demonſtranda proponitur, puta quod ſit *f c*. F *c* :: X *p*. X C. Scilicet eſt F *c*. F *d* :: X C.

X C. X D, ut & F *d*. *f d* :: X D. X *r* per hypothesin. Quare permutando & connectendo rationes æquales, est F *c*. X C :: F *d*. X D :: *f d*. X *r*, & quadrando F *c* q. X C q :: F *d* q. X D q :: *f d* q. X *r* q, diminuendoque per terminos æqualis rationis, F *c* q. X C q :: *f c* q. C *p* q + X C q (X *p* q), denique terminorum radices extrahendo, permutandoque, est *f c*. F *c* :: X *p*. X C. Quare *f c* sive *c* L est refractus ipsius F *c* per lemma secundum. Q. E. D. Et eodem argumento patebit, quòd *e* N sit refractus radii F *e*. Deque aliis radiis, pro variis refrangibilitatis gradibus intermedia spatia varie occupantibus, idem intelligendum est.

XLIX. *Heterogeneorum refractiones, à superficiebus aeri neutrâ ex parte contiguis, theoremate etiam determinantur.*

DE refractionibus superficierum aeri contiguarum mensurandis hæc satis; quod si desideretur id ipsum ad alias superficies aeri ex parte neutrâ contiguas fieri, sunto (in fig. 26) A B *b* H & *a b n m*, duo quælibet media secundum planam superficiem H *b* contigua & aere circundata, sitque A B planum ipsi H *b* parallelum, & in eo sumatur punctum X, ad quod ducatur X V perpendicularis, & I X obliquissima linea secundum quam (ut jam ante) radii omnium

omnium formarum incidant, & pro gradu refrangibilitatis refringantur ad P, R, & T, aliaque intermedia loca. Horum radiorum, in propoſitam ſuperficiem *a b* ſic incidentium, refractiones jam quærantur, & cum refractiones mediocriter refrangibilium ad quaſlibet ſuperficies fuerint antehac expoſitæ, radii X R ſit refractus R M, & is retroducatur, donec ſecet perpendiculum X V in *f*, & inſuper ducantur *f* P, *f* T, & producantur ad L & N. Dico, quod P L erit refractus ipſius X P, ac T N ipſius X T, atque omnes aliarum formarum radii incidentes inter P ac T ita refringentur, ut poſtea divergant a puncto *f*. Concipiatur enim, quod medium *a b n m* longius verſus *a m* producitur quam medium A B *b* H, ita ut ejus plani *a* H *b* pars inter H & *a* ſit aeri contigua, & ad aliquod in eo punctum F ducatur perpendicularis F *g*, nec non obliquiſſima linea *j* F, ſecundum quam radii omnium formarum incidant, & pro gradu refrangibilitatis refringantur ad *p*, *r*, *t*, locaque intermedia, perinde ut effectum erat ad alterius medii ſuperficiem A B. Præterea ſumatur F D = G R, & ducatur D *r* ipſi F *g* parallela, ut ſecet radium F *r* in *r*, unde *r g* demittatur ad F *g* normalis, alioſque radios F *p* & F *t* ſecans in *p* ac *t*. Jam, cum ſit *g r* = G R, erit etiam *g p* = G P, & *g t* = G T ex oſtenſis ad fig. 23; & inſuper ex oſtenſis ad fig. 18, cum radiorum ſecundum I X & *j* F lineas parallelas incidentium eadem

ſit

ſit refractio in medium *a b n m*, ſive immediate ingrediantur ex aere ſicut fit ad F, ſive prius permeent aliud medium ut A B, *b* H parallelis planis terminatum : ſequitur, quod radii, alterutro modo refracti in dictum medium *a b n m*, ſunt paralleli radiis homogeneis altero modo in idem medium refractis, hoc eſt, quod F *p* ad P L, F *r* ad R M, & F *t* ad T N ſunt paralleli. Quapropter, ſi refracti radii P L, R M ac T N retroducantur, donec ſinguli occurrunt perpendiculo G X, cum eo & baſibus G P, G R ac G T conſtituent triangula ſimilia triangulis *g p* F, *g r* F, & *g t* F, imo & ipſis æqualia, ſiquidem eorum baſes *g p* & G P, *g r* & G R, *g t* & G T ſibimet reſpective ſint æquales. Quare, cum horum triangulorum vertices conveniant ad idem punctum F, illorum etiam vertices ad idem aliquod punctum *f* convenient; hoc eſt, radii P L, R M ac T N, ipſorum X P, X R & X T refracti, divergent omnes ab eodem puncto *f*. Q. E. D.

L. *Theorema illud notis quibuſdam promovetur.*

OSTENSO hoc, ſequentia obveniunt notanda. 1. Quod proportiones ſinuum incidentiæ & refractionis, ad ſuperficiem H *b* factæ, ex his facile deter-

terminantur. Nam pro radiis maxime refrangibilibus *f* T ad X T, &c.

2. HINC ſi proportiones ſinuum refractionis ex aere in duo quælibet media propoſita paribus incidentiis, dentur, proportiones ſinuum refractionis ex altero mediorum in alterum facile dabuntur, dividendo nempe ſinus poſterioris medii per correſpondentes ſinus anterioris. Sic cum refractio fit ex aere in vitrum, dicti ſinus ſunt ut 68, $68\frac{1}{2}$, 69; & cum fit ex aere in aquam, ſunt ut 90, $90\frac{1}{2}$, 91. Ergo cum fit ex aquâ in vitrum erunt ut $\frac{68}{90}$, $\frac{68\frac{1}{2}}{90\frac{1}{2}}$, $\frac{69}{91}$, hoc eſt ut 281, $281\frac{1}{2}$, 282 fere.

3. SI tertium aliquod medium aere denſius poſtponatur medio *a b n m*, contingens illud in ſuperficie *m n*, quæ concipiatur plana ipſiſque A B & *a b* parallela, & ſi radii divergentes a puncto *f* (ſicut modo oſtenſum erat) in illud incidant ad puncta L, M & N; poſtquam in iiſdem refringuntur, divergent rurſus ab alio quodam puncto *x* quod ſitum eſt in perpendiculo X G. Et ſic præterea in infinitum, quotcunque licet media parallelis planis ab invicem diſcreta, ſeſe ordine ſequantur. Quod ſi aer immediate ſuccedat medio *a b n m*, punctum iſtud *x*, a quo emergentes radii tendunt, ſitum erit ad V in ipſâ refringente ſuperficie, propterea quod emergent

gent paralleli ad ſumme obliquam lineam IX, ſecundum quam primum incidebant ex aere, ſi modo emergere dicantur, qui nunquam divaricabant a refringenti ſuperficie.

4. Si radii ab aliquo puncto F, in aere ſito, divergentes, tendant ad puncta *c*, *d*, *e*, eo more quem ad ſchema 24 explicui, & per varia deinde plana refringentia ipſique AB parallela tranſeant, ſemper divergent omnes ab eodem aliquo puncto, quod ſitum eſt in perpendiculo planorum per punctum F tranſeunte, non ſecus quam ſi incidiſſent in planum AB, advenientes in obliquiſſimâ lineâ IX; & longitudines radiorum, punctis refringentibus dictoque perpendiculo interceptorum, ſunt ut ſinus incidentiæ & refractionis ad ſingula plana, quæ reſpiciunt. Quarum aſſertionum demonſtrationes, cum facile eruantur è prædictis, prætermitto, ne nimius in hac re videar.

SECTIO TERTIA.

De Planorum Refractionibus.

POSITIS refractionum legibus radiorum per diverſa media trajectorum, affectiones aliæ jam tradendæ ſunt, & primo refractiones planorum in gratiam doctrinæ de coloribus poſt explicandæ deſcribam, deinde ſphæricarum & aliarum ſuperficierum proprietates enarrabo, tum ut colorum exinde ortorum phænomina detegantur, tum ut inſtrumentorum opticis uſibus inſervientium conſtructio rectius innoteſcat. Imprimis autem plani ſolitarii refractiones, deinde planorum refractiones iteratas conſiderabo.

De plani ſolitarii refractionibus.

QUOD ad radios ejuſdem cujuſcunque generis attinet, paſſiones in Lectionibus Dris. Barrow (his fundamentis, quod radii lucis in ſimilari medio directi ſunt, quod eorum refractio fit in ſuperficie ad medii refringentis ſuperficiem perpendiculari, & quod ſinus incidentiæ perpetuo ſunt proportionales

ſinubus

ſinubus refractionum in aliud medium ſimilare factarum) traduntur, & idcirca ſufficiet aliquas ſub formâ lemmaticarum propoſitionum ſine demonſtrationibus hic recenſuiſſe.

PROP. I.

* *Radii cujuſvis refracti incidens incidentis viciſſim ſit refractus.*

PROP. II.

† *Angulo incidentiæ æquali æqualis, & majori major convenit, tum angulus refractionis, tum refractus, & contra.*

PROP. III.

‖ *Incidentium radiorum refractos exhibere.*

Instantiam in radiis ad medium denſius è rariori divergentibus accipe.

In fig. 27. ſit F punctum radios F R, F *r* alioſque innumeros verſus refringentem ſuperficiem A R ejaculans, ſitque F A radius perpendicularis, quem

* Barrow Lect. Opt. L. iii. Art. 3. † Ibid. Lect. iii. Art. 4. & 6. ‖ Ibid. L. iv. Art. 5.

SECTIO TERTIA.

De Planorum Refractionibus.

POSITIS refractionum legibus radiorum per diverſa media trajectorum, affectiones aliæ jam tradendæ ſunt, & primo refractiones planorum in gratiam doctrinæ de coloribus poſt explicandæ deſcribam, deinde ſphæricarum & aliarum ſuperficierum proprietates enarrabo, tum ut colorum exinde ortorum phænomina detegantur, tum ut inſtrumentorum opticis uſibus inſervientium conſtructio rectius innoteſcat. Imprimis autem plani ſolitarii refractiones, deinde planorum refractiones iteratas conſiderabo.

De plani ſolitarii refractionibus.

QUOD ad radios ejuſdem cujuſcunque generis attinet, paſſiones in Lectionibus Dris. Barrow (his fundamentis, quod radii lucis in ſimilari medio directi ſunt, quod eorum refractio fit in ſuperficie ad medii refringentis ſuperficiem perpendiculari, & quod ſinus incidentiæ perpetuo ſunt proportionales

ſinubus

ſinubus refractionum in aliud medium ſimilare factarum) traduntur, & idcirca ſufficiet aliquas ſub formâ lemmaticarum propoſitionum ſine demonſtrationibus hic recenſuiſſe.

PROP. I.

* *Radii cujuſvis refracti incidens incidentis viciſſim fit refractus.*

PROP. II.

† *Angulo incidentiæ æquali æqualis, & majori major convenit, tum angulus refractionis, tum refractus, & contra.*

PROP. III.

‖ *Incidentium radiorum refractos exhibere.*

Instantiam in radiis ad medium denſius è rariori divergentibus accipe.

In fig. 27. ſit F punctum radios F R, F *r* alioſque innumeros verſus refringentem ſuperficiem A R ejaculans, ſitque F A radius perpendicularis, quem

* Barrow Lect. Opt. L. iii. Art. 3. † Ibid. Lect. iii. Art. 4. & 6. ‖ Ibid. L. iv. Art. 5.

produc ad K, ut ſit A F ad A K, ſicut ſinus refractionis ad ſinum incidentiæ; & ad K erige perpendiculum K L. Quo facto radios quoſlibet incidentes F R, F *r* retrorſum produc, donec præfatæ K L occurrant in L & *l*, & in angulo F A R. inſcribe R D = R L & *r d* = *r l*. Quibus verſus M & *m* productis, habebis refractos radios R M & *r m*, & eâdem ratione refractos quamplurimos confeſtim duces.

PROP. IV.

Radium datæ rectæ parallelum deſignare, cujus refractus per datum punctum tranſibit.

In fig. 28 ſit A B ſuperficies refringens, M punctum datum, & G H recta cui radius incidens debet eſſe parallelus. Et imprimis radii ſecundum G H incidentis duc refractum H I per Prop. 3. eique parallelum age M R, & F R datæ G H parallele ductus erit radius incidens.

PROP. V.

Radium è dato puncto progredientem deſignare, cujus refractus evadet rectæ poſitione datæ parallelus.

12 DE 54

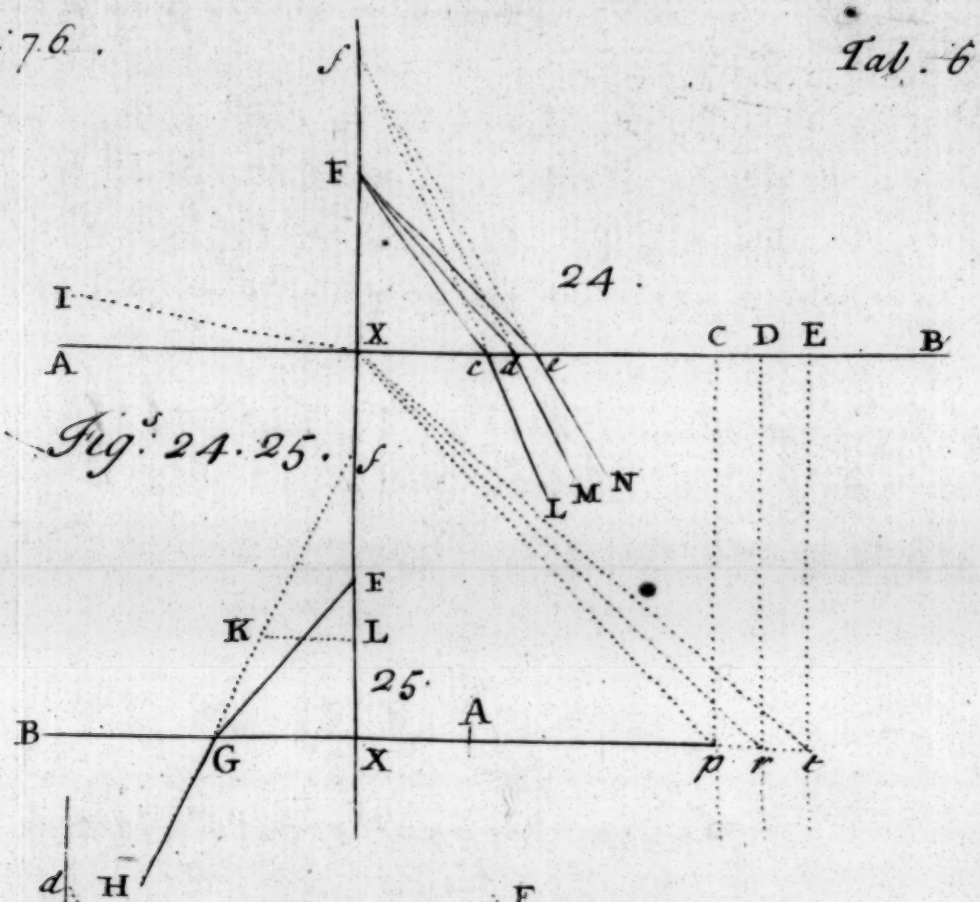


Fig: 24. 25.

Fig: 28.

Fig: 27.

Fig: 26.

ABSOLVITUR ad modum quartæ propoſitionis, denominatione radiorum ſecundum prop. 1. permutatâ.

PROP. VI.

Radium è dato puncto F *progredientem deſignare, cujus refractus per aliud punctum datum* M *tranſibit.*

PER F & M (fig. 29.) ducantur refringenti perpendiculares, & (radio in medium denſius incidente) fiat A E ad A F, ut ſinus incidentiæ ad radicem differentiæ quadratorum a ſinubus incidentiæ & refractionis. Item T ad M I, ut ſinus refractionis ad eandem radicem. Anguloque A I M, per E tranſiens, ipſamque T adæquans, inſcribatur recta R H & connectantur F R, R M; nam ipſæ F R, R M erunt radii quæſiti.

CUM radius incidit in medium rarius, appellatione (ſecundum prop. 1.) commutatâ, abſolvitur ut ante.

CÆTERUM quo pacto data recta angulo recto interſerenda ſit, quæ per punctum datum tranſibit, in Lect. v. Dris. * *Barrow* per hyperbolæ & circuli interſectionem oſtenditur.

* Art. 7. Sed idem D. Barrow hoc fecit generalius & concinnius in Lect. Geom. L. vi. Art. 2.

PROP.

PROP. VII.

† *Radiorum ad planam ſuperficiem divergentium, parallelorum vel convergentium refracti, itidem divergent, paralleli erunt, vel convergent, & e contra.*

PROP. VIII.

Punctum, a quo refracti illi radii divergunt, vel ad quod convergunt, invenire.

CAS. I. CUM radiorum definita ſit inclinatio, duc refractos per prop. 3, 4, 5 vel 6, & interſectionem habebis.

CAS. II. AT cum inclinatio exiſtit quâvis datâ indefinite minor, eodem recidit problema, ac ſi punctum in radio obliquo refracto quæres, quod radiorum alterutrinque jacentium interſectiones diſterminat & intercedit, quodque pro radiationis centro, ſeu loco imaginis reſpectu oculi, per cujus pupilli centrum radius ille tranſigitur, haberi debet; ejus autem inventio ejuſmodi eſt. In fig. 30 ſit D R M refractus cujuſvis incidentis F R N, ſitque F centrum radiationis incidentium, (ſive divergen-

† Barrow Lect. Opt. L. iv. Art. 2. &c.

tium

tium ſive convergentium) radiorum, & F A refringenti normaliter inſiſtens, ſecet R M in D. Jam ab A demitte ad hos radios perpendicula A G & A H; fac eſſe R F. R *f* :: F G. D H, & ipſius R M, aliorumque refractorum proxime R M utrinque jacentium centrum radiationis erit *f*. *

SCHOLIUM. CÆTERUM punctum hoc *f* radiorum in plano F A R jacentium concurſus ſolummodo exiſtit, nam aliorum extra planum F A R jacentium refracti, nec in puncto *f*, nec ullibi omnino radium R *f* ſecabunt, ſi eos ſolummodo excipias, quorum incidentes jacent in ſuperficie conicâ, cujus axis eſt A F, vertex F, & ſemiangulus A F R; utpote qui omnes præfatum R *f* in puncto D ſecabunt, quod in axe F A ſit poſitum. Et hujus itaque R *f* centra radiationis præcipue ſunt duo, alterum *f* a refractis jacentium in plano F A R effectum, & alterum a refractis jacentium in conicis ſuperficiebus axe F A, anguliſque A F R, A D R deſcriptis. Ad reliquos autem radios quod attinet, aliter circa F R quaquaverſum poſitos, eorum refracti maxime appropinquant radio R *f*, alicubi inter D & *f*, adeo ut reſpectu oculi, per cujus pupillæ centrum radius R M tranſit, locus imaginis per totum ſpatium *f* D diffundi debeat: Vel potius, cum ſpatium *f* D ſit unici tantum puncti F imago, debemus unicum ali-

* Vid. Barrow Lect. Opt. L. v. Art. 15. &c.

quod

quod in eo punctum, quod omnis lucis ab eo verſus oculum pergentis meditullium occupet, inter puncta D & *f* in mediâ circiter diſtantiâ interjacens, pro ſenſibili imagine ſtatuere. Puncti vero illius accurata determinatio, cum omnium radiorum ab F verſus oculi pupillam refractorum habenda ſit æſtimatio problema ſolutu difficillimum præbebit, niſi hypotheſi alicui ſaltem veriſimili, ſi non accurate veræ, innitatur aſſertio. Quemadmodum, cum radii æque multi a termino D aliiſque vicinis punctis, ac a termino *f* aliiſque punctis ſimiliter ſibi vicinis, verſus oculum videantur profluere ; locus imaginis ita debet in medio iſtorum terminorum ſtatui, ut angulus, quem radii duo a D & *f* ad idem quodpiam pupillæ punctum convergentes includant, a radio ab illo viſionis loco ad idem pupillæ punctum pergente, quam proxime ſemper biſecetur. Quâ hypotheſi admiſſâ, nihil aliud agendum eſt, quam ut fiat M *f* + M D. M D :: *f* D. D Z, & erit Z locus viſionis puncti F quæſitus, poſito nempe quod M ſit locus oculi. Nam cum ponatur M *f* + M D. M D :: *f* D. D Z, erit diviſim M *f*. M D :: *f* Z. D Z, & proinde ductis tribus lineis a *f*, D, & Z ad M, vel potius ad punctum quodpiam huic M indefinite vicinum ; angulus, quem externæ duæ continent, ab interjacente lineâ (per 3. 6. Elem.) quam proxime ſemper biſecabitur.

His paucis circa radios homogeneos in gratiam ſequentium obiter notatis, ut eorum penitior cognitio habeatur, Lectiones, quas Vir Reverendus Dr. Barrow de iiſdem fuſius compoſuit, conſulendas eſſe hortor; deque heterogeneis ſive diſſimiliter refrangibilibus radiis pergo actutum diſſerere.

PROP. IX.

E radiis diverſi generis, a puncto lucido fluentibus, quorum ſunt incidentes ſibi ipſis viciniſſimi; iſti ſolummodo poſſunt ad focum vel aliud commune punctum refringi, qui jacent in plano per utrumque punctum tranſeunte, & ad planum refringens perpendicolari.

UTPOTE cum radii cujuſque refractio ſemper fiat in plano ad medii refringentis ſuperficiem perpendiculari, & ejuſmodi duo plana per utrumque punctum tranſire nequeant.

PROP. X.

E radiis diverſorum generum a dato puncto fluentibus, quorum refracti ad aliud punctum datum convergunt, illi magis a lineâ rectâ punctis concurſuum, ſive radiationis centris interjacente, divaricant, qui ſunt magis refrangibiles.

SINT F P *f*, F Q *f* (fig. 31.) radii diſſimiles hinc & inde convenientes in F & *f*, & manifeſtum eſt, quod non penitus coincident, quia ſic par eſſet refractio contra hypotheſin. Neque radius magis refrangibilis poteſt eſſe rectæ F *f* propior. Sic enim propter obliquitatem ex parte medii denſioris majorem, major eſſet ejus refractio per prop. 2. & hypotheſin, hoc eſt, angulus F *p f* eſſet minor angulo F Q *f* contra 21. 1. Elem. Reſtat itaque, ut ſit magis refrangibilis F P *f*, qui a rectâ F *f* magis divaricat.

LEMMA. I.

Quatuor lineis G B, G C, G D, G E *(fig. 32.) a dato puncto* G *ad datam lineam* E B *ita ductis, ut ſit* G B. G C :: G D. G E. *Angulus* B G C, *quem minima* G B *cum alterutrâ intermediarum* G C *conſtituit, major eſt quam angulus* D G E *ab alterâ intermediâ* G D *& maximâ* G E *conſtitutus.*

Nam centro G, radio G E, deſcribatur circulus E K, & radius G K ducatur, conſtituens angulum D G K æqualem angulo B G C, & puncta K, D jungantur; eruntque triangula G D K, G C B ſimilia propter æquales angulos ad G, & latera circa illos proportionalia: (6. 6. Elem. & Hypoth.) Nempe G B. G C :: G D. (G E) G K. Quare angulus K D G = ang. C B G. Sed ang. E D G (16. 1. Elem.)

Elem.) > ang. C B G, ergo linea K D > E D (7. 3. Elem.) & ang. K G D > ang. D G E (21. 1. Elem.) hoc eſt, ang. C G B > ang. E G D. Q. E. D.

LEMMA. II.

Poſitis iſtis angulis infinite parvis, ac G A *perpendiculari ad lineam* E B *demiſſâ, erit ang.* E G D. *ang.* C G B :: B A. D A.

A punctis enim B & D ad lineas G C, G E demittantur normalia B R ac D *r*, & erunt anguli præfati ad ſe invicem ut eſt $\frac{D\,r}{D\,G}$ ad $\frac{B\,R}{B\,G}$, ponendo nempe lineas iſtas B R ac D *r* æquipollentes eſſe arcubus infinite parvis, quibus anguli iſti ſubtenduntur. Eſt autem B G. C G :: D G. E G ex hypotheſi, & diviſim B G. C R :: D G. E *r*. Item propter ſimilia triangula B A G, C R B, eſt B A. A G :: C R. B R, & pari ratione E A vel D A. A G :: E *r*. D *r*, ſive A G. D A :: D *r*. E *r*. Quamobrem addendo rationes æquales, eſt B A. A G + A G. D A (:: B A. D A) :: C R. R B + D *r*. E *r* (& permutatis terminis poſteriorum rationum) :: C R. E *r* + D *r*. B R (& æquipollente ratione pro C R. E *r* ſubſtitutâ) :: B G. D G + D *r*. B R (terminiſque ad invicem applicatis) :: $\frac{D\,r}{D\,G}$. $\frac{B\,R}{B\,G}$. Eſt itaque B A. D A :: $\frac{D\,r}{D\,G}$. $\frac{B\,R}{B\,G}$, h. e. ut ang. E G D ad ang. C G B. Q. E. D

PROP. XI.

Heterogeneis radiis ſecundum eandem lineam incidentibus, quo obliquior eſt eorum incidentia, cæteris paribus, eo major erit differentia refractionis.

IN fig. 33. ſit F G linea ſecundum quam duo radii incidunt, quorum unus maxime refrangibilis pergat verſus P, & minime refrangibilis verſus T, eritque angulus P G T differentia refractionis. Item eſto F H linea obliquior quam F G, & ſecundum hanc alii duo ejuſmodi radii incidant, quorum maxime refrangibilis verſus *p*, & minime refrangibilis verſus *t* refringitur, & ſimiliter erit angulus *p* H *t* eorum differentia refractionis. Dico jam, quod ſit angulus *p* H *t* > P G T. Demittatur enim F A ad refringens planum linea normalis, quæ refractos radios retroactos ſecet in D & E, L & M, & ad hanc a puncto G ducantur duæ lineæ G B, G C ipſis H L, H M parallelæ. Jam, cum tres lineæ G F, G D, G E (ex naturâ refractionis ante deſcriptâ § 25, 26 & ſeq.) ſint in ratione datâ, & alteræ tres H F, H L, H M in eâdem ratione, proportionales erunt H L. H M :: G D. G E; ſed eſt H L. H M :: G B. G C propter triangula ſimilia L M H & B C G. Quare G B. G C :: G D. G E, adeoque ang. B G C > ang. D G E per lemma 1, hoc eſt; ang. L H M > ang.

> ang. D G E, ſive ang. *p* H *t* > ang. P G T. Q. E. D.

Cæterum, ut de mutuis angulorum P G T & *p* H *t* (in fig. 33.) proportionibus habeatur plenior determinatio, dico præterea, quod ſunt inter ſe quam proxime ut lineæ A B & A D; ſegmenta nempe baſium triangulorum æquialtorum, quorum alterum E G D conſtituitur a radiis G P ac G T, cum perpendiculo A F concurrentibus, & alterum C G B ſit ſimile triangulo M H L a radiis H *p* & H *t* ſimiliter conſtituto. Nam anguli E G D & C G B, ſi eſſent infinite parvi, forent inter ſe ut A B ad A D per lem. 2. At iſti ex hypotheſi ſunt æquales angulis P G T & *p* H *t*. Quare etiam illi P G T & *p* H *t*, modo eſſent infinite parvi, forent itidem ut A B ad A D; & pari ratione conſtat, quod ſunt quam proxime ut A C ad A E. Scilicet eorum ratio has duas rationes ſemper intercedit, & ideo veritatem adhuc propius aſſequemur adhibendo rationem intermediam. Nempe quod eſt P G T ad *p* H *t* ut A B + A C ad A D + A E, vel ut √ A B × A C ad √ A D × A E proxime.

PROP. XII.

Radios diverſorum generum a dato puncto profluos deſignare, quorum refracti per aliud punctum datum tranſibunt.

Cum

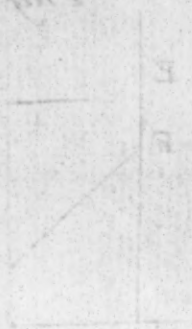
CUM punctorum alterutrum infinite diſtet, ut radii ex eâ parte exiſtent paralleli; res per prop. 4 & 5 abſolvitur, & per prop. 6 cum utrumque infinite diſtat.

SCHOL. E re erit, ut oſtendam, quomodo ex datâ alicujus radii poſitione cæteri omnes expeditius determinentur.

CAS. 1. SINT in fig. 34. F T, F R, F P radii ab F prodeuntes, quorum refracti T O, R M, P R paralleli ſunt futuri. Et radii F T eſto ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis, ſicut I ad T, quemadmodum & radiorum F R & F P ſinus iſti ſicut I ad R & P. Jam ut horum quovis poſitione dato cæteri confeſtim deſignentur, demitte F A refringenti normalem, & in angulo F A T inſcribe T E, T D hâc lege, ut ſit T. R, P :: T F. T E. T D, & ipſis T E, T D age parallelas F R, F P. Dico factum. Scilicet refractis T O, R M cum perpendiculo D A occurrentibus in G & H, erit I. T :: T G. T F; & præterea cum ſit T. R :: T F. T E (hyp.), erit ex æquo I. R :: T G. T E. Sed eſt I. R :: R H. R F, ergo T G. T E :: R H. R F; atque adeo, cum T E & R F parallelæ ſunt (ex hyp.), erunt etiam T G & R H parallelæ. Q. E. O. Deque radii P K paralleliſmo conſimile eſt ratiocinium.

CAS.

12 DE 34



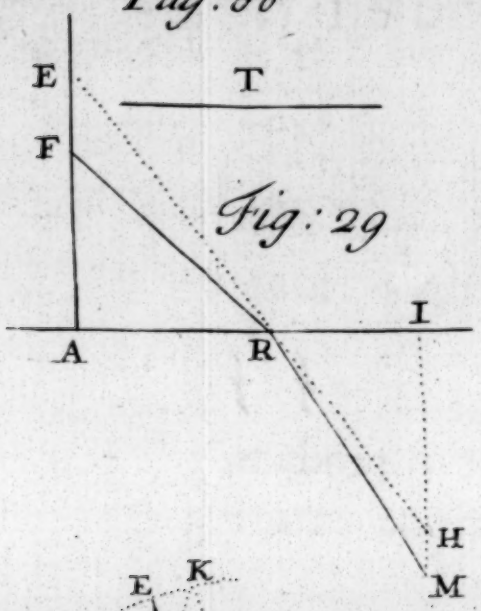


Fig: 29

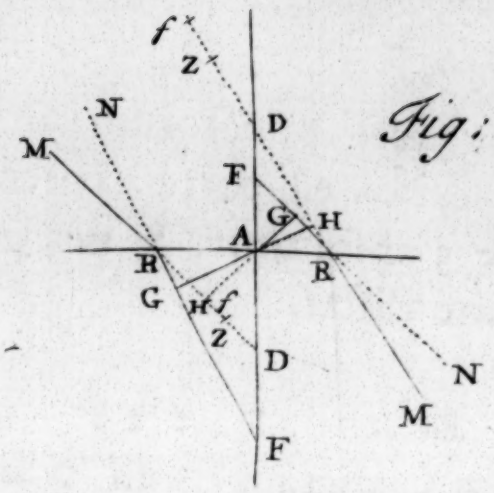


Fig: 30.

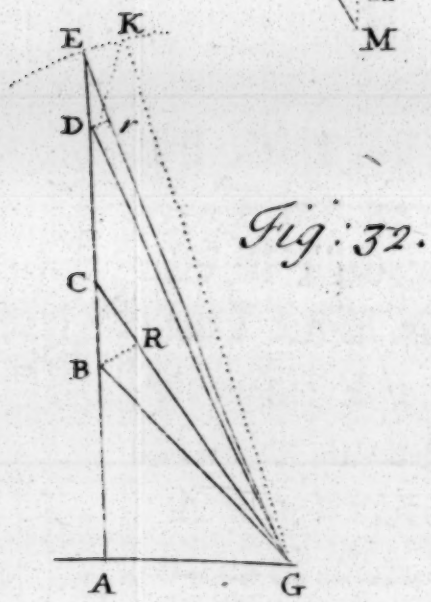


Fig: 32.

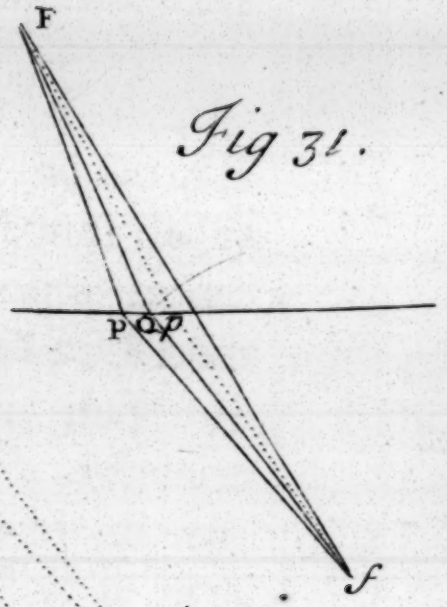


Fig 31.

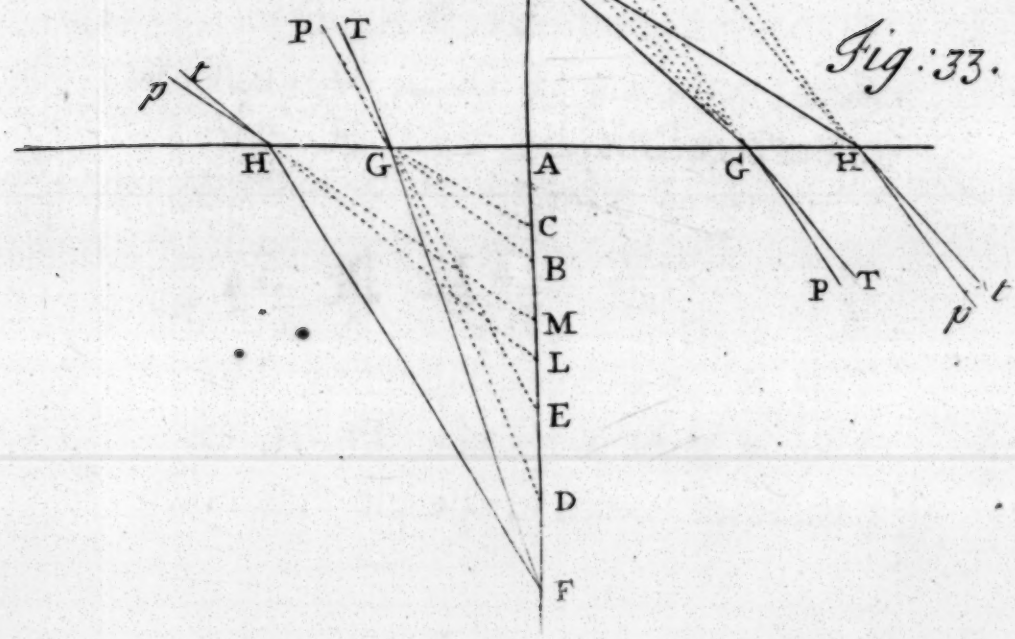


Fig: 33.

CAS. 2. SI parallelis incidentibus refracti ad datum punctum convergant, propositum nihil secus exequaris, ut e prop. patet.

CAS. 3. Denique si divergant incidentes, & refracti convergant, problema solidum est, sed ad planum quodammodo reducitur fingendo differentiam refrangibilitatis infinite parvam esse, quæ cum semper sit admodum exigua, solutionem ex istâ hypothesi haud gravatim exhibebo.

PONE F R X (fig. 35) radium esse positione datum, & radios F P X, F T X (quorum datæ sunt sinuum incidentiæ & refractionis rationes) punctis F & X interserendos esse. Jam alios etiam radios æque refrangibiles ac radios F P, F T finge secundum lineam F R incidere, & refractos eorum R O, R K (ope prop. tertiæ) describe, centraque radiationum Y & Z (per prop. 8.) quære, ac junge Y X ac Z X refringenti occurrentes in P ac T. Dico factum. Nempe F P X, F T X esse radios, quos oportuit designare. Nam, cum ex hypothesi, differentia refrangibilitatis, adeoque distantia punctorum T, R & P, sit indefinite parva, constat homogeneos radios R O, P X sibi mutuo viciniſſimos esse, & inde ab eodem radiationis puncto Y divergere, recte ita determinari radium P X per radii R O centrum radiationis transiturum esse, deque radio T X par est ratio.

VERUM

VERUM enimvero, cum anguli P X T determinatio eo ſpectet, ut noſcatur, quanta ſit objectorum, mediante refractione viſorum, propter inæquabiles abſimilium radiorum refractiones confuſio, perque quantum ſpatium colores inde emergentes extenduntur, quemadmodum pateat concipiendo F eſſe punctum lucidum, quod oculo in X conſtituto per totum angulare ſpatium P X T, quod radiis P X ac T X maxime minimeque omnium refrangibilibus comprehenditur, dilatum ac diffuſum appareat; de magnitudine ejus paucula adjiciam. Finge lineam curvam Y f Z deſcriptam eſſe, in quâ radiationum centra radiorum omnigenorum jacent, ſecundum lineam F R incidentium, & ita refractorum in puncto R, ut per totum angulum K R O divaricent, & iſta curva non male aſſimilabitur objecto lucido, cujus angulus viſibilis, ſive apparens magnitudo, ad oculum in X ſitum, ſit Y X Z, ac diſtantia ab eodem oculo ad meditullium ejus æſtimata f X. Et hinc conſectatur,

1. QUOD (cum rei viſibilis apparens magnitudo pene ſit reciproce ut diſtantia ejus) ſtante puncto F, & puncto X in lineâ R X ubicunque ſumpto, angulus P X T ſive Y X Z pene erit reciproce ut longitudo f X. Et hinc intervallo R X diminuto angulus P X T augetur, ejuſque quantitas in quâlibet puncti X diſtantiâ dabitur, ſi modo data fuerit unquam in quâpiam diſtantiâ.

2. QUIN-

2. QUINETIAM angulo O R K cognito, cognoſcitur angulus quilibet P X T, ſumendo eum in ratione ad O R K, quam habet R *f* ad X *f*; quippe cum Y R Z (cui O R K æquatur) ſit objecti Y *f* Z in diſtantiâ *f* R apparens magnitudo.

3. CUM itaque angulus O R K, pro quâlibet obliquitate radiorum juxta R F incidentium, ſupra in ſchol. ad prop. 11 determinatus habeatur, & punctum *f* haud difficile inveniatur; faciendo juxta prop. 8. ut ſit R F. R *f* :: $\frac{AFq}{RF}$. $\frac{ADq}{RD}$, ſatis conſtat anguli P X T inventio.

4. AT ex abundanti ſubnoto prædictam curvam Y *f* Z, in quâ radiorum omnis generis, in puncto R refractorum, radiationum centra locantur, eſſe ciſſoidem vulgarem ſive Diocleam circulo accommodatam, cujus diameter R E, ſi modo ſit A F q. F R q :: A R. R E. Deſcripto circulo iſto R C E, agatur quævis recta *f* B C normalis ad R E, circuloque in C & curvâ in *f* terminata. Et propter analoga latera ſimilium triangulorum R A D, R B *f*, erit A D q. A R × D R :: B *f* q. B R × *f* R; & applicando poſteriorem rationem ad B R, fiet A D q. A R × D R :: $\frac{Bfq}{BR}$. *f* R, rurſuſque ducendo conſequentes rationum in R *f*, & applicando ad A R,

orietur, AD q. DR × R f :: $\frac{B f q}{BR}$. $\frac{R f q}{AR}$. Eſt autem $\frac{AF q}{FR}$. $\frac{AD q}{DR}$ :: RF. R f ut prius, & conſequentibus in DR & antecedentibus in FR ductis, oritur AF q. AD q :: FR q. DR × R f, & viciſſim AF q. FR q :: AD q. DR × R f. Quamobrem rationes eidem tertiæ congruentes connectendo, habebitur $\frac{B f q}{BR}$. $\frac{R f q}{AR}$ :: AF q. FR q, ducendoque antecedentes rationum in BR, & conſequentes in AR, prodibit B f q. R f q :: AF q × BR. FR q × AR, & inſuper applicando poſteriorem rationem ad AF q, fiet B f q. R f q :: BR. $\frac{FR q \times AR}{AF q}$. Sed cum poſuerim RE. AR :: FR q. AF q, erit $\frac{FR q \times AR}{AF q} = RE$, & proinde B f q. R f q :: BR. RE, ac diviſim B f q. R f q — B f q (BR q) :: BR. BE. Atqui ex naturâ circuli eſt BC media proportionalis inter BR & BE, adeoque eſt BR. BE :: BR q. BC q, & proinde B f q. BR q :: BR q. BC q, ſive B f. BR :: BR. BC, quod indicat curvam eſſe ciſſoidem, ſicut oſtendendum propoſui.

REFRACTIONIBUS ad ſuperficiem, data duo media diſterminantem, tranſactis, ad explorandum quid, ex auctâ alterius medii raritate vel denſitate, conſe-

conſequitur, ſive ad diverſorum mediorum effectus inter ſe conferendum, jam animum adjicio.

LEMMA III.

Si a duobus punctis D, G *(fig. 36) in lineâ quâpiam* AD *ſitis, ad alia duo puncta* L, N *in ejus perpendiculo ſita, ducantur quatuor rectæ* DN, DL, GN, GL, *ratio ductarum ad punctum remotius* N *magis accedit ad æqualitatem, quam ratio ductarum ad vicinius punctum* L, *ſive eſt* GN. DN > GL. DL.

Sit enim GN. DN :: GL. R, & erit GNq. DNq :: GLq. Rq :: GNq — GLq. DNq — Rq. Quare, cum ſit DN > GN, ſive DNq > GNq, erit DNq — Rq > GNq — GLq. Verum eſt GNq — GLq = DNq — DLq (§. 46.) & ideo DNq — Rq > DNq — DLq, hoc eſt DLq > Rq, ſive DL > R. Atque adeo, cum ſupponatur GN. DN :: GL. R, erit GN. DN > GL. DL. Q. E. D.

PROP. XIII.

Poſito radiorum diverſi generis communi ſinu incidentiæ, quo magis diverſa eſt mediorum denſitas, eo major erit inæqualitas rationis ſinuum refractionis.

IN fig. 37. ſit F *c* radius e minime refrangibilibus utcunque in ſuperficiem A *c* incidentibus, ſitque refractus ejus *c l*, qui retroactus ſecet perpendiculum F A in *f*. Dein capiatur A *e*, ut ſit F *e* ad F *c* in datâ quâdam ratione, qualem antea deſcripſimus, (§. 44, 45 & 49.) hâc ſcilicet conditione, ut habito F *e* pro radio maxime refrangibili, refractus ejus ab eodem puncto *f* divergat. Facto hoc, ſi pro poſteriori medio aliud utcunque denſum rarumve ſubſtituatur, ejuſmodi duo radii ſecundum eaſdem rectas F *e*, F *c* incidentes, ſemper debent ita refringi, ut ab eodem aliquo perpendiculi iſtius puncto ſimiliter divergant, (§. 45 & 46.) quemadmodum a *g* verſus l & n; poſito quod hoc medium poſterius ſit denſitatis ab anteriori magis diverſæ, quam alterum poſterius medium, quod efficiebat divergentes a *f*. Oſtendendum eſt itaque, quod major ſit inæqualitas rationis ſinuum refractionis in poſteriori quam in priori caſu. Scilicet radii F *c l* ſinus incidentiæ eſt ad ſinum refractionis ut *f c* ad F *c*, hoc eſt, ut 1 ad $\frac{F\,c}{f\,c}$. Et ſic radii F *e n* ſunt ut 1 ad $\frac{F\,e}{f\,e}$, quare ſinus refractionum eorundem radiorum ſunt inter ſe ut $\frac{F\,c}{f\,c}$ ad $\frac{F\,e}{f\,e}$. Et ſimili diſcurſu conſtabit, quod radiorum *c* l, *e* n, refractorum conſimiles refractionum ſinus ſunt ut $\frac{F\,c}{g\,c}$ ad $\frac{F\,e}{g\,e}$. Reſtat itaque probandum,

12 DE 54

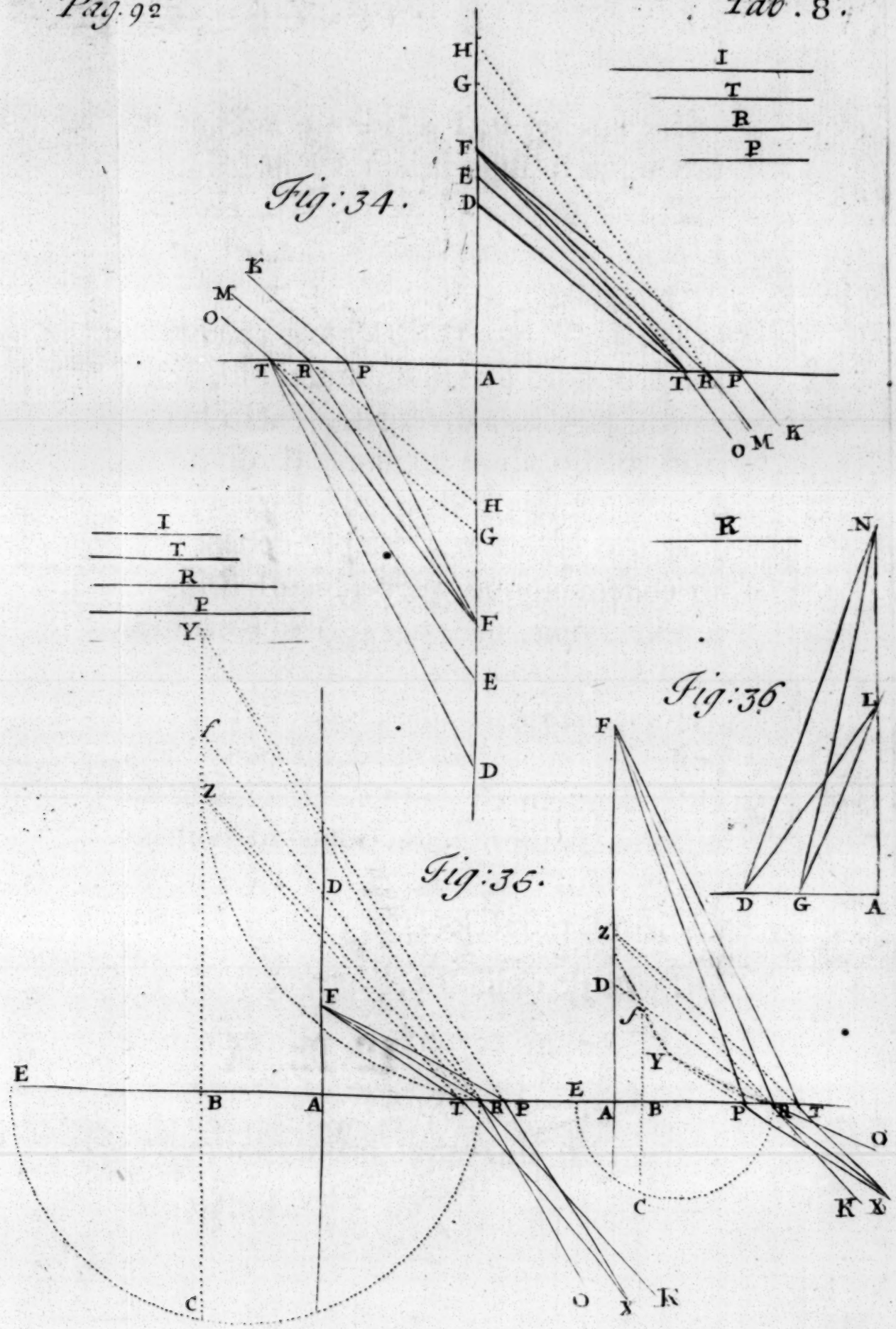


Fig: 34.

Fig: 35.

Fig: 36

Fig: 37.

dum, quod inter $\frac{Fc}{gc}$ & $\frac{Fe}{ge}$ major ſit diſproportio quam inter $\frac{Fc}{fc}$ & $\frac{Fe}{fe}$; hoc eſt (cum ſit $\frac{Fe}{fe} > \frac{Fc}{gc}$ per lem. 3) probandum reſtat, quod ſit $\frac{Fe}{ge} \cdot \frac{Fc}{gc} > \frac{Fe}{fe} \cdot \frac{Fc}{fc}$. Scilicet eſt $ge \cdot fe < gc \cdot fc$, per lem. 3, & ſumendo reciproca rationum, erit $\frac{1}{ge} \cdot \frac{1}{fe} > \frac{1}{gc} \cdot \frac{1}{fc}$; ducendoque priorem rationem in Fe, & poſteriorem in Fc, orietur $\frac{Fe}{ge} \cdot \frac{Fe}{fe} > \frac{Fc}{gc} \cdot \frac{Fc}{fc}$, & viciſſim $\frac{Fe}{ge} \cdot \frac{Fc}{gc} > \frac{Fe}{fe} \cdot \frac{Fc}{fc}$. Q. E. D.

SCHOL. Demonſtratio perinde ſe habet in literis majuſculis (quibus refractiones deſignavi cum poſterius medium ſit anteriori rarius) ſi modo vice ſigni $>$ ubique ſubintelligatur ſignum $<$, & $>$ vice $<$. Notabis inſuper, quod in hâc poſui denſitatem poſterioris tantum medii variatam eſſe, ſed eodem recidit, ſi anteriora media ſucceſſive varia adhiberi, poſteriori non mutato, ſive quod tantundem eſt, ſi refractiones e poſteriori medio in anterius viciſſim peragi concipias. Siquidem radiis in ſuperficiem alterutrinque incidentibus conſimiles ſunt ſinuum rationes. Cæterum de exactâ horum ſinuum pro quibuſlibet propoſitis mediis ratione inveſtigandâ diſſerui ante, & propoſitionem haud attigiſſem, ſi non exigiſſet prop. 15. mox tradenda.

LEM-

LEMMA IV.

Centro A, *diſtantiâ quâvis* A D, *in fig.* 38. *deſcribatur circulus* D G *g*; *deinde centro quolibet* C, *diſtantiâ* A C, *deſcribatur alius circulus ſecans rectam* A D *in* B, *& circulum prius deſcriptum in* G. *Tum arcus* B G *biſecetur in* F, *&* F K *demittatur ad* B D *perpendicularis. His ita conſtitutis, dico, quod* F K *ſic perpendiculariter demiſſa dictam* B D *biſecabit.*

JUNCTIS enim A F, A G, B F, F G & F D. In triangulis A F G & A F D anguli ad A ſunt æquales propter æquales arcus B F, F G, quibus ſubtenduntur; item latera circa iſtos angulos A D & A G ſunt æqualia, quippe radii ejuſdem circuli; & aliud latus A F habent commune, quare etiam tertia latera F G & F D ſunt æqualia. Sed eſt B F æqualis F G propter æqualitatem arcuum, quos ſubtendunt, adeoque FB = F D, & triangulum F K B = triangulo F K D, & inde B K = K D.

COROL. 1. HINC recta K F, quæ ſubjectam ipſi B D biſecat, eique inſiſtat normaliter, biſecabit etiam arcus B G, circulorum omnium per data duo puncta A & B tranſeuntium, & alicubi in G ſecantium datum circulum D G centro A intervallo A G deſcrip-

deſcriptum. Imo & biſecabit arcus B G *g* in altero interſectionis puncto *f*.

COROL. 2. IDEM eveniet, cum A & B coincidunt, hoc eſt, cum circuli A F G tangunt rectam A D in puncto A B. Poteſt etiam B ſumi ad alteras partes ipſius A. In tranſcurſu etiam notetur, quod anguli B F K, B G D, quos circulus A B F cum rectâ F K & arcu G D efficit, ſint æquales.

LEMMA V.

Lineis quatuor A *b*, A B, A *c*, A G *(fig 39) circulo alicui ab eodem circumferentiæ puncto ita inſcriptis, ut ſit* A *b*, A B :: A *c*. A G, *quorum omnium* A *b ſit minima : Dico angulum* B A G *majorem eſſe angulo b* A *c*.

DESCRIBATUR enim alius circulus A B *g*, ſecans priorem in punctis A & B, cujus diameter ſit ad ejus A B G diametrum ſicut A B ad A *b*, centris utriſque ad eaſdem partes ipſius A B jacentibus. Dein centro A, diſtantiâ A G, deſcribe tertium circulum G H, ſecundo occurrentem in *g*, & iſtud *g* ex conſtructione jacebit alicubi inter G & H; atque adeo, ſi A *g* ducatur, erit angulus B A G major angulo B A *g*. Eſt autem angulus B A *g* = angulo *b* A *c*, propterea quod A B & A *g* ſimiliter inſcripta ſunt circulo A B *g*, ac A *b* & A *c* ipſi A *b c*, habentes nempe

nempe eaſdem rationes & inter ſe, (A *b*. A *c* :: A B. A G vel A *g*) & ad diametros circulorum, quibus inſcribuntur. Cum ergo ſit B A G > B A *g* = *b* A *c*, erit B A G > *b* A *c*. Q. E. D.

COROL. 1. HINC in eodem quovis radiorum genere, quo major eſt refractio, eo major erit angulus refractus. In fig. 27. ubi eſt F R. R D :: F *r*. *r d*, erit angulus F *r d* > ang. F R D.

COROL. 2. HINC etiam ſi ſit A G. A B > A *c*. A *b*, multo magis erit angulus B A G > *b* A *c*. Hoc eſt in genere, quo majores ſunt ſubtenſæ, & ſimul, quo major eſt inæqualitas rationis earum, eo major erit differentia angulorum, quos ſubtendunt. Atque idem de ſinubus & eorum angulis, utpote ſubtenſarum & eorum angulorum dimidiis, intellige.

LEMMA. VI.

Inſuper ſi arcus c d ipſi b c capiatur æqualis, & A D *inſcribatur circulo* A B D, *quæ ſit ad* A *d ſicut* A G *ad* A *c*; *cæteris ſtantibus, dico, quod arcus* D G *erit arcu* G B *major*.

NAM centro A, radio A D deſcribe circulum D K E, circulo A B *g* occurrentem in K, & rectæ A B in E, & A K ducatur. Jam cum A K, A g & A B circulo A B *g* K ſimiliter inſcribantur, atque A *d*,

A *d*, A *c* & A *b* ipſi A *b c*, erit arcus *g* K = arcui B *g*; quare demiſſâ *g* L ad B E perpendiculari, & productâ donec ſecet arcum B D in F, iſta *g* L per lem. 4. biſecabit tum rectam B E, tum arcum D B. At quoniam *g* F ex conſtructione jacet extra circulum *g* G, punctum F cadet inter G & D. Quare D G > D F, ſive > F B, & multo magis > G B. Q. E. D.

COROL. 1. HINC, ſi arcus *b d* non tantum duabus ſed quotcunque partibus æqualibus conſtet, correſpondentes partes arcus *b* D, a termino *b* ad terminum D, ſeſe gradatim ſuperabunt longitudine. Adeoque ſi arcus *b c* ad arcum *c d* habeat quamcunque rationem commenſurabilem, erit arcus G D. arc. B G > arc. *c d.* arc. *b c*, ſiquidem numerus æqualium partium menſurantium arcus *b c* & *c d*, correſpondent conſimili numero partium inæqualium conſtituentium arcus B G ac G D, quarum illæ in G D ſunt omnes parte maximâ ipſius B G majores. Quinetiam, ſi *b c* ad *c d* habeat quamcunque rationem incommenſurabilem, erit itidem G D. B G > *c d*. *b c*. Nam rationum ſimilitudines, quæ quantitatibus commenſurabilibus conveniunt indefinite, eo nomine conveniunt etiam incommenſurabilibus ſimiliter affectis, quemadmodum ex Euclideâ definitione ſimilium rationum oſtendi poteſt. Sed facilius deprehenditur imaginando quantitates, quas vocant incommenſurabiles, poſſe numerari per partes inde-

finite parvas, & ſic ad naturam commenſurabilium, præſertim quoad rationum habitudines, quodammodo reduci.

CONCIPIAS itaque arcum *bc* in æquales & indefinite multas partes dividi, & ejuſmodi tot ſumi, quæ minus quam unâ parte (hoc eſt, indefinite parum) differunt ab arcu *cd*, atque adeo ipſi pro more conſueto cenſeantur æquales; concipe etiam B D in partes æquales, ut ante definivi, correſpondentes partibus ipſius *bd* dividi, & propter tot inæquales partes, majores quidem in G D & minores in B G, quot ſunt æquales in *cd* & *bc*; erit G D. B G > *cd*. *bc*.

COROL. 2. HINC præterea componendo ſequitur, eſſe B D. B G > *bd*. *bc*, nec non G D. B D > *cd*. *bd*.

COROL. 3. CONSECTATUR denique, quod ductis utcunque partibus ſubtenſis A *b*, A *c*, A *d*, A *e* in fig. 40, & aliis quatuor A B, A G, A D, A E, quarum ſingulæ ad priorum ſingulas eandem rationem obſervant, (nempe A B. A *b* :: A G. A *c* :: A D. A *d* :: A E. A *e*,) ſi A E ſit omnium maxima, & A *b* minima, erit arcus E D. arc. G B > arc. *ed*. arc. *cb*. Nam per corol. 1. hujus, eſt E D. D G > *ed*. *dc*, & D G. G B > *dc*. *cb*, & multo magis E D. G B > *ed*. *cb*. Haud ſecus patet eſſe arcum

arcum E G. arc. D B > arc. *e c.* arc. *d b*, ſcilicet ex corol. 2. hujus eſt E G. D G > *e c. d c*, ac D G. D B > *d c. d b*, & multo magis E G. D B > *e c. d b.* Denique, quæ de ſubtenſis & earum arcubus dicta ſunt, poſſunt etiam de ſinubus & eorum arcubus intelligi.

PROP. XIV.

Heterogeneis radiis e denſiori medio in rarius ſecundum eandem datam lineam in ſuperficiem poſitione datam incidentibus, quo rarius ſit medium, in quod radii refranguntur, eo major erit differentia refractionis.

SIT in fig. 41. F L linea, ſecundum quam duo radii incidunt in ſuperficiem A L, quorum maxime refrangibilis refringatur ad P, & minime refrangibilis ad T. Dico, quod, ſi medium rarius foret adhuc magis rarum, ut refringeret maxime refrangibilem radium ad *p*, & minime refrangibilem ad *t*, tunc angulus *p* L *t* foret major angulo P L T. Demittatur enim F A ad refringentem ſuperficiem normalis, quæ ſecet refractos radios retrorſum ductos in G, C, D & E. Deinde in refringente ſuperficie quæratur tale punctum N, ut ſit F N. D N :: F L, E L, ac D N productus erit refractus radii minime refrangibilis, incidentis ab F ad N, (§. 47.) Jam, cum talis ſupponatur poſitio F L & F N, ut radii

maxime refrangibilis ſecundum F L & minime refrangibilis ſecundum F N incidentis, refracti D L ac D N divergant a puncto D, quod ſitum eſt in perpendiculo F A, eâ de cauſâ, licet raritas medii, in quod refractio peragitur, foret alia quam ſupponitur, tamen ejuſmodi radiorum ſecundum eaſdem lineas F N & F L incidentium refracti ſemper divergerent ab aliquo puncto, quod in eâdem F A ſit poſitum, quemadmodum in præcedentibus oſtenſum eſt; (§. 49.) ſic cum raritas dicti medii talis eſſe ſupponitur, ut maxime refrangibilis radius ſecundum F L incidens refringatur a puncto quopiam G; tunc minime refrangibilis ſecundum F N incidens refringetur ab eodem G. Sed, cum maxime refrangibilis radius ſupponebatur a puncto G refringi, tunc etiam minime refrangibilis ſecundum eandem lineam F L incidens ſupponebatur refringi a puncto C. Quare eſt G N. F N :: C L. F L, (§. 25 & 47.) & præterea, cum antea poſuerim eſſe F N. D N :: F L. E L, ex æquo erit G N. D N :: C L. E L. Sed per lemma 3. eſt G N. D N > G L. D L, adeoque C L. E L > G L. D L. Quare, ſi linea quædam B L ita ducatur, ut ſit C L. E L :: B L. D L, erit D L > G L propter majorem rationem, quam habet ad D L; & inſuper erit C L major B L, eo quod ſit E L > D L, & proinde punctum B cadet inter G & C, eritque angulus G L C > ang. B L C; cum vero ſit C L, E L :: B L. D L, aut viciſſim B L. C L :: D L. E L, erit angulus B L C major angulo D L E

(lem.

(lem. 1.) & multo magis ang. GLC > DLE. Q. E D.

PROP. XV.

Heterogeneis radiis e medio denſiori in rarius ſecundum eandem datam lineam in ſuperficiem poſitione datam incidentibus, quo denſius eſt medium, e quo radii incidunt, eo major erit differentia refractionis.

SCILICET (propter majores refractiones) eo majores erunt ſinus refractionum reſpectu dati circuli, ad quem referuntur, & ſimul eo major erit inæqualitas rationis iſtorum ſinuum per prop. 13, adeoque eo major erit differentia angulorum, quos ſubtendunt per corol. 2. ad lem. 5, hoc eſt, eo major differentia refractionis. Q. E. D.

PROP. XVI.

Heterogeneis radiis e medio rariori in denſius ſecundum eandem datam lineam in ſuperficiem poſitione datam incidentibus, quo rarius eſt medium, e quo radii incidunt, eo major erit differentia refractionis.

SIT A D (fig. 42.) ſuperficies, in quam duo radii ſecundum eandem lineam datam I X incidunt, quorum

rum alter maxime refrangibilis refrangatur ad P, & alter minime refrangibilis ad T. Dico, quod, ſi medium, ex quo radii incidunt, foret adhuc rarius, ut dictos radios adhuc magis refringeret, puta maxime refrangibilem verſus *p*, & minime refrangibilem verſus *t*, tum *p* X *t* major angulus evaderet, quam P X *t*. Id quod gradatim ſic demonſtro.

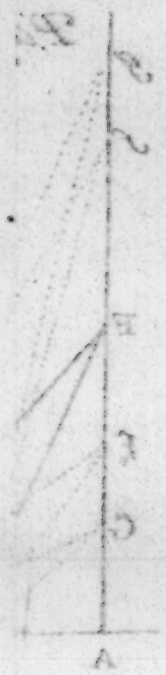
CAS. 1. PONAMUS primo, quod recta I X, ſecundum quam radii incidunt, ſit ad refringentem ſuperficiem obliquiſſima, ac ducatur quælibet recta P D eidem ſuperficiei normaliter inſiſtens in D, & ſecans refractos radios in punctis T, P, *t*, *p*, & I X producatur donec iſtam P D ſecet in *f*; tum in lineâ A D quæratur punctum quoddam B hâc lege, ut ductis B*f*, B P, fiat X *f*. X T :: B*f*, B P. Liquet ergo, quod, ſi minime refrangibilis radius incidat in B verſus *f* tendens, is debet verſus P refringi; quippe cum ex hypotheſi ſit B P. B*f* : : X T. X*f*, hoc eſt, ſinus incidentiæ ejus & refractionis, ſicut ſinus incidentiæ & refractionis alterius minime refrangibilis radii I X*f*. Quamobrem, ſi ſupponamus hoſce radios retrocedere, alterum nempe e minime refrangibilibus a T ad X, & alterum a P ad B, & maxime refrangibilem a P ad X, eorum omnium refracti tendunt a puncto *f*; ſiquidem notum eſt theorema, quod radii ſecundum refractum ejus retro incidentis, incidens viciſſim ſit refractus. Jam, cum radii

dii difformes P B, P X, ab eodem puncto P manantes, refringantur ab eodem *f*, quod ſitum eſt in perpendiculo P D, proportione inter P X & P B ſemel cognitâ, ſi ab alio quovis ejuſdem perpendiculi puncto ad refringentem ſuperficiem duæ ducantur lineæ eandem rationem habentes, hoc eſt, una deſignans maxime refrangibilem radium ſit ad alteram, quæ deſignat minime refrangibilem radium, ut P X ad P B: tunc iſtorum refracti (ex ante demonſtratis §. 45) divergent ab aliquo etiam puncto, quod ſitum eſt in eodem perpendiculo P D, utcunque medium ex parte radii I X ſupponatur rarum, dummodo mediorum alterum ex parte radii P X eandem denſitatem retineat. Quemadmodum, ſi maxime refrangibilis radius incidat ſecundum *p* X & refringatur a *f*, medio ſcilicet verſus I X jam poſito rariori quam ante, tum recta *p b* ſic ducta, ut ſit P X B P :: *p* X. *p b*, radius etiam minime refrangibilis *p b* refringeretur ab eodem *f*. Unde ſequitur eſſe *p b* ad *f b* ſicut ſinus incidentiæ radiorum minime refrangibilium ad ſinum refractionis, §. 47. Aſt in ratione iſtorum ſinuum eſt etiam *t* X ad *f* X, eo quod inflexa I X *t* deſignet radium æqualiter refrangibilem, cujus pars I X producta tranſit per idem *f*. Quare eſt *p b*. *f b* :: *t* X. *f* X. Cum vero radius I X ſupponatur eſſe ad refringentem ſuperficiem ſumme obliquus, ſive in angulo infinite parvo inclinatus, adeo ut recta D *f* pro infinite parvâ ſeu nullâ haberi debeat, ſequitur eſſe D X = X *f*, D B = B *f*,

B *f*, ac D *b* = *b f*: quos valores pro X *f*, B *f* & *b f* ſubſtituendo in ſupra recenſitas proportiones B P. B *f* :: T X. X *f*, & *p b*. *f b* :: *t* X. *f* X, emergent B P. B D :: X T. X D, & *p b*. D *b* :: *t* X. D X. Ex quibus pateat rectas B P ad X T, & *b p* ad X *t* parallelas eſſe, anguloſque B P X ad P X T, & *b p* X ad *p* X *t* æquales. Sed ex hypotheſi eſt P X. B P :: *p* X. *p b*, & proinde ang. *b p* X > ang. B P X per corol. 1, lem. 5, hoc eſt, ang. *p* X *t* > ang. P X T. Q. E D.

CAS. 2. INCIDENTIBUS vero radiis, angulum definite magnum cum refringente ſuperficie conſtituentibus, propoſitum ſic patebit. Sit H X (fig. 43.) recta, ſecundum quam incidunt, & cum e medio minus raro adveniunt, ſit X M minime refractus, & X N maxime refractus. Cum vero adveniunt e magis raro, ſit X *m* minime refractus & X *n* maxime refractus. Adhibeantur etiam obliquiſſimi incidentes radii I X cum eorum refractis X T, X P, X *t* & X *p*, quales jam deſcripſimus. Ita ſcilicet, ut, cum tanta ſit anterioris medii raritas, ut radios H X incurvari verſus M & N faciat, tunc etiam conſimiles radios I X incurvet verſus T & P. Cum vero tanto major ſit ejus raritas, ut illos cogat verſus *m* & *n*, tunc hoſce ſimul cogat verſus *t* & *p*. Sit inſuper A P D circulus centro X & intervallo quolibet A X deſcriptus, qui ſecet hoſce refractos radios in T, P, M, N, *t*, *p*, *m*, *n*, a quibus ad perpendiculum B X demitta-

12 DE 54


A
C
H


A
C
B
D
E

Fig: 38

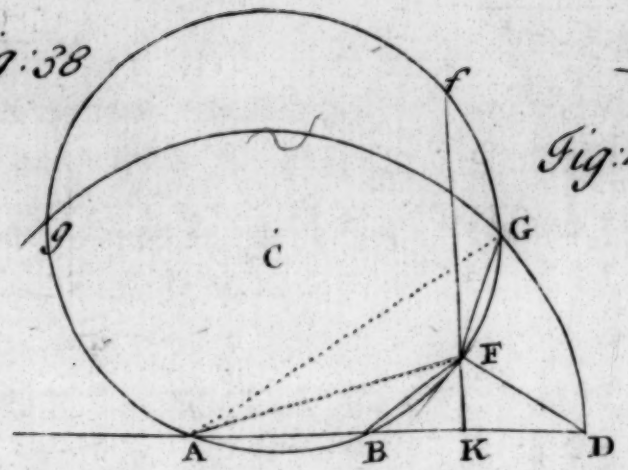
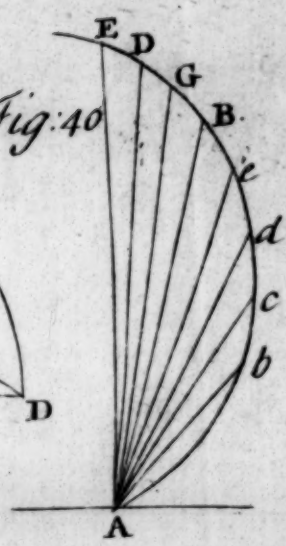


Fig: 40



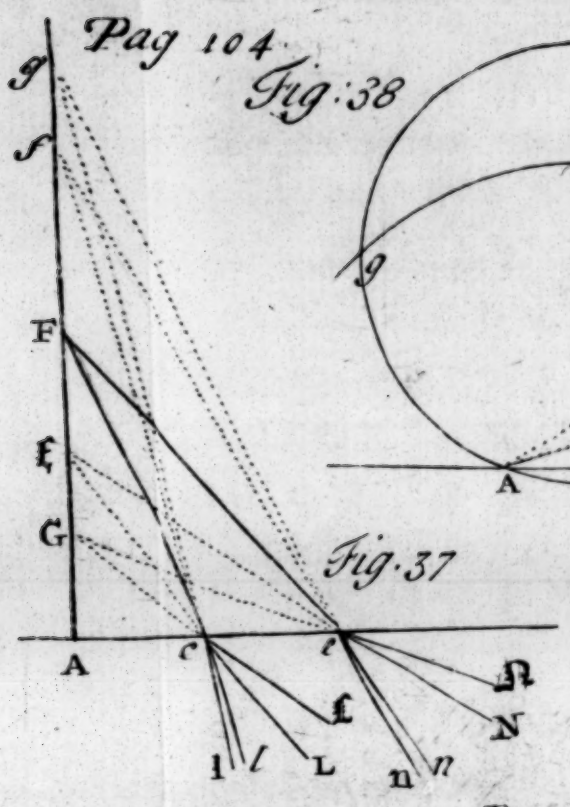


Fig: 37

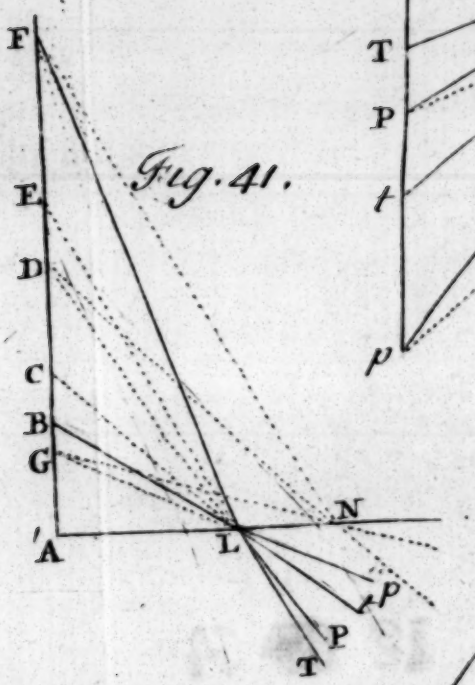


Fig: 41.

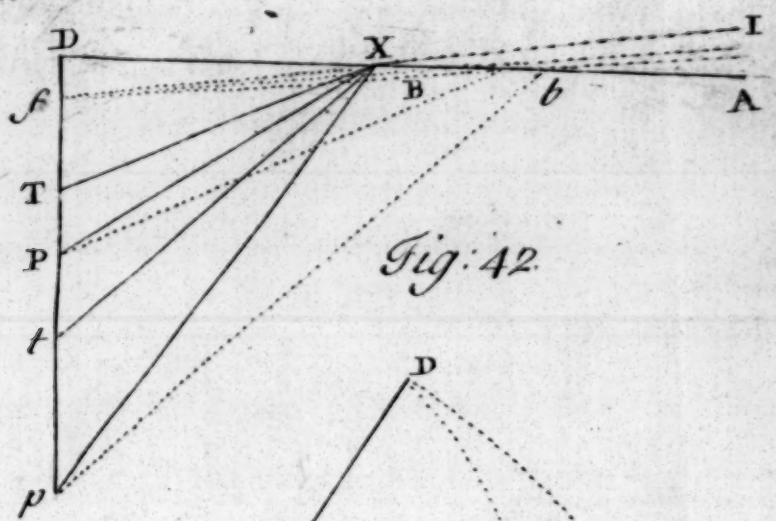
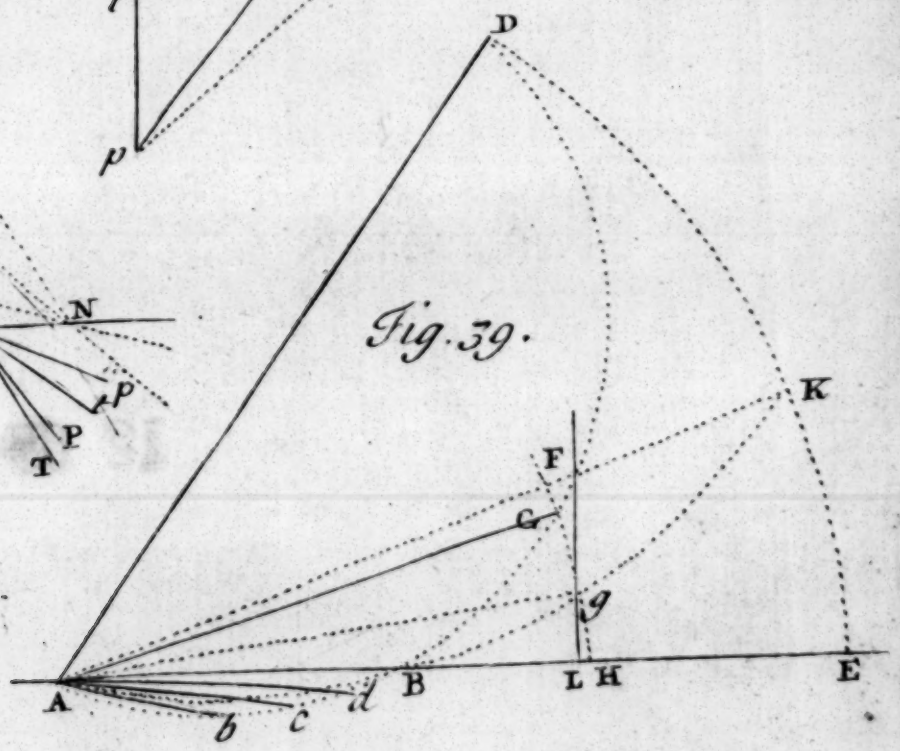


Fig: 42.

Fig: 39.



mittatur ſinus refractionum T B, P C, M F, N G, *t b*, *p c*, *m f*, *n g*, & ex lege refractionum patebit eſſe T B. P C :: M F. N G, & *t b*. *p c* :: *m f*. *n g*; & inſuper ex hypotheſi & conſtructione patebit, eſſe T B ſinuum iſtorum maximum & *n g* minimum. Adeoque per corol. 3. lem. 6, eſt ang. T X P. ang. M X N > ang. *t* X *p*. ang. *m* X *n*, & permutando eſt ang. T X P. ang. *t* X *p* > ang. M X N. ang. *m* X *n*. Verum ex oſtenſis in primo caſu, eſt ang. T X P < ang. *t* X *p*. Quare & multo magis erit ang. M X N < ang. *m* X *n*. Q. E. D.

PROP. XVII.

Heterogeneis radiis e medio rariori in denſius ſecundum eandem lineam in ſuperficiem poſitione datam incidentibus, quo denſius ſit medium, in quod radii incidunt, eo major erit differentia refractionum ad certum uſque terminum, & poſt eo minor perpetuo.

NAM ſi medium poſterius denſitate ſuâ valde parum ſuperat anterius, ita ut refractiones indefinite parvas efficiat, differentia refractionum erit etiam indefinite parva, & proinde minor quam foret, ſi medium poſterius ſupponeretur denſius, ut refractiones evaderent majores. Quare auctâ medii poſterioris denſitate, augebitur dicta refractionum differentia; quod ſi denſitas ejus in infinitum augea-

tur, refractiones etiam, quantum poterunt, augebuntur, hoc eſt, uſque dum omnes refracti radii perpendiculariter emergant, angulis refractionum & eorum differentiis tunc prorſus evaneſcentibus. Quare differentia refractionum rurſus diminuta eſt, donec in nihilum evanuit.

SCHOL. ETSI limitis ejus determinatio, ubi differentia refractionis evadit maxima, plus tædii & laboris adminiſtrare poſſit, quam utilitatis; cum tamen alicujus forte momenti cenſeatur denſitatem medii cognoſcere, quod radiis in ſe refractis colores maxime conſpicuos efficiat, non pigebit hunc inſuper deſignare, idque primo cum incidentia ſit obliquiſſima.

CAS. 1. ESTO I X (fig. 44.) communis radiorum in ſuperficiem A X, quæcunque media dirimentem, obliquiſſime incidentium via, & eorum refracti, ut ante, ſunto X *p* & X *t*, & agatur recta quævis *p t* præfatæ ſuperficiei parallela, quæ radiis iſtis occurrat in *p* & *t*, a quibus ad A X demiſſis perpendicularibus *p* C, *t* E, biſecetur C E in D, & centro D diſtantia D X circulus deſcribatur, ſecans C *p* in P, & E *t* in T, junganturque X P & X T. Dico, quod, cum ea ſit poſterioris medii denſitas, ut radiorum ſecundum I X incidentium maxime refrangibiles ad P, & minime refrangibiles ad T refringat, tunc angulus P X T quam maximus evadet. Etenim,

nim, utcunque medium poſterius ponatur denſum, refracti radii ita lineas C P & C T in punctis *p* ac *t* ſecabunt, ut recta *p t* ipſi A X parallela ſit. Quare, ſi ducatur linea D *r*, quæ lineas omnes *p t* biſecet, centrum cujuſcunque eirculi per *p* ac *t* tranſeuntis, ſemper jacebit in eâdem D *r*. At angulus *p* X *t* eſt angulus in ſegmento circuli per puncta *p*, *t* & X tranſeuntis, qui ideo erit maximus, cum ejuſmodi circulus exiſtit minimus; propterea quod ratio ſubtenſæ *p t* ad circuli dimenſiones tunc evadit maxima. Verum iſte circulus fit omnium minimus, cum centrum ejus cadit in D; ſiquidem pro ſemidiametro tunc habet X D minimam refractarum, quæ ab X ad R D duci poſſunt. Eſt ergo angulus *p* X *t* tunc maximus, cum centrum circuli tranſeuntis per puncta *p*, *t* & X cadit in D; adeoque, cum circulus X P T & angulus P X T ejuſmodi ſunt, liquet propoſitum.

HINC obiter pateat hunc angulum P X T tunc etiam maximum evadere, cum talis eſt poſterioris medii denſitas, ut angulus refractionis mediocriter refrangibilium radiorum obliquiſſime ſecundum I X incidentium, ſit ſemirectus; & eo minorem perpetim fieri, quo iſte refractionis angulus a ſemirecto (exceſſu vel defectu) magis deviat. Quemadmodum, ſi refractiones ex aere in aquam, in vitrum & in cryſtallum peractæ conferantur, e calculo patebit, quod, cum angulus incidentiæ ſit 90 gr. proxime,

tunc angulus refractionis in aquam erit major ſemirecto, inque vitrum erit minor. Quamobrem aqua minus denſa eſt, & vitrum magis denſum, quam ut efficiant angulum P X T maximum. Et proinde, cum cryſtallum ſit adhuc denſius, efficiet iſtum P X T minorem, quam vitrum efficeret. Et ſic vitrum, etſi minus refringat, in iſthoc tamen caſu heterogeneos radios in ſe refractos magis ab invicem diſſipabit quam cryſtallum; eoque pacto colores in oppoſitam ejus ſuperficiem projicit magis diſtrictos. Sed hæc expertu ſunt difficillima, quod vitrum & cryſtallum denſitate parum differant, nec poſſint haberi ſatis craſſa, & ſi poſſent, tunc propter maximam craſſitiem haud forent ſatis perſpicua.

CAS. 2. QUOD ſi linea, ſecundum quam incidunt radii, non ſit maxime obliqua, problema emergit ſolidum. Sed lubet modum oſtendere, quo conditionibus ejus nonnihil mutatis, ad planum reduci poterit. Sciendum eſt itaque, quod, cum inter extremos ſeu maxime diſformes radios, innumeri ſint intermedii, qui gradibus continue ſucceſſivis & infinite parvis, alii magis aliis refringuntur, differentia radiorum extremorum conflata erit ex conſimilibus intermediorum differentiis, numero & parvitate infinitis. Jam cognitis proprietatibus iſtarum infinite parvarum differentiarum, poſſumus exinde de omnibus ſimul aggregatis, ſive de differentiis

rentiis finite parvis, quales intercedunt extremorum refractionibus, judicium ferre, præsertim cum istæ differentiæ sint admodum exiguæ. Sic cognito quod infinite parvæ differentiæ augentur, diminuuntur, vel simul maximæ evadunt aut minimæ, concludendum erit, quod omnium summa perinde augetur, diminuitur, vel maxima sit aut minima. Quod si non sint omnes simul maximæ vel minimæ, tamen summa pro maximâ vel minimâ haberi potest, cum id accidit intermediæ parti. Sic omnium colorum latitudo tunc maxima censeri possit, cum id accidit viriditati. Jam licet problema propositum, cum de differentiis finite parvis agitur, existat solidum, si tamen instituatur de differentiis infinite parvis ad planum reduci potest. Verum huic solvendo nolo obnixe incumbere, sed breviter tantum ostendam, quo pacto calculus in hoc & ejusmodi aliis sit ineundus, ut ad æquationem perveniatur, ex quâ maximus angulorum infinite parvorum possit elici. Et insuper ex eodem fundamento determinabo proportiones differentiarum refractionis respectu diversorum mediorum, quas in præcedentibus quatuor propositionibus generaliter tantum descripsi.

PRIMO itaque investiganda est regula vel æquatio, quâ, ex uno utcunque refracto radio dato, refractus alter cum eo instituens angulum infinite parvum cognosci poterit. Radiis e medio datâ densitate

ſitate in medium cujuſlibet denſitatis ſecundum obliquiſſimam lineam I X fig. 45. ut prius, incidentibus, ſint X R & X *r* refracti duo, quorum alter X R ſit altero X *r* paulo magis refrangibilis, differentiâ tamen infinite parvâ, & agatur lineola quævis R *r*, his in R & *r* occurrens refringenti ſuperficiei parallela. Ad quam ſuperficiem normales etiam R D, *r d* demittantur, quas datam finitamque diſtantiam ab X, ab invicem vero infinite parvam habere fingito. Sed lineolam R *r* cum radiis per R *r* tranſeuntibus, plus aut minus ab X D vergere (quemadmodum in præcedentibus) concipito, pro variâ poſterioris medii aſſumendâ denſitate. Jam ſi recta D R ſecet radios X *r* in M & I X in K, cum infinite parvum triangulum R M *r* ſit ſimile triangulo D M X, a quo triangulum K R X non niſi infinite parvis differentiis R X M & D X K diſcrepat, quæ diſſimilitudinem non inferunt, triangula etiam R M *r* & R D X pro ſimilibus haberi debent. Et proinde demiſſis perpendicularibus K L & R N, erit K X. L R :: R *r*. M N. Adeoque, cum ſit $LR = \frac{XRq - XKq}{XR}$, (nam eſt X R. K R $(= \sqrt{XRq - XKq})$ :: K R. R L) erit etiam $MN = \frac{XRq - XKq}{XR \times XK}$ in R *r*, quæ differentia eſt inter X N, ſive X R & X M. Et inde erit X M $= XR - \frac{XRq - XKq}{XR \times XK}$ in R *r*. Inventa eſt itaque relatio inter X K, X M & X R, cum angulus

I X A

IXA ſit infinite parvus. Quinetiam, utcunque obliqua ponatur incidentia, illæ XK, XM & XR eandem relationem obſervabunt, ſiquidem reciproce ſunt ut ſinus incidentiæ & refractionis, & proinde inventa eſt etiam inter eas relatio pro quâvis obliquitate incidentis IX. Atque ita cognitis, aut utcunque ad arbitrium aſſumptis, XK & XR, inde XM ſimul cognoſcitur. Quod primo determinandum propoſui.

QUAMOBREM ſit IX linea datum quemvis angulum AXI cum refringente ſuperficie conſtituens, cæteriſque ſtantibus erit $MN = \frac{XRq - XKq}{XR \times XK}$ in Rr. Inſuper eſt $RD\ (= \sqrt{XRq - XDq})$. $XD :: MN. NR$, atque adeo eſt $NR = \frac{XRq - XKq \text{ in } Rr \times XD}{XR \times XK \times \sqrt{XRq - XDq}}$. Quod ſi NR dividatur per XR, prodibit ſinus anguli RXN reſpectu circuli, cujus ſemidiameter eſt unitas. Quare, cum angulus iſte & ſinus ejus ſunt maximi, ad maximum angulum determinandum quærenda erit maxima quantitas NR, hoc eſt maximum $\frac{XRq - XKq \text{ in } Rr \times XD}{XRq \times XK \times \sqrt{XRq - XDq}}$, ſive (factâ per datum $\frac{Rr \times XD}{XK}$ diviſione) quærendum erit maximum $\frac{XRq - XKq}{XRq \times \sqrt{XRq - XDq}}$, id quod per methodos de maximis & minimis ſatis notas fieri poteſt, & prodibit $XRqq = 3\,XKq \times XRq - 2\,XKq \times XDq$, cujus æquationis conſtructio eſt ejuſmodi. A puncto quolibet incidentis

radii

radii I X (fig. 46.) demitte perpendiculum I A, & in eo ſume A F = A X, & X I producto ad B, ut ſit I B = ½ I X. Super B X deſcribe ſemicirculum B E X, cui inſcribe X E = X F, dein X B produc ad C, ut ſit B C = B E. Super C X deſcribe ſemicirculum C G X, quem in G ſecet perpendiculum I G ſemidiametro ejus ad I erectum. Denique centro X & intervallo G X deſcribatur arcus G H ſecans A I productum in H. Ducatur H X & producatur verſus R; eritque R X ipſius I X refractus, cum tanta ſit poſterioris medii denſitas, ut differentia refractionis R X M fiat omnium maxima. Quo invento, denſitas poſterioris medii talem refractionem efficientis facile dabitur. Concipe ergo radios X R & X *r* eſſe mediocriter refrangibiles, diverſo tamen gradu, & poſterius medium ſic inventum non modo inter iſtos, ſed & inter extremos ſeu maxime difformes radios, maximam circiter quam poteſt refractionis differentiam efficiet.

SIN autem hujuſmodi differentiarum proportiones ad variam raritatem vel denſitatem mediorum deſiderentur, e jam oſtenſis facile determinabuntur, dummodo ponantur infinite parvæ. Sic raritate vel denſitate poſterioris medii tantum variatâ, ut radii ſecundum I X (fig. 47.) incidentes nunc refringantur ad M & R, nunc ad *m* & *r*; ductâque quâlibet D K ipſi D X normali, quæ ſecet eos in K, M, R, *m* & *r*, erit angulus infinite parvus M X R

ad

ad conſimilem angulum $m\,X\,r$, ſicut $\frac{XRq-XKq}{XRq\times RD}$, ad $\frac{Xrq-XKq}{Xrq\times rD}$. Quod ſi raritas vel denſitas prioris medii varietur non mutato poſteriori medio, Analyſta facile deprehendet, quod (in fig. 45) ſit $MN=\frac{XRq-XKq}{XKq}$ in $R\,r$, & proinde quod (in fig. 47.) ſit ang. M X R. ang. $m\,X\,r$ :: $\frac{XRq-XKq}{XR\times RD}$. $\frac{Xrq-XKq}{Xr\times rD}$, non enim perinde eſt, ſive raritas ſive denſitas anterioris medii, ſive poſterioris medii varietur, ut e præoſtenſis pateat.

PROPOSITIONES præcedentes ad luminis e longinquo manantis diffuſionem ſpectant. In duabus ſequentibus agitur de refractione luminis e propinquo manantis.

PROP. XVIII.

Heterogeneis radiis a dato puncto ad datum punctum per ſuperficiem poſitione datam refractis, quo medium denſius ſit magis denſum, eo major erit eorum ad invicem inclinatio ex parte medii utriuſque ad certum uſque terminum, & poſt erit eo minor.

SCILICET, cum denſitas ejus haud major ſit quam denſitas alterius medii, ut refractio fiat infinite

parva, tum differentia refractionis erit etiam infinite parva, & proinde augebitur ex auctâ denſitate. Quod ſi denſitas ejus in infinitum augeatur, tum omnium radiorum in illud incidentium refracti perpendiculariter emergunt; (§. 42 & 45.) & e contra, ſoli perpendiculares poſſunt ingredi medium rarius e denſiori; unde omnes radii a puncto ad punctum refracti tunc pergent in iiſdem lineis, ſive coincident, & ſic differentia refractionis rurſus in nihilum evaneſcet.

PROP. XIX.

Heterogeneis radiis a dato puncto ad datum punctum per ſuperficiem poſitione datam refractis, quo medium rarius ſit magis rarum, eo major eorum erit ad invicem inclinatio ex parte medii utriuſque.

SIT A T (fig. 48.) ſuperficies ita refringens difformes radios F T X, F P X, ut manantes ab eodem ~~puncto~~ F in idem rurſus conveniant ad X. Dico, ſi medium prius eſſet rarius, ut præfati radii adhuc magis refringerentur, puta F T X ſecundum F *t* X, & F P X ſecundum F *p* X, quod angulus *p* X *t* foret major angulo P X T, ut & angulus *p* F *t* major angulo P F T.

AD abbreviandum prioris caſus demonſtrationem, ponamus radios eſſe quam minime difformes, ut,

ut, propter infinite parvam differentiam refractionis, angulos PXT & *p*X*t* conſtituant infinite parvos. (Conſule caſ. 2. ſchol. ad prop. 17.) Tum ducatur TK refractus radii conformis ipſi FPX, ut infinite parvus angulus KTX ſit differentia refractionis radiorum ſecundum eandem FT incidentium; & pari modo ducatur *t k* refractus radii conformis ipſi F*p*X, ut angulus infinite parvus *k t* X exiſtat differentia refractionis radiorum ſecundum eandem F*t* incidentium. Liquet ergo, quod, cum radius F*t* ſit obliquior quam FT, atque etiam in medium denſius incidat, erit *k t* X major angulo KTX. Adhæc producantur KT & *k t*, donec in punctis Dac *d* ſecent lineam FA, quæ ſit plano AT perpendicularis, & ultra producantur ad *f* & *g*, ita ut ſit $\frac{FAq}{FT}.\ \frac{DAq}{DT}$ :: TF. T*f*, & $\frac{FAq}{Ft}.\ \frac{dAq}{dt}$ :: *t* F. *t g*, & erunt puncta ſic inventa *f* & *g* foci radiorum FTX & F*t* X per prop. 8 caſ. 2. Et X*f*. T*f* :: ang. KTX. ang. PXT; ut & X*g*. *t g* :: ang. *k t* X. ang. *p* X *t*, (caſ. 3. ſchol. prop. 12.) Iſtæ quidem proportionalitates non ſunt omnino veræ, ubi anguli præfati, per differentiam refractionis effecti, ponuntur eſſe definitæ alicujus magnitudinis. Sed ad veritatem eo magis accedunt, quo anguli iſti ſtatuuntur minores, adeo ut in angulis infinite parvis pro accurate veris haberi debeant. Jam, cum ex hypotheſi ſit A*t* > AT, erit etiam X*t* < XT, ut & *t g* > T*f*, quemadmodum

dum patet ex determinatione punctorum *g* & *f* ſupra poſitâ. Quamobrem eſt *t g*. T *f* > *t* X. T X, vel permutando *t g*. *t* X > T *f*. T X, & componendo *t g*. X *g* > T *f*. X *f*, hoc eſt, ſubſtituendo rationes hiſce æquales ang. *p* X *t*. ang. *k t* X > ang. P X T. ang. K T X, & permutando; *p* X *t*. P X T > *k t* X. K T X, ut dictum fuit; & ideo multo magis eſt ang. *p* X *t* > ang. P X T. Q. E. D.

ET hinc vero de poſteriori caſu, quod ſemper ſit *p* F *t* > angulus P F T, fiat conjectura; ſiquidem demonſtrationem longe difficiliorem poſtularet, & his tamen multa impendiſſe verba jamdudum pertæſum eſt. Hæc itaque de refractionibus ſolitariæ ſuperficiei ſufficiant.

De radiorum bis refractorum affectionibus.

QUOD ſi gemina ſit refractio, proinde ut in priſmatibus contingit, quorum phænomena præſertim explicare ſtatui, radiorum ſic refractorum paſſiones e præcedentibus ita manifeſtæ ſunt, ut circa illos parum negotii intereſſe videatur. De parallelis quidem ſuperficiebus nihil aliud occurrit obſervandum, quam quod poſterior tantum recurvat radios, quantum prior incurvat. De inclinatis vero ſequentia notentur.

PROP.

12 DE 54



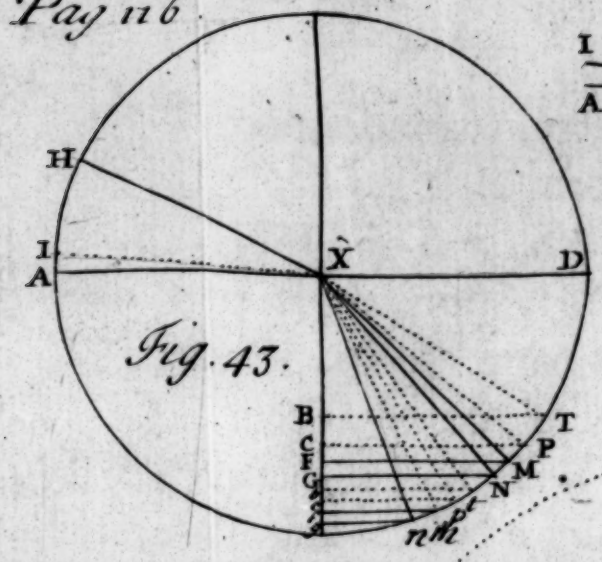


Fig. 43.

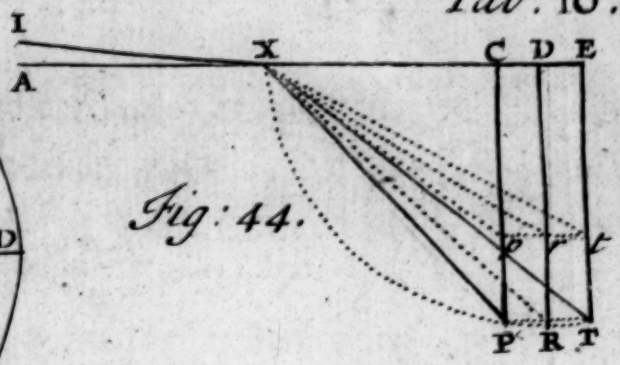


Fig: 44.

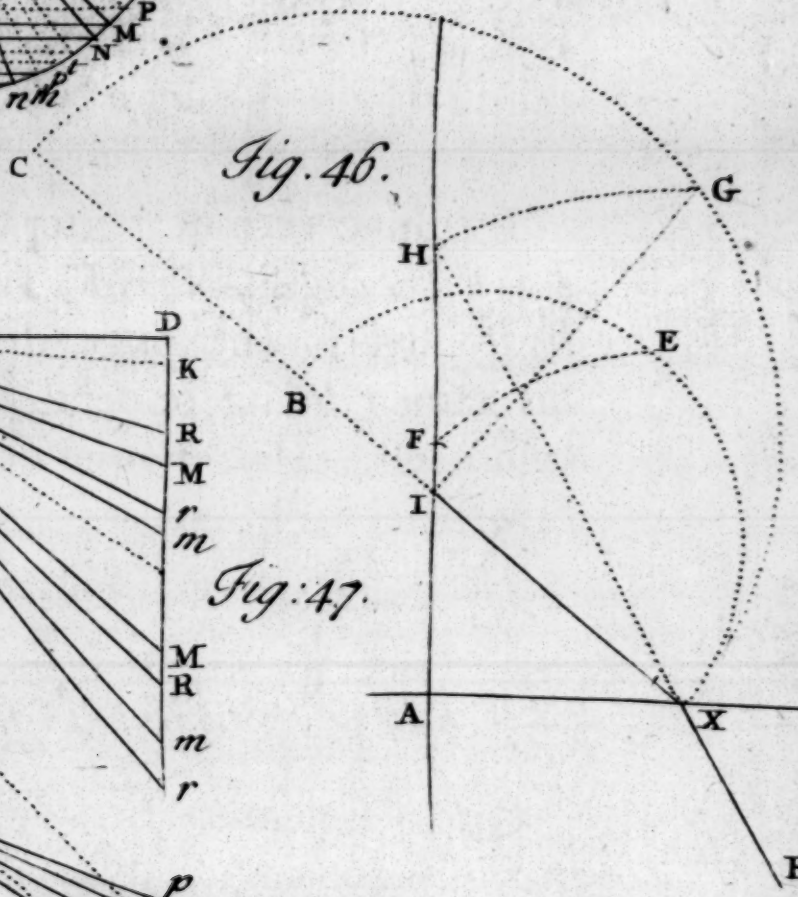


Fig. 46.

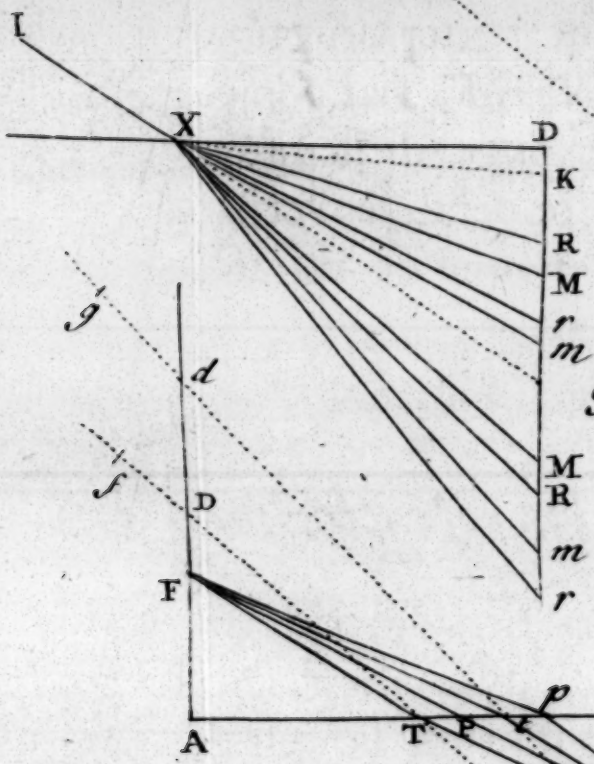


Fig: 47.

Fig: 48.

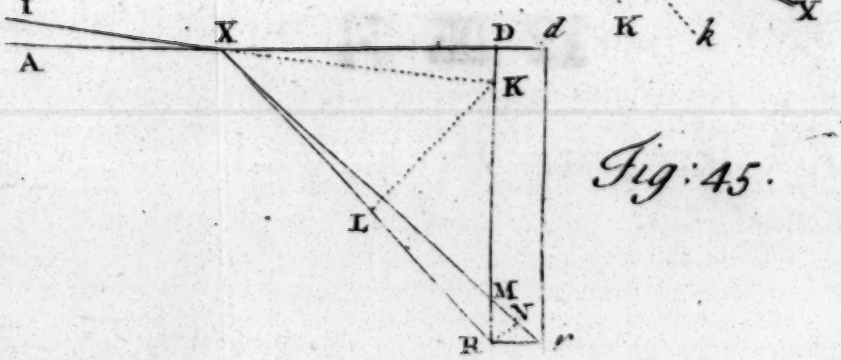


Fig: 45.

PROP. XX.

Homogenei radii ad priſma divergentes, poſt utramque refractionem divergere pergent.

PATET per prop. 7.

ATQUE idem de parallelis vel convergentibus radiis intellige, quod nempe poſt utramque refractionem manebunt paralleli vel convergentes.

SCHOL. QUOD ſi punctum, a quo quilibet infinite propinqui poſt utramque refractionem divergunt, ſive locus imaginis trans priſma conſpicuæ, deſideretur, inventio ejus a ſchol. ad præfatam prop. 8. manifeſta eſt. Sed ut promptius fiat conjectura, juvabit adhibere theorema hocce mechanicum. Quod imago ad eandem illam circiter diſtantiam poſt priſma apparebit, quam habet objectum, cujus eſt imago, dummodo refractiones hinc & inde non ſint admodum inæquales.

PROP. XXI.

Ex heterogeneis radiis ad priſma divergentibus, aliqui poſt utramque refractionem convergent.

ID quod conſtat ex prop. 10 & 12. Scilicet ex illis, qui in plano ad utraque refringentia plana perpendi-

culari jacent, magis refrangibiles ex incidentiâ paulo obliquiori convenient cum minus refrangibilibus, atque idem in innumeris fere aliis continget.

PROP. XXII.

E radiis itaque ſic a puncto ad punctum, ſive ab objecto ad oculum refractis, alii ad verticem priſmatis gradatim aliis propiores tranſibunt, pro eo ut ſint magis ac magis refrangibiles.

PER prop. 10. unde colorum ordines definiuntur, de quibus poſthac.

PROP. XXIII.

Quo major eſt angulus verticalis priſmatis, cæteris paribus, differentia refractionis fiet eo major, & inde colorum apparentia diſtinctior.

ET hoc manifeſtum eſt e prop. 2.

PROP. XXIV.

Quo denſior eſt priſmatis materia, vel quo rarius eſt medium circumfluum, cæteris paribus, eo major erit refractionis differentia, & inde colorum apparentia manifeſtior.

SCILICET

SCILICET posterior casus e prop. 14 & 16 patet. Priorem vero, ne per prop. 17. in dubium revocetur, sic ostendo. Concipe magis refrangibilem radium P D (fig. 49.) & minime refrangibilem T D sic in prisma ad idem quodvis punctum D incidere, ut refracti pergant in eâdem lineâ D *d*, ac denuo in *d* refracti divergant versus *p* ac *t*. Quo posito constat per prop. 15, quod angulus *p d t* ex auctâ prismatis densitate augebitur ; deque angulo P D T par est ratiocinatio, si modo radii consimiles secundum easdem lineas retrocedere concipiantur. Patet itaque assertio de radiis in prismate coincidentibus, & inde etiam de parallelis.

LEMMA VII.

Radiis tribus homogeneis b I, *g* I, *d* I (fig. 50.) *e medio densiori in rarius per superficiem* I K *refractis, si differentiæ incidentiarum b* I *g*, *g* I *d sint æquales, summa refractorum angulorum extremis radiis effectorum erit duplo major anguli refracti per intermedium effecti ; hoc est refractis radiis retroactis ad* B, G *ac* D : *Dico, quod sit angulus* B I B + D I *d* > 2 ang. *g* I G.

ETENIM descripto quovis circulo A D G tangente refringentem superficiem in I, cujus diameter sit A I, quique dictos radios secet in *b*, *g*, *d*, B, D, G.

Quando

Quandoquidem anguli *b* I *g* & *g* I *d* ſint æquales, erunt etiam arcus *b g* & *g d* æquales. Sed ductis A *g*, A *b*, &c. erunt A *b*, A *g*, A *d* ſinus incidentiarum, adeoque inter ſe ut ſunt A B, A G, A D ſinus refractionum. Quare (per lem. 6.) eſt arcus D G major arcu G B, & inde $2\,g\,G < 2\,g\,G - G\,D + G\,B = g\,D + g\,B = g\,D - g\,d + g\,b + g\,B = D\,d + B\,b$, hoc eſt, $2\,g\,G < D\,d + B\,b$, ſive angulus B I *b* + ang. *d* I D > 2 ang. *g* I G. Q. E. D.

PROP. XXV.

Homogeneis radiis a priſmate refractis, angulus, quem incidentes & emergentes comprehendunt, tunc maximus evadit, cum æqualis eſt hinc & inde refractio.

Sit A B C (fig. 51.) priſma, G R S N radius utrinque æqualiter refractus ad R & S. Eſt I P Q L alius radius refractus inæqualiter, magis quidem ad P, minus ad Q, & producantur hi radii donec ſibi occurrant, I P & Q L in T, G R vero & N S in V. Dico angulum R V S eſſe majorem angulo P T Q. Quod ut pateat, concipe radios in lineis P Q & R S hinc inde pergentes utrinque egredi priſmate, & ſic e medio denſiori in rarius refringi. Nam in triangulis C P Q, C R S, cum angulus C communis ſit, cæterorum angulorum ſummæ erunt æquales;

æquales; & proinde, cum C R S ſit iſoſceles, duplum anguli C R S æquabitur angulis C P Q + C Q P. Quamobrem radii Q P incidentia ad P tanto major eſt incidentiâ radii R S ad S, quanto eadem incidentia ſit major incidentiâ P Q ad Q. Trium itaque incidentiarum differentiæ ſunt æquales, adeoque, juxta lemma præmonſtratum, ſumma refractorum angulorum, per incidentiam maximam & minimam effectorum, major erit duplo anguli refracti per incidentiam mediocrem effecti. Hoc eſt, ang. Q P T + ang. P Q T > 2 ang. R S V, ſive > ang. R S V + ang. V R S. Itaque, cum in triangulis P T Q & R V S ſumma angulorum ad baſin P Q ſit major ſummâ eorum ad baſin R S, erit angulus verticalis R V S major angulo verticali P T Q. Q. E. D.

LEMMA VIII.

Si ſecundum tres lineas b I, *g* I, *d* I (fig. 52.) *æquales angulos b* I *g*, *g* I *d continentes tres radii minime refrangibiles incidant ad* I *in ſuperficiem* I K, *& e medio denſiori in rarius refringantur, quorum refracti retrorſum producti ſint* I B, I G, I D; *& præterea, ſi trium maxime refrangibilium radiorum, ſecundum eaſdem lineas b* I, *g* I, *d* I *incidentium, refracti retrorſum producti ſint* I b, I g, I d, *differentia refractionis radiorum, quorum incidentia eſt minima, una cum differentiâ refractionis*

eorum,

eorum, quorum incidentia eſt maxima, major erit quam dupla differentia eorum, quorum incidentia eſt mediocris. Hoc eſt, ang. B I b + *ang.* D I d > 2 *ang.* G I g.

ETENIM deſcripto quovis circulo A D G tangente refringentem ſuperficiem in I, cujus diameter ſit A I, quique præfatos radios in punctis *b, g, d*, B, b, G, g, D, d ſecet: Concipe ſubtenſas ab A ad quodlibet iſtorum punctorum duci; & erunt A *b*, A *g*, A *d* inter ſe, ut ſunt A B, A G, A D, atque etiam, ut ſunt A b, A g, A d. Unde ſequitur, quod A B, A G, A D inter ſe ſunt, ut A b. A g, A d. Et præterea per lem. 6, quod ſic arcus G D > arcu B G, & arcus g d > arcu b g. Jam fiat arcus G M = B G, eritque G D > G M & A D > A M. Item in peripheriâ A D ſume punctum quoddam N ſub hâc conditione, ut, ſi concipias A M, A N ſubtenſas duci, ſit A B. A b :: A M. A N, & erunt A B, A G, A M inter ſe, ut ſunt A b, A g, A N, adeoque, cum arcus B G ac G M ſint æquales, erit ſumma arcuum B b + M N (per lem. 8.) major duplo arcu G g. Sed, cum ſit A M. A N :: (A B. A b : :) A D. A d, vel converſe A M. A D :: M N. D d, propter A D > A M erit arcus D d > arcu M N, & utrobique addito arcu B b erit arc. B b + arc. D d > arc. B b + arc. M N, & multo magis erit arc. B b + arc. D d > duplo arcu G g,

G g, ſive ang. B I b + ang. D I d > 2 ang. G I g. Q. E. D.

PROP. XXVI.

Heterogeneis radiis a priſmate refractis, differentia angulorum, quos incidentes cum emergentibus conſtituunt, tunc minima evadit, cum æquales ſunt utrobique refractiones.

In priſmate A B C (fig. 53.) ſumatur C R æqualis C S, & R S ducatur, ut & alia quævis linea P Q, quæ non ſit parallela ad R S; & concipe radios in priſmate ſecundum has lineas P Q & R S hinc inde pergentes, ad puncta P, Q, R & S egredi, & maxime refrangibiles verſus K, M, H & O refringi, ac minime refrangibiles verſus I, L, G & N. Dico, quod refractionum inæqualiter ad P & Q factorum differentiæ ſimul ſumptæ I P K + L Q M ſint majores quam H R G + N S O differentiæ refractionum æqualiter ad R & S factarum ſimul ſumptæ. Nam incidentiarum ad P, Q & S differentiæ ſunt æquales, ut oſtenſum erat in prop. præcedenti, atque adeo per lem. 8. differentia refractionis radiorum difformium ad P, ubi maxima eſt incidentia, una cum differentiâ conſimili ad Q, ubi minima eſt incidentia, excedit duplum conſimilis differentiæ ad S, ubi differentia mediocris eſt. Hoc eſt, ang. I P K + ang. L Q M > 2 ang. N S O. Sive,

cum G R H & N S O æquentur, ang. I P K + ang. L Q M > ang. N S O + ang. G R H. Q. E. D.

SCHOL. Posui quidem radios e prismate utrobique egredi; sin pergant ab I & K per P & Q ad L & M, & a G & H per R & S versus N & O, linearum positiones & quantitates angulorum non inde mutabuntur; & proinde demonstratio præfata tunc etiam valebit; & propter eandem rationem valebit etiam, cum radii ad prisma divergentes, evadunt in prismate paralleli. Quod idem de propositionum 24 & 25 demonstrationibus itidem intellige. Quinetiam aliis quibuscunque casibus, ubi divergunt ante refractionem & post convergunt, vel in prisma incidunt paralleli, non adeo multum a parallelismo intra prisma recedunt unquam, quin ut anguli vel differentiæ angulorum, quos incidentes cum emergentibus constituunt, pro iisdem circiter haberi possint, ac si intus essent paralleli; adeoque dictas propositiones ad omnes omnino casus extendi.

PROP. XXVII.

Si denique radiis, a dato puncto F *ad datum punctum* X *per prisma* A B C (fig. 54.) *positione datum refractis, desiderentur anguli* D F E, G X H, *quos heterogenii comprehendunt.*

PROBLEMA ex eorum numero est, quæ veteres linearea dixêre; at sequens mechanica solutio, quan-

quantum exigunt res practicæ, veritati appropinquat. Finge ſummam angulorum D F E + G X H æqualem eſſe angulo N M O, quem radii duo, alteriis F D & F E, quod ad refrangibilitatem conſimiles, ac juxta quamvis lineam L M, rectæ angulum D F E biſecanti quam proxime parallelam, incidentes poſt binam refractionem conſtituunt. Et e radiis ad X refractis, aliquem G X cum incidente radio F D convenientem in V, produc ad *f*, ut ſit *f* locus imaginis, quam objectum F oculo in X conſtituto exhibet. Dein ang. O M N ac diſtantiis *f* X & *f* V mechanice cognitis, dic eſſe *f* X. *f* V :: ang. N M O. ang. G X H, & erit G X H, quem quæris proxime; quemadmodum ex oſtenſis ad ſchol. prop. 12, quodammodo manifeſtum eſt. Cum refractiones utrobique non ſunt admodum inæquales, res expeditius abſolvitur per ſchol. ad prop. 1. fingendo eſſe V X. F V :: ang. D F E. ang. G X H, vel compoſite F V + V X. F V :: ang. N M O. ang. G X H.

SECTIO

SECTIO QUARTA.

De Refractionibus curvarum ſuperficierum.

HÆC de refractionibus planorum: De curvis & præſertim ſphæricis ſuperficiebus jam agendum eſt, quarum doctrinam reſpectu homogeneorum radiorum ſequentibus propoſitionibus complecti conabimur.

PROP. XXVIII.

Radii in curvam ſuperficiem incidentis refractum ducere.

NEMPE eadem eſt refractio radii a curvâ ac eſt a plano contingente curvam in puncto refractionis. Quære ergo refractum a contingente plano per prop. 3.

PROP. XXIX.

Si radii ſeu paralleli, ſeu ad punctum aliquod contermini, ſe ſphæræ objiciant refringendos, refracto-

fractorum axi quam proximorum concurſum ſive focum determinare. †

SIT A (fig. 55.) punctum radios ejaculans verſus ſphericam ſuperficiem B N P centro C deſcriptam; e vertice & centro erige ad axem A C perpendiculares B H & C I, ipſiſque occurrentem in H & I age quamlibet A I per punctum A. Tum a puncto C verſus I cape C R, quæ ſit ad C I ut ſinus refractionis ad ſinum incidentiæ, & age rectam H R occurrentem A C in Z, & erit Z concurſus refractorum, quem oportuit determinare. Sit enim A N radius axi viciniſſimus incidens ad N, & occurrens C I in K. Age N Z occurrentem C I in *g*, & ut mos eſt, concipe infinite parvum arcum B N æqualem eſſe B M ſegmento rectæ B H ad radium A K terminato, & erit C I. C R :: C K. C *g* *, hoc eſt, C K. C *g* ut eſt ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis. Et proinde, cum anguli C A K & C Z *g* ex hypotheſi ſint infinite parvi, adeoque B N ad K N, & C *g* ad N Z perpendiculares vel ſaltem æquipollente perpendiculis, erit N Z refractus ipſius A N. Q. E. D.

COROL. 1. POSITO I ad R ut eſt ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis, erit $\frac{I}{R}$ A B. A C :: B Z. C Z.

† Vid. Barrow. Lect. Opt. L. xiv. ad finem.

* Nam C I. C K. (B H. B M : :) C R. C *g*, & alternando, C I. C R : : C K. C *g*.

Eſt

Eſt enim $\frac{I}{R}$ AB. AB :: (I. R ::) CI. CR, & AB. AC :: BH. CI. Et ex æquo perturbate $\frac{I}{R}$ AB. AC :: (BH. CR ::) BZ. CZ.

COROL. 2. SI quando punctum A infinite diſtet, ſeu parallelos radios ejaculetur, tum propter æquales BH & CI, erit I. R :: BZ. CZ. Atque ita, ſi refracti radii paralleli ſunt, tum propter æquales BH & CR, erit I. R :: AC. AB.

COROL. 3. SI e quatuor punctis A, B, C & Z tria quævis dentur, poteſt quartum inveniri, ut e ſequentibus exemplis patebit.

EXEM. 1. DENTUR A, B, C, & quæratur Z. Scilicet eſt $\frac{I}{-R}$ AB. AC :: BZ. CZ; adeoque diviſum, $\frac{I}{R}$ AB — AC. AC :: BC. CZ.

EXEM. 2. SI datis A, B & Z quæratur C; cum ſit $\frac{I}{R}$ AB. AC :: BZ. CZ, viciſſim erit $\frac{I}{R}$ AB. BZ :: AC. CZ, & compoſite $\frac{I}{R}$ AB + BZ. $\frac{I}{R}$ AB :: AZ. AC.

EXEM. 3. SI datis A, C & Z quæratur B; cum ſit $\frac{I}{R}$ AB. AC :: BZ. CZ, ſive AB. $\frac{R}{I}$ AC :: BZ.

B Z, C Z, viciſſim erit $\frac{R}{I}$ A C. C Z :: A B. B Z, & compoſite $\frac{R}{I}$ A C + C Z. C Z :: A Z. B Z.

POSSUNT eadem determinari per ductum linearum; veluti ſi datis A, B & Z quæratur C. Erige B H perpendicularem ad A Z cujuſvis longitudinis, & in eâ cape B G, quæ ſit ad B H, ut I ad R; junge A H & G Z occurrentes in I, & I C normaliter demiſſa ad A Z incidet ad punctum quæſitum C.

NOTA 1. QUOD Z ſit locus imaginis objecti A per refractionem exhibitæ, cum ſpectatoris oculus in axe ultra Z conſtituitur.

2. SI quando refracti radii divergant, vel incidentes convergant, vel ſint paralleli, ſimilis erit problematis conſtructio, mutatis tantum ſuo modo mutandis.

3. SI e puncto A emiſſi radii per plures ſphæricas ſuperficies, eundem axem A C retinentes, ſucceſſive tranſmittantur, ad concurſum poſt omnes refractiones determinandum, quære primo concurſum radiorum poſt primam refractionem, deinde concurſum eorundem poſt ſecundam refractionem; juxta ac ſi primario emiſſi fuiſſent e puncto præcedentis concurſus, & ſic deinceps donec ad ultimum concurſum deventum ſit. Atque hoc pacto locus

imaginis objecti cujuſvis per teleſcopium vel microſcopium viſi determinari poteſt.

4. OPE corol. 3. lentes ex ſphæricis ſuperficiebus confici poſſunt, quæ teleſcopiis modo quolibet deſignato conſtituendis inſervient. Patet enim ex illo corollario, quod non tantum refractiones datarum lentium inveſtigari poſſunt, ſed & lentes delineari, quæ datas refractiones peragent.

LEMMA IX.

Ad datam quamvis curvam concurſum axis & viciniſſimi perpendiculi determinare.

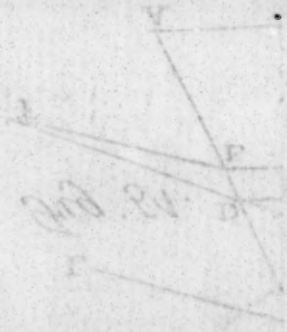
IN fig. 56. ſit B N *n* curva, & ad quodvis ejus punctum *n* indeterminate ſpectatum quære perpendiculum *n c* per notas methodos ducendi perpendicula curvarum, & ſimul invenies longitudinem B *c*. Tum (demiſſo ad B *c* normali *n t*) finge B *t* vel *n t* infinite parvam eſſe, ſeu nullam, & emergit longitudo B C, cujus terminus eſt ad concurſum axis cum viciniſſimo perpendiculo.

EXEM. 1. SIT B N *n* parabola, cujus latus rectum *r*, & B *t* dic *x*; erit B *c* $= x + \frac{1}{2}r$, ut notum eſt. Pone jam $x = 0$, & reſtabit $\frac{1}{2}r$ pro longitudine B C ad verticem.

EXEM.

12 DE 54


D
C
B
A


A
B
F
D
E

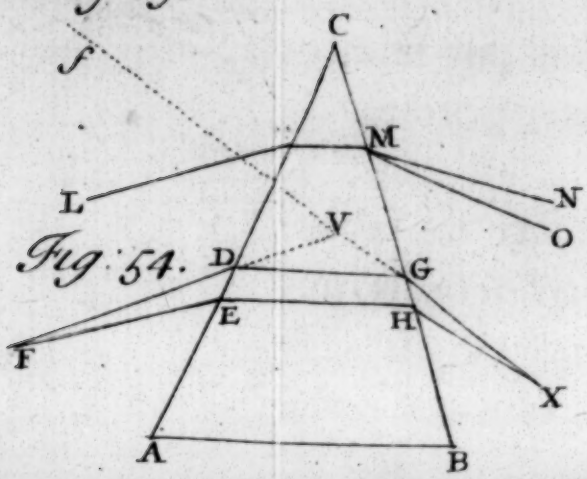


Fig: 54.

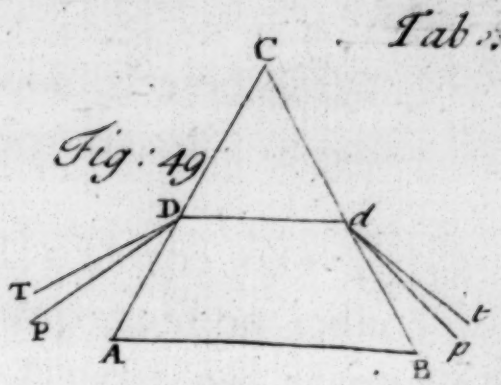


Fig: 49

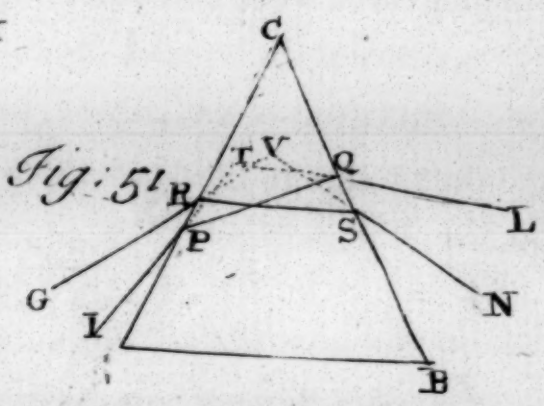


Fig: 51

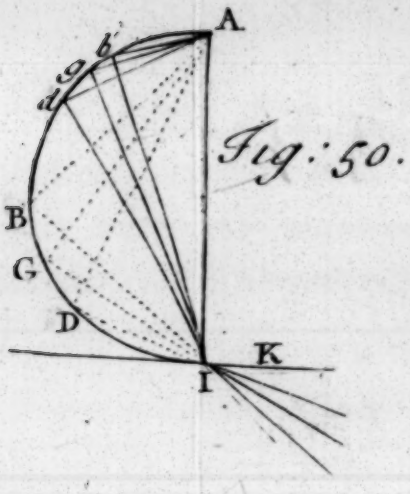


Fig: 50.

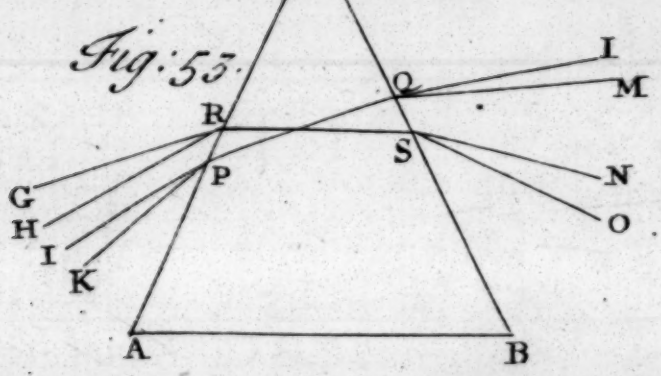


Fig: 53.

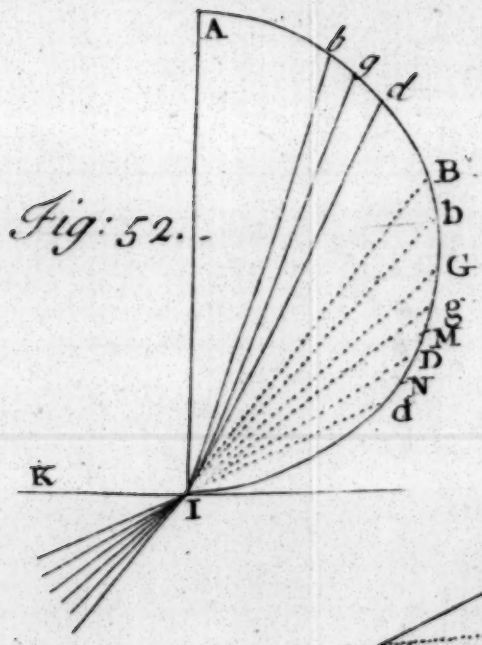


Fig: 52.

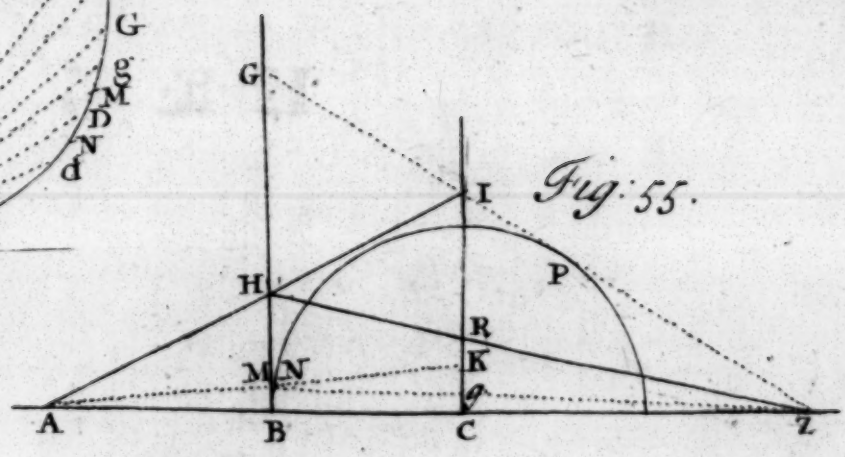


Fig: 55.

EXEM. 2. SIT B N *n* ellipsis cujus latus rectum *r* & transversum *q*, eritque (ut notum est) B *c* = $x + \frac{rx}{q} + \frac{1}{2}r$. Jam pone $x = 0$, & restabit iterum $\frac{1}{2}r$ pro longitudine B C ad verticem. Nec secus in curvis magis compositis procedendum est.

PROP. XXX.

Radiis in curvam quamvis superficiem quam proxime perpendiculariter incidentibus, refractorum concursum, seu focum, determinare.

ESTO P B Q (fig. 57.) curva quævis, A commune punctum, seu concursus incidentium radiorum, A B radius perpendicularis sive axis, & A N radius quam proxime perpendicularis sive axi proximus, sitque N C ad curvam perpendicularis, axique A C occurrens ad C. Et puncto C per lem. 9. invento, erige ad B & C perpendicula B H & C I, quibus in H & I occurrentem age quamvis A I. Versus I cape C R, quæ sit ad C I ut sinus refractionis ad sinum incidentiæ, & recta H R occurret ipsi A B in quæsito refractorum concursu Z.

PROBATUR ad modum præcedentis propositionis, & huic etiam consimilia corollaria & notæ competunt.

PROP. XXXI.

Parallelis radiis in ſphæram incidentibus, refractorum ab axe remotorum errorem a principali foco determinare.

IN ſchem. 58. ſit N B M ſphæra, C centrum ejus, C B ſemidiameter incidentibus radiis parallela, A N rādius incidens & N K refractus ejus, occurrens axi ſeu ſemidiametro C B in K; & poſito F principali foco, *i. e.* in quem radii prope axem jacentes congregantur, quærendus erit error F K. Demitte ergo perpendiculares C E in N K, & N G in C K, & dic C B $= a$, G B $= x$ & C K $= z$, atque ex naturâ circuli erit N G q $= 2ax - xx$, cui adde G K q, hoc eſt $zz + 2xz - 2az + xx - 2ax + aa$, & prodibit N K q $= zz + 2xz - 2az + aa$. Jam, cum N G ſit ad C E ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis, ſive ut I ad R, & propter ſimilitudinem triangulorum C E K & N G K, N K & C K ſint in eâdem ratione, erit II. RR :: (N K q. C K q : :) $zz + 2xz - 2az + aa . zz$; adeoque II $zz =$ $zz + 2xz - 2az + aa$ in RR, & factâ reductione $zz = \frac{2RRaz - 2RRxz - RRaa}{RR - II}$, extractâque radice $z = \frac{RRa - RRx + R\sqrt{IIaa - 2RRax + RRxx}}{RR - II}$,

i. e.

i. e. radicali in infinitam ſeriem redactâ, $z = \frac{Ra}{R-I} - \frac{RRx}{IR-II} - \frac{R^3x^2}{2I^3a} - \frac{R^5x^3}{2I^5a^2}$, &c. Jam, cum per corol. 2 vel 3 ad prop. 29 ſit $\frac{Ra}{R-I} = CF$ (id quod etiam innoteſcit ex valore z jam invento, fingendo eſſe $x = 0$) ex hoc CF ſubduc inventum valorem z & reſtabit $\frac{RRx}{IR-II} + \frac{R^3x^2}{2I^3a}$, &c. pro valore erroris KF, quem quærimus.

COROL. 1. SI BG ſive x ponatur valde exigua, erit $\frac{RRx}{IR-II}$ quam proxime æqualis KF; tunc enim quantitates $\frac{R^3x^2}{2I^3a} + \frac{R^5x^3}{2I^5a^2}$, &c. propter aſcendentes poteſtates ejuſdem x evadunt admodum exiguæ, & reſpectu termini $\frac{RRx}{IR-II}$ pro nullis haberi poſſint.

COROL. 2. QUINETIAM, ſi ſtatuas NG $= y$, erit $\frac{RRyy}{2IRa-2IIa} = KF$ circiter. Etenim eſt NGq $= BG \times \overline{BC+CG}$, ſive $= BG \times 2BC$ proxime, hoc eſt, $yy = 2ax$ fere, vel $\frac{yy}{2a} = x$, & ſubſtituendo $\frac{yy}{2a}$ pro x in valore ipſius KF, $\frac{RRyy}{2IRa-2IIa} = KF$.

COROL.

COROL. 3. HINC errores K F ſunt ut ſagittæ G B, vel ut quadrata ſemichordarum N G.

COROL. 4. SI radius A N K detur poſitione, & paralleli alicujus, axi proprioris & ad alteras axis partes incidentis, radii *an* refractus *nk* ducatur, ſecans axem in *k*, & hunc refractum N K in Q, & ad axem ducatur normalis Q *o*; linea K *o* evadet omnium maxima, ubi radius *an* duplo minus diſtat ab axe circiter, quam radius alter A N. Demiſſâ enim ad axem normali *n g*, ponatur *n g* = *v*, K *o* = *s*, G K = *f*, & K F = *h*, & per corol. 3 hujus, erit $\frac{hyy-hvv}{yy} = K k$.

PRÆTEREA eſt G K. GN :: K *o*. Q *o*; adeoque Q *o* = $\frac{ys}{f}$: Item *g n*. G K (= *g k* proxime) :: Q *o*. *o k*, quare *o k* = $\frac{ys}{v}$. Huic adde K *o* & iterum prodit K *k* = $\frac{vs+ys}{v}$. Quamobrem eſt $\frac{vs+ys}{v} = \frac{hyy-hvv}{yy}$, factâque diviſione per *v* + *y*, & reductâ æquatione, prodit *s* = $\frac{hvy-hvv}{yy}$.

JAM ut maximus *s* inveniatur, multiplica terminos juxta methodum Huddenii per dimenſiones quantitatis

tatis indeterminatæ v, & emerget $o = \frac{bvy - 2bvv}{yy}$, ſive $y = 2v$, hoc eſt $NG = 2ng$.

COROL. 5. ET hinc K o, ubi maximum eſt, æquatur quartæ parti ipſius K F circiter; nam in valore ipſius s jam ante invento, ſi ſcribas $2v$ pro y, exoritur $\frac{1}{4}b = s$.

COROL. 6. EST etiam $oQ = \frac{Ry^3}{8Iaa}$. Nam eſt GK (= B F proxime). G N :: K o. oQ, hoc eſt * $\frac{Ra}{R-I}$. y :: $\frac{RRyy}{8IRa - 8IIa}$ (= $\frac{1}{4}$ KF). † $\frac{Ry^3}{8Iaa}$.

COROL. 7. SI arcus B M ſumatur æqualis B N, & B m = B n, ac radii ad puncta M & m refracti ducantur ſibi occurrentes in P; conſtat eſſe ſpatium P Q = ‖ $\frac{Ry^3}{4Iaa}$, duplum nempe ipſius oQ; & præterea conſtat, refractos omnium radiorum in ſphæricam ſuperficiem inter N & M cadentium, convergere in ſpatium hocce P Q, & idem P Q eſſe minimum circulare ſpatium in quod poſſent omnes congregari; adeoque focum eſſe, ſeu locum imaginis objecti, parallelos radios in lentem, ad uſque limites M & N apertum, ejaculantis. Scilicet nulli ra-

* $\frac{Ia}{R-I}$ † $\frac{RRy^3}{8IIaa}$ ‖ $\frac{RRy^3}{4IIaa}$

dii

dii poſſunt tranſilire hoc ſpatium; quia cum *o* Q ſit in datâ ratione ad K*o*, eritque *o* Q ſimul maximum, adeoque punctum Q omnium verſus F jacentium remotiſſimum ab axe, in quo radius quiſquam concurrit cum externo radio N K; neque poſſunt in minus ſpatium congregari, quia radii N K & M K ſecant externos radios in punctis P & Q, quibus ſpatium P Q terminatur.

COROL. 8. SI circuli N B M apertura augeatur vel minuatur, error lateralis P Q erit ut y^3, ſive ut cubus latitudinis aperturæ N M. Item ſi immutatâ aperturâ mutetur circuli magnitudo, error P Q erit reciproce ut $a\,a$ ſive ut C B q, adeoque ut B F q, ſiquidem C B & B F ſint in datâ ratione: ſin vero & circuli magnitudo & apertura mutetur, erit error ille P Q ut $\frac{y^3}{a\,a}$ ſive ut $\frac{\text{N M cub.}}{\text{B F quad.}}$ quemadmodum ex $\frac{*\text{R}y^2}{4\text{I}\,a\,a}$ valore ipſius P Q conſtare poteſt.

SCHOL. EODEM fere modo, quo radiorum parallele incidentium errores K F & P Q determinavimus, conſimiles divergentium vel convergentium errores, licet calculo difficiliori, determinari poſſunt.

$\frac{*\text{R}\,\text{R}y^3}{4\text{I}\,\text{I}\,a\,a}$

PROP.

PROP. XXXII.

Si radii ſive paralleli, ſive verſus commune aliquod punctum inclinati, ſe ſphæræ objiciant refringendos, refractorum extra axem ſibi quam proximorum, & in eodem plano cum incidentibus jacentium, concurſum determinare.

In fig. 59. ſit A N incidens radius, N K refractus ejus, & N V in plano trianguli A N K recta linea tangens ſphæram ad N. Ad A N duc N R perpendicularem & occurrentem axi A C in R, nec non R V parallelam & occurrentem tangenti N V in V. Item ad NK duc N Q perpendicularem, & V Q parallelam convenientes in Q, & age Q C occurrentem N K in Z, eritque Z concurſus radiorum ipſi A N viciniſſimorum. Sit enim A *n* alius ex incidentibus priori A N infinite vicinus, & occurrens N R in G. Age *n* Z occurrentem N Q in H, & ad A N & N K e C centro ſpheræ demitte normales C D & C E, occurrentes A *n* & *n* Z in *d* & *e*. Jam, cum A N ſupponatur infinite vicinus A *n*, arcus infinite parvus N *n* pro rectâ coincidente cum tangente N V haberi poteſt, ac triangula N G *n*, N R V, & N H *n*, N Q V pro ſimilibus. Quare eſt D C. D *d* :: (N R. N G :: N V. N *n* :: N Q. N H :) E C. E e. unde diviſim & alternatim, D C. E C :: *d* C. *e* C. Eſt autem

D C ad E C ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis, propterea quod N K ſit refractus ipſius A N, adeoque etiam *d* C eſt ad *e* C ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis. Et proinde, cum anguli D A *d* & E Z *e* ſint infinite parvi, atque adeo C *d* ad A *n* & C *e* ad *n* Z perpendiculares, vel ſaltem perpendiculis æquipollentes, erit *n* Z refractus ipſius A *n*. Q. E. D.

COROL. 1. EST N D. N E :: (ſive N P. N F ::) N R. N Q. Nam actâ N C, propter triangula N R V & N D C, N E C & N Q V ſimilia, eſt N D. N R :: (N C. N V ::) N E. N Q, & alterne N D. N E. :: N R. N Q.

HINC promptior emergit problematis reſolutio, nempe ad radios A N, N K erige normales N R, N Q, quorum N R axi A C occurrat, & N Q ſit ad N R ut N F ad N P. Dein age Q C, quæ cum N K in quæſito puncto Z conveniet. *

COROL. 2. EST etiam A N x D C x N E. A D x E C x N D :: N Z. E Z; nam eſt A D. A N :: D C. N R, & inde $NR = \frac{AN \times DC}{AD}$. Item N D. N E :: N R. N Q, & inde $NQ = \frac{AN \times DC \times NE}{AD \times ND}$, adeoque A N x D C x N E. A D x E C x N D :: (N Q. E C ::) N Z. E Z.

* Vid. Barrow Lect. Opt. L. xiii. Art. 26.

COROL.

COROL. 3. SI punctum radians A infinite distet sive parallelos radios ejaculetur, posito I. R :: sinus incidentiæ, sin. refract. erit I x NF. R x NP :: N Z. E Z. In hoc enim casu A N & A D, cum sint infinite longæ, pro æqualibus haberi debent. Atque adeo per corol. 2 hujus, erit D C x N E. E C x N D :: N Z. E Z. Sed ex hypothesi est D C. E C :: I. R, & proinde I x N E. R x N D :: (N Z. E Z ::) I x N F. R x N P. Cæterum de his vide plura in Lectionibus Dris. Barrow.

NOTETUR autem 1°. quod mutatis mutandis resolutio problematis cuicunque casui facile accommodatur, sive radii incidentes divergant a puncto aliquo, vel ad idem convergant, vel incidant paralleli.

2° Cum e radiis huic A N K proximis, qui jacent in plano A N K, conveniant in Z, qui vero in conicâ superficie, per revolutionem trianguli A N K circa latus A K generatâ, jacent, conveniant in K; erit maxima radiorum ipsi A N K undique proximorum constipatio circa medium spatii K Z, puta ad Y; & proinde oculo in lineâ N K ultra K constituto, visibilis imaginis objecti A, per refractionem sphæricæ superficiei B N visi, locus erit ad Y, vel saltem intra limites K & Z; nam locus ille non præcise definitur.

3°. CUM radii pluribus ſuperficiebus ſucceſſive refringuntur, ut vicinorum poſt omnes refractiones concurſum determines, primo quære concurſum poſt primam refractionem, deinde concurſum eorundem poſt ſecundam, tanquam ſi primario effluxiſſent e puncto præcedentis concurſus; & ſic deinceps ut ad prop. 29. dictum fuit.

PROP. XXXIII.

Radiis in quamcunque curvam ſuperficiem incidentibus, refractorum ſibi quam proximorum, & in eodem plano cum incidentibus jacentium, concurſum deſignare.

IN Fig. 59. finge B N P jam non ſphæram, ſed aliam quamcunque curvam referre, ſitque A commune punctum ſeu concurſus incidentium radiorum, A N aliquis ex incidentibus, N K refractus ejus, & N C perpendicularis curvæ ad punctum refringens. In hac N C quære interſectionem proximi alicujus perpendicularis, (qualis *n* C) ad aliud proximum punctum refringens inſiſtentis, * (id quod alibi docebitur,) ſitque iſta interſectio C. Jam ductâ A C demitte ad radios A N, N K normales C D, C E, ac erige N R, N Q, quorum N R occurrat A C in R, ſitque N Q ad N R ut N E ad N D, & acta Q C conveniet cum refracto N K in deſiderato

* In Tract. de Fluxionibus ab auctore noſtro A. D. 1665, 1666, &c. ſcriptis.

proxi-

proximorum refractorum concurſu Z. Probatur ad modum præcedentis propoſitionis, & huic etiam conſimilia corollaria & notæ competunt.

PROP. XXXIV.

Figuram determinare, quæ radios homogeneos, ſive parallelos, ſive ad commune aliquod punctum terminatos, ita refringet, ut refracti omnes ad aliud datum punctum accurate conveniant.

IN fig. 60. ſit A concurſus incidentium radiorum, & Z refractorum, ac punctum aliquod B in rectâ A Z pro vertice curvæ ad arbitrium ſumatur. Ab illo B capiantur in lineâ B Z verſus medium denſius B G cujuſvis longitudinis, & B R ratione ad B G quam habet ſinus refractionis ad ſinum incidentiæ. Centriſque A & Z, & intervallis A G & Z R, deſcribantur circuli ſe interſecantes in N, & ipſius N locus erit curva, quæ deſideratam refractionem peraget.

QUOD ut pateat, producatur A N ad I, ut ſit N S. N Z :: B G. B R, & ad N S & N Z erigantur perpendiculares S T & Z T concurrentes in T, & acta N T curvam tanget in N, * ut ex methodo ducendi tangentes alibi expoſitâ conſtabit. Jam cum N S & N Z ſint ut B G & B R, hoc eſt, ut ſinus incidentiæ & refractionis; & reſpectu ſinus totius ſive

* Ibid.

ſemi-

ſemidiametri N T, ſit N S ſinus anguli N T S, qui æquatur angulo incidentiæ radii A N, & N Z ſinus anguli N T Z, qui æquatur angulo refractionis radii N Z: patet eſſe N Z refractum ipſius A N. Q. E. D.

NOTA 1°, poteſt etiam curva huic uſui inſerviens deſcribi, quæ per datum quodvis punctum B extra axem A Z poſitum tranſibit; ſcilicet in fig. 61. agantur A B & Z B, & in ipſis capiantur B G & B R ut I ad R, deſcribanturque circuli concurrentes in N, eritque N ad curvam, quam oportet deſcribere.

2°, PRÆFATA problematis reſolutio, mutatis mutandis, ſe ad omnes caſus extendit, ſive incidentes aut refracti radii convergant, divergant, vel exiſtant paralleli, ſive refractio fiat e rariori medio in denſius, vel e denſiori in rarius. Et quidem, ſi radii ex neutrâ parte paralleli ſint, i. e. ſi punctorum A & Z neutrum ſit ad infinitam diſtantiam, curva B N erit aliqua quatuor ellipſium quas Carteſius in hunc uſum deſcripſit in ſuâ Geometriâ. Sin alterutrum infinite diſtet, ita ut radii punctum illud reſpicientes evadant paralleli, curva erit conica ſectio, uti notum eſt: Et in hoc caſu, circulus R N vel S N propter infinitam centri diſtantiam evadet recta linea, ipſi A Z ad R vel G perpendicularis.

LEM-

12 DE 54



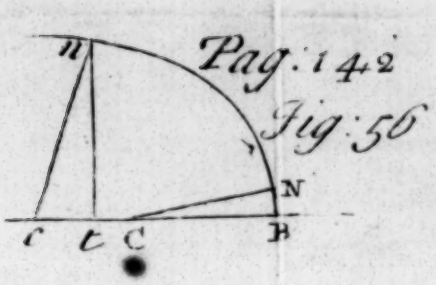


Fig: 56

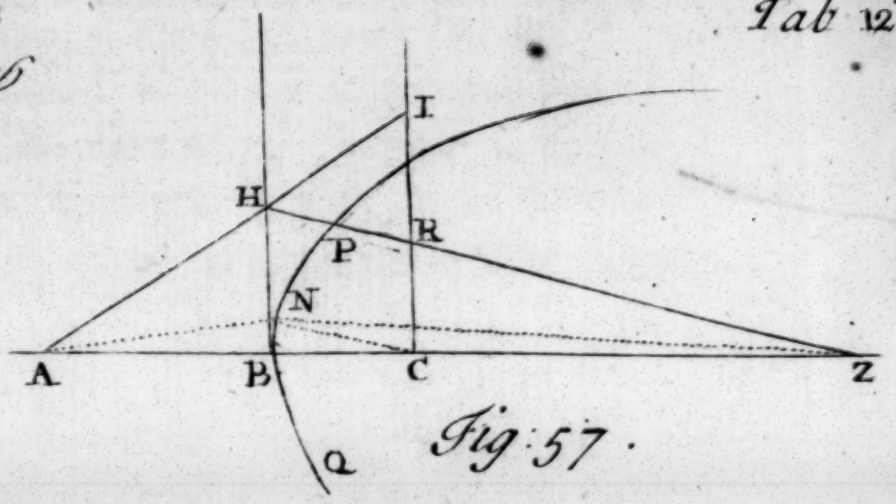


Fig: 57.

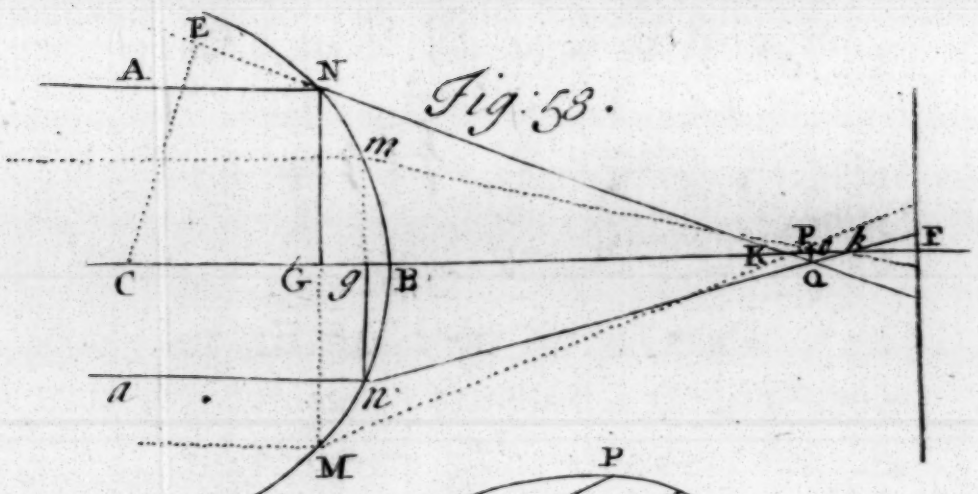


Fig: 58.

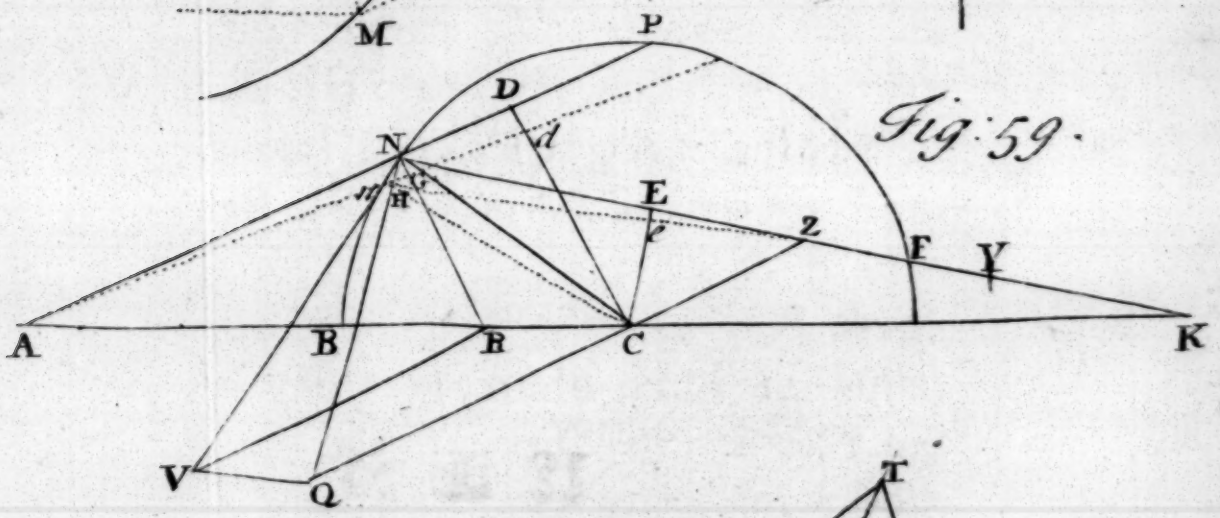


Fig: 59.

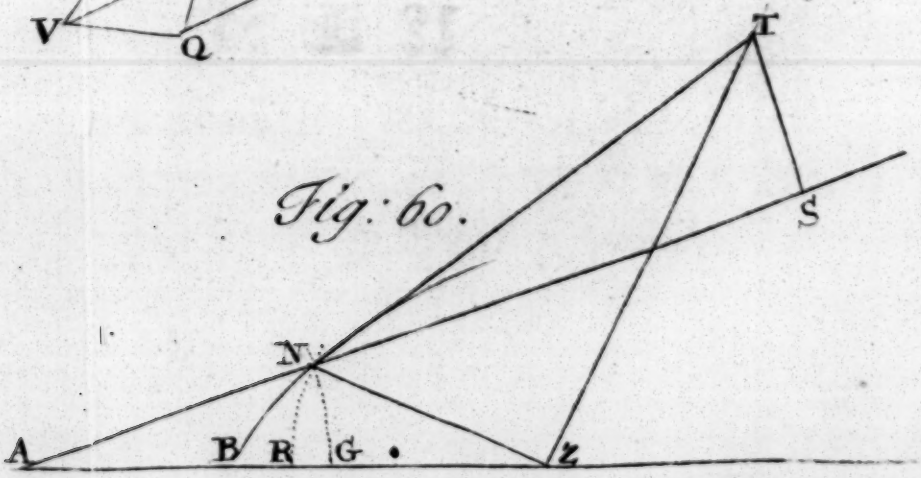


Fig: 60.

LEMMA X.

E parallelis radiis ad circulum refractis, radium illum determinare, cujus pars circulo incluſa datam habeat rationem ad partem refracti ejus eidem circulo incluſam.

IN fig. 62 ſit A N radius incidens, N K refractus, N P & N F partes eorum circulo incluſæ, C D & C E perpendicula ad iſtas partes e centro circuli demiſſa, & B C ſemidiameter acta parallela ipſi A N, ſitque C D. C E :: I. R, & N P. N F :: *p*. *q*. His poſitis, ut innoteſcat punctum N, quod radios A N & N K determinat, erige ad B C normalem B X, cujus quadratum ſit ad B C quadratum, ut $\frac{qq-pp}{pp}$ ad $\frac{II-RR}{II}$, & acta C X ſecabit circulum in deſiderato puncto N. Eſt enim ex hypotheſi *p*. *q* :: (N P. N F ::) N D. N E, & I. R :: C D. C E; quare $\frac{q}{p}$ N D = N E & $\frac{R}{I}$ C D = C E. Porro, cum ſit N D q + C D q (= N C q) = N E q + C E q, aufer hinc inde N D q + C E q & reſtabit C D q − C E q = N E q − N D q, hoc eſt ſubſtituendo valores ipſarum C E & N E modo inventos, C D q − $\frac{RR}{II}$ C D q = $\frac{qq}{pp}$ N D q − N D q, & factâ reductione $\frac{II-RR}{II}$ C D q = $\frac{qq-pp}{pp}$ N D q, quo in

pro-

proportionalitatem reſoluto, fit $\frac{qq-pp}{pp}$. $\frac{II-RR}{II}$ :: (CDq. NDq ::) BXq. BCq. Q. E. D.

PROP. XXXV.

Sole ſphæram pellucidam illuſtrante, radiorum ejus, poſt unam reflexionem emergentium maximam ad axem inclinationem determinare.

IN fig. 62. ſit BNK ſphæra propoſita, BCQ diameter ſive axis incidentibus radiis parallelus, AN aliquis ex incidentibus, NF refractus ejus, FG reflexus, & GR denuo refractus, & quærendus erit maximus angulorum, quos RG cum axe BQ poteſt conficere. In quem finem advertendum, quod in eo ſolo caſu, ubi RG maxime inclinatur ad BQ, radii ipſi AN viciniſſimi poſſunt emergere paralleli ad RG. Nam in aliis caſibus ex emergentibus ſibi viciniſſimis alii magis, alii minus continuo inclinantur ad BQ, adeoque aliquantulum inclinantur ad ſe invicem. Advertendum eſt præterea, quod radii emergent paralleli, qui conveniunt ad punctum reflexionis. Duc enim radium *an* ipſi AN parallelum & quam proximum, ſitque ejus refractus *nf*, reflexus *fg*, ac iterum refractus *gr*, & punctis F & *f* coincidentibus, cum anguli NF*n* & GF*g* ſint æquales, & refractiones ad N, *n* & G, *g* ſimiles, emergentes radii GR & *gr* æque paralleli erunt ac incidentes AN & *an*.

QUÆREN-

QUÆRENDUS eſt itaque radius A N, cujus refractus cum refracto viciniſſimi radii *a n* concurrit ad F. Et quidem per corol. 3. prop. 32 (demiſſis a centro ſphæræ ad radios normalibus C D & C E, poſitoque I. R :: C D. C E) ſi radii iſti ad quodvis punctum Z concurrant, erit I × N F. R × N P :: N Z. E Z :: N F. E F (puncto nempe Z ad ipſum F juxta hypotheſin cadente) :: 2. 1. Quare I × N F = 2 R × N P, & I. 2 R :: N P. N F. Datur itaque ratio N P ad N F, & inde per lem. 10. dabitur punctum N. Scilicet ad verticem circuli ducatur tangens B X, cujus quadratum ſit ad quadratum ſemidiametri B C, ut 4 R R — I I ad I I — R R, & agatur C X; hæc enim circulo occurret in N, & ex invento N cætera nullo negotio determinantur.

COROL. 1. HINC fit 3 R R. I I — R R :: C N q. N D q. Cum enim ſit 4 R R — I I. I I — R R :: B X q. B C q, componendo erit 3 R R. I I — R R :: (B X q + B C q. = C X. B C q ::) C N q. N D q.

COROL. 2. EST & I. 2 R :: N D. N E. Nam ſupra fuit I. 2 R :: N P. N F, & ex his expeditior evadit problematis reſolutio.

SCHOL. UNA cum maximâ inclinatione radii R G, datur maximus arcuum F Q, ad refractos N F ter-

minatorum. Nam angulus FCQ, quem FQ ſubtendit, eſt æqualis angulo, quem CF & AN comprehendunt; hoc eſt, æqualis dimidio anguli, quem RG & AN vel BQ comprehendunt: & proinde arcuum FQ, æque ac angulorum ab RG & BQ comprehenſorum, maximus eſt, qui radio AN in punctum jam inventum incidente definitur.

PROP. XXXVI.

Sole ſphæram pellucidam BNP (fig. 63.) *illuſtrante radiorum ejus poſt duas reflexiones emergentium minimam ad axem inclinationem determinare.*

SINT AN & A *n* radii duo incidentes ſibi quam proximi, qui poſt duas reflexiones in F *f* & G *g* emergant ſecundum HS & *h s*: Et manifeſtum eſt, quod in eo ſolo caſu, ubi angulus acutus, quem BQ & SH comprehendunt minimus eſt, radii illi HS & *h s* poſſunt eſſe paralleli, uti ſupra de radiis GR & *g r* dictum fuit; & ubi hoc accidit, radius etiam FG ad *f g* parallelus erit. Unde 2 arc. F *f* = (arc. F *f* + G *g* = arc. FG — *f g* = arc. NF — *n f* =) arc. N *n* — F *f*. Adeoque 3 arc. F *f* = arc. N *n*; & cum NF dividatur in Z in ratione iſtorum arcuum, ut patet, erit NZ = 3 ZF = 3 EZ. Cum itaque per corol. 3. prop. 32. ſit I x NF. RxNP :: NZ. EZ :: 3. 1, erit I x NF = 3 R x NP,

N P, ſive I. 3 R :: N P. N F. Datur itaque ratio N P ad N F, & inde per lem. 10. dabitur punctum N, ducendo nempe B X, quæ circulum tanget in vertice B, & cujus quadratum ſit ad B C quadratum ut 9 R R — I I ad I I — R R, & agendo C X, quæ occurret peripheriæ in N. Invento autem N, cætera facile determinantur.

COROL. 1. HINC eſt 8 R R. I I — R R :: C N q. N D q. Nam 9 R R — II. I I — R R :: B X q. B C q, & componendo 8 R R. I I — R R :: C X q. B C q :: C N q. N D q.

COROL. 2. EST etiam I. 3 R :: N D. N E, utpote cum ſupra fuerit I. 3 R :: N P. N F.

SCHOL. Ad eundem modum maxima radii K T, poſt tres reflexiones emergentis, inclinatio ad axem, juxta ac maximus arcuum Q G inveſtigabitur. Scilicet in eo caſu F G & *f g* convenient ad G, eritque arc. F*f* = (arc. F G − *f g* = arc. N F − *n f* =) N *n* − F *f*, & inde 2 arc. F *f* = arc. N *n* & N Z = 2 Z F, adeoque 4. 1 :: N Z. E Z :: (per corol. 3 ad prop. 32) I. × N F. R × N P, ſive I. 4 R :: N P. N F, & proinde per lem. 10, 16 R R — I I. I I — R R :: B X q. B C q, unde conſectatur eſſe 15 R R. I I — R R :: C N q. N D Q, & I. 4 R :: N D. N E.

Atque ita, ſi radii poſt quatuor reflexiones emergentis, inclinatio minima deſideratur, determinabis faciendo, ut ſit 25 R R. I I — R R :: B X q. B C q, vel 24 R R. I I — R R :: C N q. N D q. Et I. 5 R :: N D. N E, & ſic præterea in infinitum.

Transactis refractionibus homogeneorum radiorum, jam reſtat, ut heterogeneos conferamus. De horum ad plana refractionibus paulo fuſius agebamus, ut eo priſmatum (quorum uſus in experimentis faciendis poſthac erit frequentiſſimus) affectiones innoteſcerent. Præcipuum vero, quod circa curvas ſuperficies jam determinandum occurrit, eſt quantitas erroris radiorum, a quo oritur confuſio, ſive indiſtincta viſio objectorum, quæ in teleſcopiis per nimiam vitri, objectum reſpicientis, aperturam evenire ſolet. Et in hunc finem cum præmiſſa ſit prop. 31, unde errores innoteſcunt, qui in ſphæricis ſuperficiebus per ineptitudinem figuræ efficiuntur: ſequentem jam ſubjungimus, quâ errores ex inæquali refrangibilitate diverſorum radorum orti, determinari poſſunt.

PROP. XXXVII.

Heterogeneis radiis in ſphæram incidentibus, errores ex inæqualibus radiorum ſimiliter incidentium refractionibus progenitos determinare.

E puncto

E puncto A C (fig. 64.) in ſphæram N B M centro C deſcriptam, incidant ſecundum lineam aliquam A N radii duo maxime difformes, quorum refracti ſunt N F & N *f*, axi occurrentes in F & *f*, & in illos demittantur perpendicula C I, C P & C T. Jam, ſi accurata reſolutio deſideretur, refractiones radiorum N F & N *f* ſeorſim computandæ ſunt; ſed, cum arcus N M ponatur admodum exigua portio circuli, veritatem quam proxime aſſequemur aſſumendo angulos C N I, C N P, & C N T fere eſſe ut eorum ſinus. Sit ergo I communis ſinus incidentiæ, P ſinus refractionis radiorum maxime refrangibilium, ac T ſinus ille minime refrangibilium. Erit ang. C N I. ang. C N P :: I. P, & ang. C N P. ang. C N T :: P. T, ac diviſim ang. I N P. ang. C N P :: P — I. P, & ang. C N P. ang. P N T :: P. P — T, & ex æquo, ang. I N P. ang. P N T :: P — I. P — T.

SUME jam arcum B M æqualem arcui B N, & radiorum ſecundum A M incidentium duc refractos M F, m *f*, prioribus occurrentes in V & X. Age V X, & produc donec occurrat incidentibus radiis ad G & H, & patet V X eſſe latitudinem minimi ſpatii, in quod omnes radii congregari poſſunt. Eſtque G X. V X :: (ang. G N X ang. V N X proxime :: ang. I N P. ang. P N T ::) P — I. P — T, & G H + V X (2 G X). V X :: 2 P — 2 I. P — T, ac diviſim G H. V X :: P + T — 2 I. P — T.

P — T. Unde datis P, T, I, dabitur ratio G H ad V X.

Ex. gr. Cum ſupra determinaverim, quod ad vitrum aeri conterminum ſit I. P :: 44 ½. 69 ½, & I. T :: 44 ½. 68 ½, ſi aſſumatur I = 44 ½, erit P = 69 ½, ac T = 68 ½, & P + T — 2 I = 49, & P — T = 1, adeoque G H. V X :: 49. 1, circiter.

SCHOL. Ope hujus & prop. 31, errores homogeneorum radiorum, qui in ſphæricis ſuperficiebus per figuræ ineptitudinem obveniunt ; cum heterogeneorum erroribus conferri poſſunt, & conſtabit hoſce longe majores eſſe in parvis ſphærarum portionibus : Atque adeo heterogeneitatem Lucis & non ineptitudinem figuræ ſphæricæ in cauſâ eſſe, quod teleſcopia in majorem perfectionis gradum nondum promota habeamus.

CONCIPIAMUS e. g. quod N M B in figuris 58 & 64 referat objectivum vitrum teleſcopii, cujus anterior ſuperficies N M plana ſit, eo ut radios in poſteriori ſeu ſphæricâ ſuperficie N B M ſolummodo refringat, & ponamus C B ſemidiametrum hujus ſphæræ eſſe 10 pedes, ut teleſcopium fere 20 pedes ſive 240 digitos longum conficiat, ſitque apertura N M 2 dig. quanta maxima cum viſione ſatis diſtincta adhibeatur in hujuſmodi teleſcopiis, quæ objectum

objectum quasi 70 vel 80 vicibus ampliant, & sinus incidentiæ sit ad sinum refractionis, in confinio vitri & aeris peractæ, ut 11 ad 17 circiter, prout supra determinavimus. His positis scribendum est 120 pro *a*, 1 pro *y*, 11 pro I, & 17 pro R, in valore ipsius P Q, quem exhibuimus in corol. 7. prop. 31, hoc est in termino $\frac{*\,R\,y\,3}{4\,I\,a\,a}$, & emergit $\frac{**\ 17\ \text{dig.}}{4\times11\times120\times120}$ sive $\frac{17\ \text{dig.}}{633600} = P\,Q$, estque hic error lateralis homogeneorum radiorum, ortus ab ineptitudine figuræ sphæricæ. Præterea concipiamus radios A N & A M in fig. 64. esse parallelos, & erit apertura N M = 2 dig. = G H, quæ est ad V X ut 49 ad 1, per precedent. Hoc est, V X = $\frac{2}{49}$ dig. sive error, qui oritur ex separatione radiorum heterogeneorum ab invicem in eodem loco concursus erit $\frac{2}{49}$ dig. Confer jam hos errores, & patebit V X esse ad P Q, (seu $\frac{2}{49}$ ad $\frac{\dagger\ 17}{633600}$) ut [a] 1267200 ad [b] 833, sive ut [c] 1521 ad 1 circiter.

ADEOQUE V X esse quasi [c] mille & quingentis vicibus majorem quam P Q; tanta sane disproportio, ut P Q respectu V X pro nullo haberi possit. Er-

$\frac{*\,R\,R\,y^3}{4\,11.\,a\,a}$. $\frac{**\ 17\times17\ \text{dig.}}{4\times11\times11\times120\times120}$ sive $\frac{289\ \text{dig.}}{6969600} = P\,Q$.
$\frac{\dagger\ 289}{6969600}$. [a] 13939200. [b] 14161. [c] 984.

ror

ror quidem V X, cum ſit $\frac{2}{49}$ dig. tantus eſt, ut miror, quod objecta per hujuſmodi teleſcopia tam diſtincte videri poſſint. Sed alterius generis error P Q ſive $\frac{*\ 17}{633600}$ dig. i. e. $\frac{**\ 1}{37271}$ dig. circiter, longe minor eſt, quam qui poteſt eſſe ſenſibilis, & proinde negligendus; & indiſtincta viſio erroribus ex heterogeneitate lucis exortis ſolummodo tribuenda. Et hinc patet perfectionem teleſcopiorum non e conicis ſectionibus petendam eſſe, ſed figuras ſphæricas huic uſui æque inſervire poſſe. In microſcopiis quidem errores homogeneorum radiorum, ex ſphæricâ ſuperficie vitri objectivi, propter aperturam bene magnam, enormes oriuntur & admodum ſenſibiles; adeo ut illa vitra, ſi ſecundum conicam aliquam ſectionem debite formarentur, paulo perfectiora evaderent. Sed † methodus tamen me non latet corrigendi errores illos abſque conicis ſectionibus, & efficiendi ut vitra e ſphæricis ſuperficiebus formari poſſint, quæ radios homogeneos ſatis accurate refringent, ne dicam, quæ longe accuratius refringent obliquos radiorum penicillos, quam vitra aliis quibuſcunque figuris terminata; adeo ut ſphæricas ſuperficies uſibus dioptricis, præ cæteris omnibus accommodatas eſſe cenſeam.

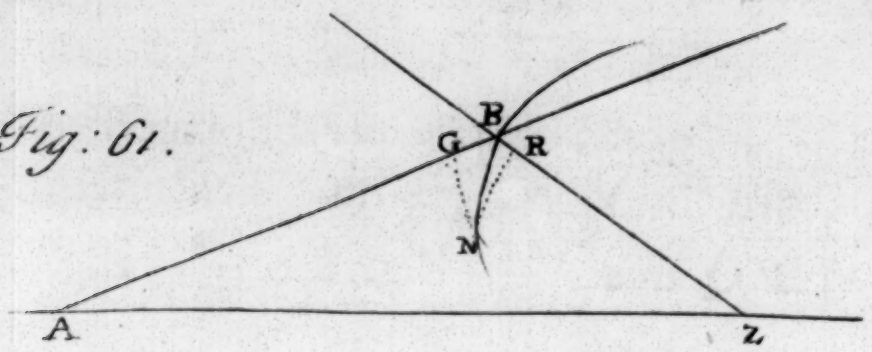
$\frac{*\ 289}{6969630}$ $\frac{**\ 1}{24116}$

† Nempe ſi perſpicillorum vitra objectiva ex vitris duobus ſphærice figuratis & aquam inter ſe claudentibus conflentur. Vid. Newtoni Princip. Schol. ad prop. ult. Lib. 1. Et Opt. prop. 7. Part. 1. Lib. 1.

Optica

15 DE 24

Fig: 61.



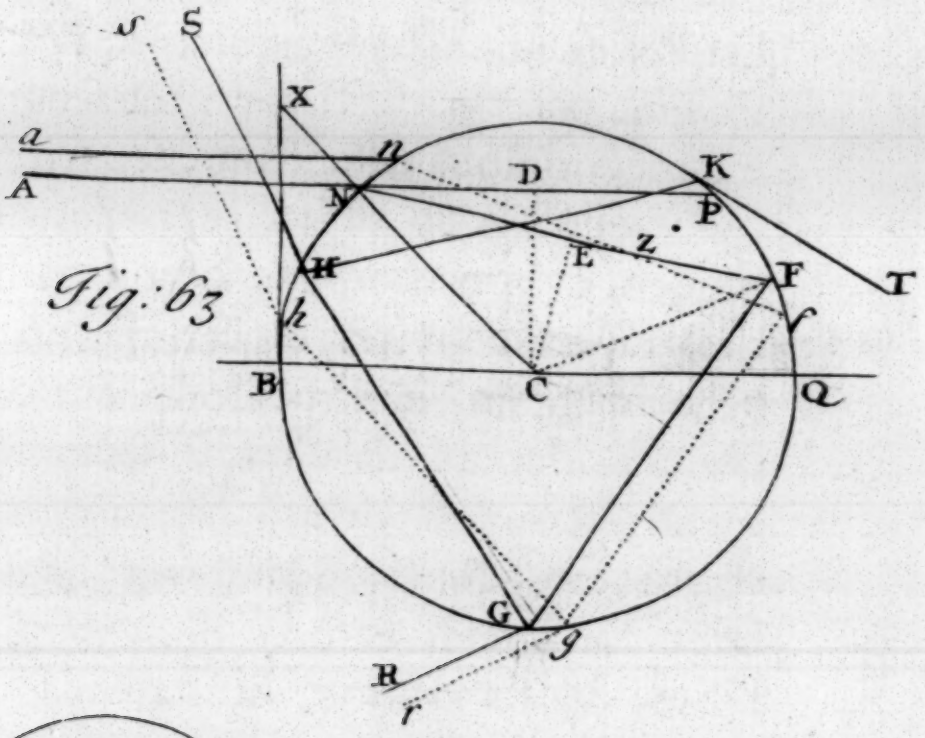


Fig: 63

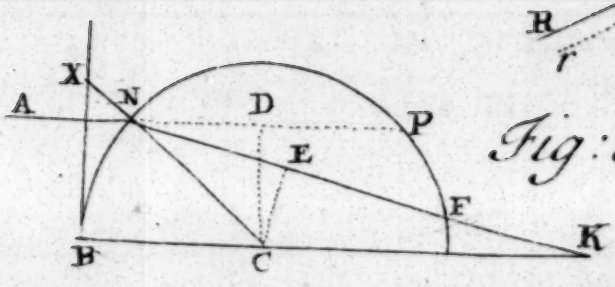


Fig: 62.

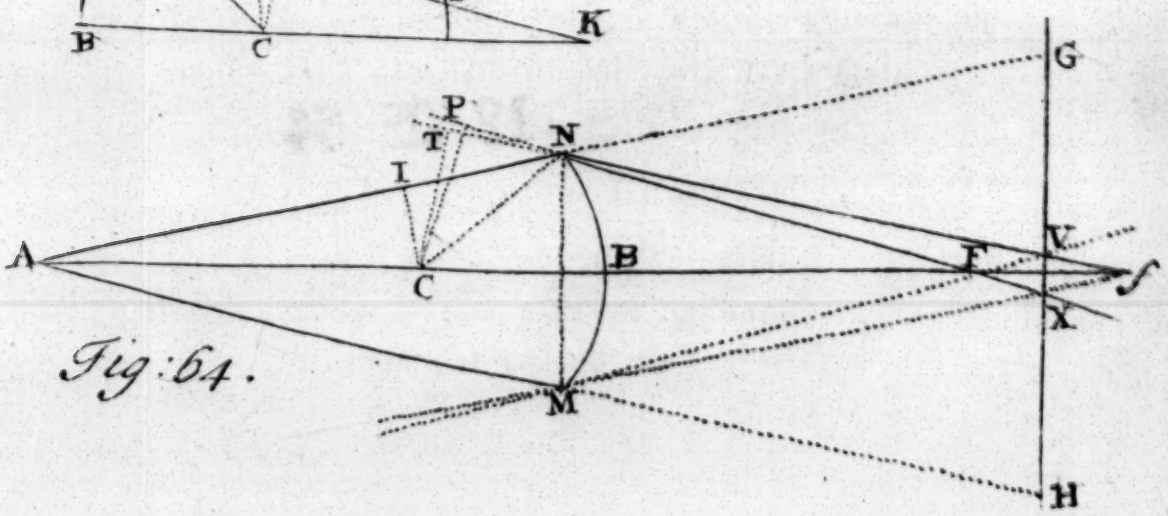


Fig: 64.

Opticæ Pars ſecunda.

De Colorum Origine.

Sectio I.

Exponitur Doctrina de Coloribus, & per Experimenta Priſmatis probatur.

QUI in fabricandis teleſcopiis occupati ſunt, de coloribus conqueruntur, quibus objecta, dum vitris iſtis mediantibus aſpiciuntur, tingi ſolent; quique eo magis augentur & apparent, quo vitrum oculare ex ſphæris minoribus efformatur, vel etiam quo vitrum objectivum majori latitudine radiis intrantibus patet. Unde duplici incommodo implicati impediuntur, ne perſpicilla ad optatum perfectionis gradum perducant: tum quod oculare vitrum ultra certos gradus parvum ad objecta magis amplianda nequeant adhibere,

tum quod vitrum objectivum ultra certos limites aperire nequeant ad objecta magis lucida & perſpicua reddenda. Qui gradus vel limites, ſi non probe obſerventur, objecta coloribus involuta reddentur, & multo minus diſtincta, quam ſi vel minora cernerentur, ope vitri ocularis minus convexi, vel minus lucida diminutâ perſpicilli aperturâ. Jam, cum iſtæ perfectiones præcipuæ ſint, quæ in perſpicillis deſiderantur; nempe ut objecta magis amplient, & reddant lucidiora: operæ pretium videtur in naturam colorum inquirere, ut inveſtigemus tandem quid in cauſâ ſit, quod ita appareant, & objecta reddant indiſtincta; hujus enim ignorantia quam plurimos labore non exiguo ſed inani tamen exercuit, dum imperfectionem teleſcopiorum a vitioſis vitrorum figuris ortam eſſe credentes, in iſtis meliori figurâ perpoliendis navarunt operam. At, ſi cauſam horum colorum ſatis exploratam habuiſſent, ſimul innotuiſſet inæqualis diverſorum radiorum refrangibilitas, & inde vitia teleſcopiorum non ab ineptitudine figuræ ſphæricæ ad refractiones rite peragendas originem ducere conſtitiſſet. Quo bene intellecto, conatus ſuos procul dubio mutaſſent, & laboribus iſtis ſecundum aliam methodum diſpoſitis, opticam in gradum multo perfectiorem jam promotam haberemus.

QUI de coloribus hucuſque diſſeruere, vel id nomine tenus fecerunt, ut Peripatetici; vel in eorum naturam

naturam & cauſas inquirere conabantur, ut Epicurei & alii recentiores. Quæ Peripatetici de hiſce tradidere, etſi vera forent, tamen ad noſtrum propoſitum nihil valerent: quippe, dum modum, quo generantur, & cauſas, unde fiunt tam varii, non attingant. Etenim illi de originibus & variis rerum ſpeciebus diſputantes pro cauſis, ex quibus ipſarum exiſtentiam & diſcrimen mutuantur, varias quaſdam formas aſſignarunt, verum de particulari cujuſvis formæ cauſâ & ratione, ob quam differt ab aliis, haud unquam quicquam diſſeruere. Et ſic ea fecerunt miſſa, quorum explicatio videtur ſummum philoſoporum officium, imo quæ ſola mentem ſcientiæ naturalis avidam explere poſſint.

ATTAMEN, ne mancam philoſophiam tradidiſſe viderentur, effecerunt, ut ejuſmodi diſquiſitiones pro maxime abſurdis & ridendis habeantur; utpote quæ ſupponunt formarum eſſe alias formas, & qualitates qualitatum. Itaque cum lux definiatur eſſe qualitas vel forma, quæ dat eſſe lucidum, non expectandum eſt, ut aliquid de ejus cauſis audiamus, vel quâ ratione ad varios colores producendos fiat varia. Dicunt equidem, quod plus luminis quibuſdam coloribus immiſcetur, quam aliis: at hoc non ſufficit ad eorum productionem, tum quod nullus omnino color ex albedine & nigredine ſolummodo mixtis præter fuſcos intermedios generatur; tum quod quantitas lucis non mutat ſpeci-

em coloris. Corpus enim rubrum, verbi gratiâ, ſemper apparet rubrum, ſive aſpiciatur in crepuſculo ſive in meridie lucidiſſimo. Porro autem ipſa definitio, quam attribuunt coloribus, adeo non pandit eorum naturam, ut eos ne nomine tenus exprimat. Ait Ariſtoteles Χρῶμα δὲ ἐςὶ τῦ διαφανῦς ἐν Σώματι ὡρισμένῳ πέρας. Quæ ſuperficiei coloratæ potius quam coloris deſcriptio eſt. Illa enim dici poteſt extremitas perſpicua in corpore terminato. At color plerumque videtur, ubi nullus talis datur extremitas, ut in iride & priſmate, in vitris vel liquoribus perſpicuis & aliquo colore leviter tinctis. In aquâ marinâ, quæ viridis plurimum apparet, qui tamen color non in extremitate aquæ, ſed per totam ejus craſſitiem, generatur; in aere, qui, licet maxime perſpicuus & nullo corpore denſo terminatus, ſerenâ tamen nocte cæruleus apparet; & in flammâ, quæ non minus perſpicua eſt, & luci pervia, quam ipſe aer. Sic cum humores oculi colore aliquo tinguntur, omnia videntur eodem colore tincta, licet extremitas perſpicui ſit aliis coloribus prædita. Et cum ſolem nudis oculis modo aſpexeris, luminoſa omnia deinceps videntur rubra, & nigra plerumque apparent cærulea, qui color erit magis conſpicuus, ſi clauſis oculis te in locum aliquem tenebroſiſſimum ſtatim conferas. Imo premendo oculum colores in tenebris excitare liceat; quis autem vocabit illos extremitatem perſpicui? cæterum non opus eſt, ut has opiniones enixe refu-

tem,

tem, quæ, etſi veræ eſſent, tamen non ſunt ſufficientes, neque propoſito meo adverſatur. Eſto enim lux qualitas corporis lucidi, eſto lumen actus perſpicui, & color ejus extremitas, & quicquid de illis dixerunt, eſto; abinde tamen haud concipi poterit, quo pacto lux refringatur, unde colores ſint varii, quid in cauſâ ſit, quod in perſpicillis apparent, & quâ ratione incommodum iſtud devitari poſſit.

Ad opiniones aliorum philoſophorum quod attinet, dixerunt colores vel ex umbrâ luceque varie mixtis; vel ex contortione globulorum aut eorum variis preſſionibus generari; vel denique ex variis modis, quibus medium quoddam æthereum vibratur, ſtatuentes lucem productam eſſe ex impulſu vibrantis ætheris in retiformem tunicam delato. Extra oleas nimis vagarer, ſi has opiniones ſigillatim refutandas adortus eſſem: Nec opus eſt, ut faciam, cum omnes in communi quodam errore conſentiant; ſcilicet, quod modificatio lucis, quâ ſingulos colores exhibet, ei non ſit inſita ab origine ſuâ, ſed inter reflectendum vel refringendum acquiritur. Inter radios lucis nullum contemplantur diſcrimen priuſquam incidant in corpus aliquod colorificum; opinati tantum, quod pro variâ diſpoſitione corporis iſtius variis modis reflectuntur vel refringuntur, & pro ſpecie modificationis, quam ſic acquirunt, varia deinde colorum phantaſmata ſpectantibus exhibent. Mixtura lucis & umbræ, gyratio glo-

globulorum vel varia vibratio medii non ſupponuntur ineſſe radiis antecedenter ad eorem reflexiones vel refractiones, ſed per iſtas actiones generari creduntur. Quemadmodum & Peripatetici ſtatuunt colores a corporibus originem ducere, quorum dicunt eſſe qualitates. Attamen contrarium eſſe verum ex ſequentibus abunde patebit. Invenio ſcilicet, quod modificatio lucis, unde colores originem ſumunt, luci connata ſit, & non oritur a reflexione neque a refractione neque a qualitatibus corporum, aut modis quibuſlibet, nec ab iis vel deſtrui poteſt, vel ullo modo mutari.

Verum, ut ſententiam meam diſtinctius proferam, invenio primo, quod radiis diverſe refrangibilibus competant diverſi colores, maxime refrangibilibus purpura ſive violarum color competit, & rubor minime refrangibilibus, atque mediocribus viriditas vel potius confinium viridis & vireſcentis cærulei. Cæruleus autem purpuræ intercedit & viriditati, flavuſque viriditati & rubori. Adeoque radii prout ſunt plus pluſque refrangibiles, apti ſunt ad hos ordine colores rubrum, flavum, viridem, cæruleum & violaceum generandos una cum omnibus eorum ſucceſſivis gradibus & coloribus intermediis.

Invenio præterea, quod nullius radiorum generis forma ſive diſpoſitio colorifica vel refractione vel

aliâ quâcunque (quam potuerim animadvertere) cauſâ mutari poteſt, ſed unicum tantum ſibi proprium colorem unumquodque ſemper conſervat & exhibet, ſi modo a radiorum diverſi generis miſturâ non conturbetur. Nam colores, qui refractionibus generari videntur, non niſi difformium radiorum miſturâ variâ, vel ſeparatione fiunt.

Tertio invenio, quod color albus & niger una cum cinereis ſeu fuſcis intermediis fiunt ex radiis cujuſque ſpeciei confuſe miſtis ; & ſimiliter, quod cæteri omnes colores, qui non ſunt ex primitivis, per varias horum radiorum miſturas producuntur. Et inde non mirum eſt, ſi difformibus radiis per inæqualem refractionem ſegregatis, diverſi colores ex his de novo emergere videantur.

Quinetiam invenio, quod primitivi colores per miſturam radiorum alterutrinque confinium exhiberi poſſunt. Viridis nempe ex flavo & cæruleo, flavus ex adjacente viridi citrioque, & ſic de aliis. Per colores autem primitivos non tantum quinque prædictos intelligo, ſed & quoſlibet alios, quibus exhibendis aptum datur aliquod uniforme radiorum genus.

Invenio denique, quod omnes omnium corporum colores non aliunde generantur quam e diſpoſitione quâdam, quâ apta ſunt ut alios radios

dios reflectant,& introm ittant alios. Sic corpus rubrum eſt, quod radios ad rubedinem aptos reflectit maxime, & pleroſque cæteros intromittit; purpureum, quod radios iſti colori generando proprios reflectit, & intromittit alios: album vero, quod fere omnes reflectit; & nigrum, quod omnes intromittit, pauciſſimis, ſed omnium tamen ſpecierum, radiis repercuſſis.

VERUM ne videar officii limites exceſſiſſe, dum naturam colorum pertractare aggrediar, qui nihil ad matheſin attinere cenſeantur; non abs re erit, ſi de ratione incepti hujus iterum commonefaciam: nimirum tanta eſt inter proprietates refractionum & colorum affinitas, ut ſeorſim explicari nequeant. Qui alterutras rite velit cognoſcere, ut alteras cognoſcat neceſſe eſt: & præterea, ſi de refractionibus non agerem, & earum diſquiſitio non eſſet in cauſâ, quod negotium de coloribus ſimul explicandis inceptarem; tamen generatio colorum tantam geometriam complectitur & eorum cognitio tantâ firmatur evidentiâ, ut vel ipſorum gratiâ poſſem aggredi, ſic limites matheſeos non nihil ampliaturus. Quemadmodum enim aſtronomia, geographia, navigatio, optica & mechanica pro ſcientiis mathematicis habeantur, licet in iis agatur de rebus phyſicis, cœlo, terrâ, navibus, luce & motu locali: ſic etiamſi colores ad phyſicam pertinent, eorum tamen ſcientia pro mathematicâ habenda eſt, quatenus ratione

mathematicâ tractantur. Imo vero, cum horum accurata ſcientia videtur ex difficillimis eſſe, quæ philoſophus deſideret ; ſpero me quaſi exemplo monſtraturum quantum matheſis in philoſophiâ naturali valeat; & exinde ut geometras ad examen naturæ ſtrictius aggrediendum, & avidos ſcientiæ naturalis ad geometriam prius addiſcendam horter: ut ne priores ſuum omnino tempus in ſpeculationibus humanæ vitæ nequaquam profuturis abſumant ; neque poſteriores operam præpoſterâ methodo uſque navantes a ſpe ſuâ decidant. Verum ut geometris philoſophantibus & philoſophis geometriam exercentibus, pro conjecturis & probabilibus, quæ venditantur ubique, ſcientiam naturæ ſummis tandem evidentiis firmatam nanciſcamur. Itaque ad inſtitutum redeo de coloribus ſecundum præcedentes quinque propoſitiones explicatis diſceptaturus.

PROP. I.

Radiis diverſe refrangibilibus diverſi competunt colores.

Quo primum comprobem, repetamus experimentum priſmatis ſub initio propoſitum; nempe radii ſolares obtenebratum cubiculum ad foramen F (fig. 1.) ingreſſi, a priſmate ABC quam proxime foramen iſtud intus diſpoſito refringantur, tendentes deinde verſus oppoſitum parietem HI ad imaginem PT ibi

depingendam, & imago illa, ut vulgo notum eſt, coloribus tingetur, quorum rubeus ad extremitatem T a recto curſu minus deviantem, & purpureus ad alteram procliviorem extremitatem P procidet; cæruleus autem viridiſque & flavus ad Q, R & S intermedia loca cernentur. Conſtat itaq; quod radii maxime refracti purpuram exhibent, & minime refracti ruborem, cæterique intermediam refractionem paſſi colores in ordine præfinito intermedios. Sed in majorem evidentiam tum doctrinæ de radiorum diverſâ refrangibilitate ſub initio propoſitæ, tum hujus doctrinæ, quod certis refrangibilitatis gradibus certi conveniant colores, videamus e contra an diverſi coloris radii diverſam refractionem patientur; hoc eſt, an radii verſus P tendentes refractionem iterum majorem patientur, quam qui tendunt verſus T; id quod variis modis tentare liceat, quorum facillimum & maxime perſpicuum ſequentem exiſtimo.

SUME aliud priſma *a b c* (fig. 1.) & illud alicubi inter primum priſma A B C & imaginem P T ita colloca, ut ſit illi priſmati A B C tranſverſum, ſive parallelum imagini P T, radioſque verſus P T tendentes intercipiat, & alioverſum refringat, puta verſus *p t*. Hoc facto, imaginem *p t* refractionibus utriuſque priſmatis ſic effectam videbis, ut prius coloratam, ſed in alio tamen ſitu diſpoſitam; non parallelam imagini P T, ſed ſecundum extremitates rubras manifeſto convergentem. Jam, cum radii

ad

ad utroſque colores, rubrum T & purpureum P pertinentes, ſimiliter incidant in priſma ſecundum *a b c*, ſi eandem præterea refractionem paterentur, imagines P T & *p t* deberent eſſe parallelæ, & ideo, cum non exiſtunt parallelæ, ſed imaginis *p t* extremitas purpurea *p* longius ab alterâ imagine P T transferatur, quam extremitas rubea *t*; neceſſario concedendum eſt, quod radii ad extremitatem purpuream P tendentes magis refringantur, quam qui tendunt ad extremitatem rubeam T: hoc eſt, quod radii generantes purpuram apti ſunt, ut magis refringantur quam ruborem efficientes, atque idem quoque de coloribus intermediis eâdem ratione conſtabit, ſicut oſtendendum propoſui.

In experiendis hiſce notari poterit, quod quo vicinius anteriori priſmati A B C, ſive quo remotius a pariete H I collocetur priſma poſterius *a b c*, imagines *p t* & P T eo magis ab invicem diſtantes, etiam ad ſe magis inclinabuntur; adeo ut angulum ſemirectum vel paulo minorem eo contineant, cum priſmata collocantur ad invicem viciniſſima; cujus rei ratio facillima eſt conſideranti, quod diſtantiæ P *p* & T *t* ſunt in ratione quâdam datâ. Sic in fig. 2, ſi parallelæ P *p* ac T *t* ſint in ratione datâ, quo majores exiſtant, eo major erit inclinatio linearum P T ac *p t*. Et hinc patet axes imaginum omnium productas convenire ad commune aliquod punctum cum axe P T.

Si forte concurſus imaginum deſideretur, radii O F a ſole directi eo uſque producantur, donec occurrant cum plano H I, in quod dictæ imagines projiciuntur, quemadmodum videre eſt ad X; id quod fiet auferendo priſma A B C, ut jubar per F trajectum recta tendat ad X, & erit X locus, ad quem imagines P T & *p t* convergunt. Nam, quemadmodum radii maxime refrangibiles cadunt in P ac *p*, & minime refrangibiles in T & *t*, conficientes imagines oblongas P T ac *p t*, ſi alii præterea radii darentur minus adhuc refrangibiles, illi citra punctum T ac *t* in papyrum I H caderent, quo pacto imagines illæ paulo longiores evaderent, auctæ ſcilicet ad extremitates T ac *t*. Atque ita, ſi fingeremus radios gradatim minus atque adhuc minus refrangibiles dari, uſque dum deventum eſſet ad radios adeo pertinaces, ut non poſſent omnino refringi, illi radii priſmata ſine aliquâ refractione pertranſeuntes, incidere deberent in ipſiſſimum punctum X, ad quod poſuimus radios a ſole directe venientes tendere. Imagines itaque P T & *p t* ſic productæ convenirent ad X, & proinde ad idem X convergunt. Cæterum dubitari poteſt, an imagines illæ, ſi eo uſque producerentur, dum convenirent ad X, forent accurate rectæ vel paululum incurvatæ, neque iſtud (cum multi foret laboris & parvi momenti) jam lubet determinare; ſufficit, quod ex obſervatione quam proxime convergunt ad X.

De hoc experimento ſub initio obſervabam, §. 23, quod omnibus adverſatur objectionibus, quæ contra doctrinam de inæquali refrangibilitate traditam proponi poſſunt; ex eo quod per tranſverſam refractionem ſecundi priſmatis conſtat inæquales refractiones non eſſe fortuitas & irregulares, neque ex radii cujuſque diffuſione vel dilatatione ortas eſſe, aut aliâ quâvis cauſâ præter diſpoſitionem cujuſque radii ad refractionem in gradu aliquo certo & conſtante patiendam, quandoquidem cujuſque refractio in utroque priſmate ſecundum illam legem peragitur. Addo jam, quod exhinc etiam conſtat, refractiones ſingulorum radiorum ſecundum eaſdem leges peragi, ſive commiſceantur cum radiis aliorum generum, ut fit in albâ luce, ſive ſeparatim refringantur, luce prius in colores converſâ. Nam experiri eſt, quod ſimiles ſunt refractiones poſterioris priſmatis, cum proxime collocatur poſt alterum priſma, antequam lux per id trajecta tranſmigret in colores, atque cum longius poſt illud priſma ſtatuitur, ubi lux evaſit colorata.

Si cui in poteſtate eſt inſtrumentum aliquod ad quantitates refractionum accurate menſurandas paratum, nullus dubito, quin iſtius etiam ope ſeorſim dimetiendo refractiones diverſorum generum radiorum, facile obſervabit earum differentias, licet ego prædictis tanquam manifeſtiſſimis acquieſcens, haud

operæ

operæ pretium duxerim rem aliis modis experiri. Verum, ut cuique magis pateat, quanta ſit prædictorum evidentia, quædam, quæ exinde ſcaturiunt notatu digniſſima, proferre non pigebit.

SIT F*f* (fig. 3.) paries vel operculum feneſtræ duobus foraminibus F & *f* luci pervium, iiſque digitos duos ab invicem diſtantibus, & intus diſponantur duo priſmata A B C, D E G, in ſitu ſibi invicem parallelo, & perpendiculari ad lineam F*f* per centra foraminum ductam; quæ duo lucem ingreſſam refringunt ad imagines duas P T & M N in oppoſitum parietem projiciendas, ſimili prorſus modo, quo factum eſt in experimento priori, & præterea ſint anguli priſmatum A C B, D G E comprehenſi planis refringentibus æquales; quibus ita conſtitutis videbis imagines P T & M N in directum jacentes cum extremitatibus earum T & M contiguis. Quod ſi non eveniat, ſitus unius e priſmatibus parum mutandus eſt, donec extremitates contiguas eſſe cernas, vel forte nonnihil coincidentes purpurâ M & rubore T. Sic juxta poſitis adhibeatur priſma tertium *a b c*, quod primis priſmatibus & earum imaginibus interponatur, in ſitu ad lineam F*f* ſive ad imagines dictas P T, M N parallelo; ita nempe ut radios utriuſque priſmatis A B C, D E G, tendentes verſus P T & M N, pariter intercipiat, eoſque refringens alio projiciat, quemadmodum ad *p t* & *m n*, adeo ut quæ duobus priſmatibus

tibus in priori ſpecimine facta ſunt, hic videas facta tribus.

His ita paratis & conſtitutis, videbis imagines *p t* & *m n* ab invicem disjunctas eſſe, quæ prius apud P T & M N fuerunt contiguæ & in directum poſitæ, ita quidem ut purpura *m* in extremitate imaginis *m n* magis diſtet ab imaginibus primis P T & M N, quam rubor *t* in extremitate imaginis *p t*; id quod nullo modo potuiſſet accidiſſe, niſi radii ad purpuram generandam apti aliquanto magis refringerentur ex incidentiâ pari, quam radii generantes rubidinem. Etenim, cum radii coloris utriuſque pariter incidant in priſma poſterius *a b c*, pariter etiam emergerent, ſi æqualiter refringerentur, & exinde depingerent imagines *p t* & *m n* prioribus P T & M N parallelas & in directum jacentes. Dixi radios utriuſque coloris (purpurei rubeique) pariter incidere in priſma poſterius *a b c*, quod ne moram injiciat alicui, concipiendum eſt, quod radii F T tantum inclinantur verſus extremitatem ejus *c*, quantum alteri *f* M verſus extremitatem alteram *a b*, & ſic incident pariter ſive ad eoſdem angulos, licet non paralleli. Si quis tamen velit efficere, ut incidant etiam paralleli, nihil aliud agendum eſt, quam ut alterum e priſmatibus anterioribus A B C, vel D E G circa ſuum axem paululum convertatur, donec inter T & M interiores imaginum extremitates tanta intercidat diſtantia, quanta eſt inter foramina

F & *f*, ſive quanta iſti rei ſufficiens videatur ; imaginibus ad iſtam diſtantiam in directum jacentibus, & priſmate *a b c* deinceps interpoſito, facile percipiet, quod incidentes parallele emergent inclinati, tum quod imagines non amplius in directum jacebunt, tum quod purpura M ad majorem diſtantiam transferetur quam rubedo T.

Si tria priſmata non præſto ſint, experimentum jam recitatum duobus experiri poſſit, idque modo magis expedito & facili. Sit A B C D E (fig. 4.) priſma cujus unum latus planum A B D E papyro denigratâ tegatur, duobus parvis foraminibus F & *f* luci perviâ, quorum foraminum ſitus eſto ad longitudinem priſmatis tranſverſus. Tunc priſmate hoc ita diſpoſito, ut radii permeantes iſta foramina terminentur in oppoſitum quoddam planum, puta papyrum H I; transferatur iſta papyrus ultra citraque, donec videas imagines duas P T & M N contiguis extremitatibus in directum conjunctas ut prius, deinde altero priſmate *a b c* interpoſito in ſitu ad alterum tranſverſo, videbis imagines illas P T & M N ad *p t* & *m n* ita tranſlatas eſſe, ut non amplius jaceant in directum, rubedine *t* a T minus remotâ, quam purpura *m* ſicut in prioribus contigebat.

Est & aliud ex eodem fonte derivatum ſpecimen, haud expertu difficilius aut minoris evidentiæ. Priſmate A B C, (fig. 5) juxta foramen F ut prius collocato,

locato, ad diſtantiam convenientem (veluti duodecim pedum) ſtatuatur aliud priſma *a b c* in ſitu tranſverſo reſpectu prioris, vel forte parallelo, aut alio quovis pro arbitrio; ita tamen ut anterius priſma A B C lucem refractam & coloratam projiceat in aliquod ex planis lateribus *a c*, quod quidem latus obducatur papyro denigratâ, & exiguo foramine G per medium transfoſſâ, per quod aliqui ex radiis ab anteriore priſmate refractis tranſeant in hoc priſma poſterius; ubi, cum rurſus refracti fuerint, pergant ad papyrum H I ab inde decem pedibus vel pluribus diſtantem. Quibus ita compoſitis & conſtructis, in ſitu illo figatur papyrus H I & poſterius priſma *a b c*. Denique præ manibus ſumatur anterius priſma A B C, non ut moveatur e loco ejus, ſed ut motu tantum angulari nunc huc nunc illuc paululum inclinetur, ut alios atque alios colores ſucceſſive trajiciat per foramen G in oppoſitam papyrum H I, & videbis, quod color quilibet diverſus ad locum diverſum perget. Veluti, cum ea ſit poſitio priſmatis A B C, ut rubor cadat ad G, videbis iſtum puta ad T refringi; & hac poſitione priſmatis A B C paululum mutatâ, inclinando id circa axem donec purpura cadet in G: videbis, quod ille color juxta obliquiorem tramitem refringetur, puta ad P; & pari modo, ſi color aliquis intermedius incidat in G, idem refringetur ad locum ipſis P & T interjacentem. Quamobrem, cum radii cujuſlibet generis pergentes a foramine F poſitione dato ad foramen

G poſitione datum, & ideo ſimiliter incidentes in priſma poſterius *a b c*, refringantur ad loca diverſa P, T, cæteraque intermedia, conſtat, quod inæqualiter refringantur; & cum refractus G P obſervetur magis deflectere ab incidente F G quam refractus G T, conſtat, quod radii purpuram exhibentes magis refringantur quam exhibentes ruborem, cæterique deinceps in ordine intermedio.

Si qua forſan oboritur ſuſpicio, quod ex motu priſmatis A B C foraminibus F & G interpoſiti, incidentia radiorum diverſos colores efficientium tantum varietur, quantum ſufficiat ad varietatem efficiendam locorum P, T, &c. ad quos refringuntur, quamvis motus iſte ſit exiguus & ineptus huic effectui; tamen, ut ſuſpicio illa prorſus eximatur, anterius priſma A B C ad alteras partes foraminis F ſolem verſus callocandum eſt, ut radii incidentes in foramen G directe veniant a dicto foramine F: eo enim pacto, cum foramina F & G poſitione determinentur, poſitio radiorum per utrumque trajectorum determinabitur, eademque accurata erit omnium incidentia, quoſcunque colores exhibentium, & tamen diverſicolorum refractio non ſecus peragetur ad loca diverſa P, T, &c. quam modo explicui.

Ex abundanti denique placet alium recenſere modum, quo hæc eadem tentari poſſint, ne copia deſit exper-

experturis. Nimirum radiis ut prius per priſma A B C (fig. 6.) trajectis, ad diſtantiam quamlibet, puta viginti pedum, adhibeatur ſpeculum planum quale I K, G H, quod eoſdem verſus locum quemvis D reflectat, ubi per aliud priſma L M N tranſmittantur denuo verſus *p* vel *t*. His poſitis, ſi ſpeculum iſtud iſta collocetur ad I K, ut rubrum colorem reflectat, & notetur locus ad quem hi radii tendunt, poſtquam tranſiêre per priſma L M N, deinde ſpeculum ſtatuatur ad G H, violaceum vel cæruleum colorem ad idem priſma L M N reflectens, ut hi etiam radii a dicto priſmate L M N refringantur; invenietur, quod cæruleus color verſus *p* refractus longius divaricabit ab incidentibus radiis P T D, quam rubeus refractus verſus *t*: Atque adeo quod radii cæruleum generantes majorem refractionem patiantur quam generantes rubeum.

CUM veritatem propoſitam ſic fecerim ſtabilitam, hanc propoſitionem concludam adnotando connexionem & affinitatem, quam coloribus & refractionibus intereſſe dixeram; nempe ex oſtenſis non ſolum pateat, quod diverſa colorum genera cum definitis gradibus refrangibilitatis reciprocantur, ſed & iiſdem experimentis probatur dari radios diverſe refrangibiles, & radios diverſe refrangibiles eſſe diverſi coloris; iiſdemque probatur e contra radios diverſicolores eſſe diverſe refrangibiles, & inde radios diverſe refrangibiles dari. Et

ſcopus eorum, quæ in primis Lectionibus de diſpari refrangibilitate radiorum edocui, quoad cauſas colorum intelligendas, multum illuſtratur, ut pateat, quod una abſque aliis dilucide tractari nequeant.

PROP. II.

Radiorum formæ, ſive diſpoſitiones coloríficæ, non ſunt refractione mutabiles.

Tranſactâ aſſertione, quod diverſicolores radii ſint diverſe refrangibiles, & e contra; videamus, an cujuſcunque radiorum ſeorſim ſpectati generis color a refractione mutari poſſit, & hoc a noviſſime tradito experimento quadantenus decernitur. Scilicet, cum extrema purpura incidebat in foramen G (fig. 5.), radii ſecundâ vice ad P refracti purpuram iterum exhibuêre ſine aliquâ flavedine, rubore, aut viriditate exinde generatâ: &, cum extrema rubedo in G projiciebatur, eadem rubedo in T abſque violaceo, cæruleo, aut viridi emergente apparuit.

SED experimentum nondum omnibus numeris abſolutum eſt; nam ubi priſma *a b c* non tranſverſum, ſed alteri priſmati A B C parallelum ſtatuebatur, e purpurâ cæruleus & e rubedine flavus eliciebatur, præſertim ſi non ſummæ extremitates per G trajiciebantur; cum autem viriditas trajecta fuit, colores utrinque proximi (cæruleus nempe & flavus) emer-

emerſêre ; & ſic flavus citriuſque ruborem & viriditatem, ac cæruleus viriditatem & purpuram præbuerunt: Eorum itaque reminiſci oportet, quæ ſub initio de more, quo oblonga hæc imago P T ex circulis in directum poſitis formatur, explicui ; & inde conſtabit hoſce colores non ſimplices eſſe, ſed e plurium miſturâ componi. Nam concipe genus radiorum æqualiter refrangibilium, & intenſam purpuram generantium, ab integro ſolari diſco profluere, & per priſma verſus imaginem P T (fig. 7.) trajectos incidere in circulum A C. Deinde aliud concipe radiorum paulo minus refrangibilium genus in alium circulum Y Z (qui priorem in G contingat) incidere, & manifeſtum eſt, quod nulli iſtorum generum radii commiſcebuntur; quippe cum circulos A C & Y Z, ex nullâ parte coincidentes occupant. Quod ſi tertium radiorum, intermediam refractionem paſſorum, genus, in circulum E F quaſi in medio poſitum incidere fingas, patebit aliquos ex iſtis cum utriſque prioribus in ſpatiis H I & K L miſceri, in quibus nempe circuli ab illis illuminati coincidunt ; atque ita, ſi concipias imaginem totam P T ex innumeris circulis in longum diſpoſitis componi, quorum quilibet a diverſis radiorum generibus illuminatur, conſtabit, quod in omni ejus parte radii heterogenei commiſceantur, quibus deinde per iteratam refractionem magis ſegregatis, color quilibet in ſimpliciores reſolvi debet. Sic in viridi latet flavus & cæruleus, qui tamen non conſpiciuntur,

tum

tum quod viriditatem generantes, ſive (ut perſpicuitatis gratiâ voces fingam) viridiformes radii propter copiam præpollent, tum quod flavus & cæruleus viridem componunt, ſed quatenus per ſecundam refractionem ſecernuntur, unuſquiſque ſub propriâ formâ videbitur. Et ſic in aliis.

His perſpectis periclitatus ſum, quid e pluribus refractionibus eveniret, hoc fretus conſilio, quod colores iteratis refractionibus plus pluſque mutari deberent, ſi modo a ſingulis quamlibet internam mutationem paterentur; contra vero, ſi non intrinſecus mutati, ſed per divergentiam difformium radiorum e miſturis tantum educti & ſegregati eſſent: Tum apparentes mutationes iteratis refractionibus minores fieri, propterea quod colores quâlibet vice ſimpliciores evaderent, & experienti poſterior caſus evenit. Scilicet, cum coloris per poſterius priſma *a b c* trajecti, partem aliquam tertio priſmate ad diſtantiam aliquot pedum diſpoſito exceperim, color ille denuo trajectus adeo perdurabat; ut, ſi ratione non conſtitiſſet mutationem aliquam eventuram fuiſſe, ſenſu judice haud mutari percepiſſem. Tentabam deinde, ſi quam quartâ refractione mutationem ſenſibilem inducere potuerim, ſed fruſtra. Interea cavendum eſt, ne foramina F ac G, cæteraque, per quæ lux tranſit, majora ſtatuantur, quam exigunt colores, ut evadant perſpicui.

EST & alia methodus, quâ diverſi colores ab invicem ſegregari poſſunt, ut ex ſegregatis examen ſtatuatur; ſcil. experimentum ſub initio traditum eſt, quo ſolis imago P T, per contractionem cujuſque circularis imaginis, oblongam illam efformantis, multo oblongior quam alias evaſerit. Nam in contractâ imagine *p t* (fig. 8) quæ totidem conſtat circulis, eadem centra retinentibus, quot ſunt in majori P T, circuli minus coincidunt. Sic enim A C & E F ex parte H I coincidunt; at cum in minores *a c* & *e f* contrahuntur, videre eſt, quod ex omni parte ab invicem diſtant, & ſic de aliis. Quamobrem, cum circuli a diverſis radiorum generibus illuminati jam minus confunduntur, colores evadent minus commixti, utut non fient omnino ſimplices, propterea quod circuli inter *a c*, *e f* cæteroſque poſiti, cum illis ex aliquâ ſuâ parte poſſint coincidere. Sed hâc de cauſâ plures ejuſdem cujuſque coloris gradus tantum commiſceri poſſunt, ut cyaneus & indicus in cæruleo, quæ quidem ac miſtura ſemper fiet eo minor, quo imago *p t* in anguſtiorem contrahitur.

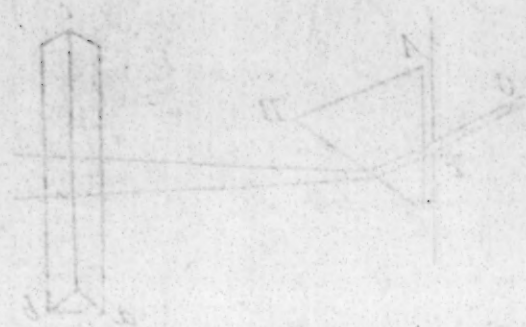
DISPOSUI itaque priſma A B C (fig. 9.) una cum lente L M ad diſtantiam quaſi decem pedum a foramine F, per quod ſol illuxit cubiculum, & radii per hæc duo vitra trajecti deſideratam imaginem contractam *p t* ad pedes exinde decem circiter formabant

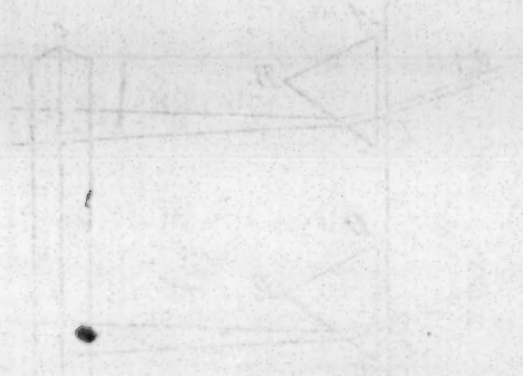
mabant ; lente L M exiſtente tali, ut radios parallelos ad focum quinque pedibus à ſe diſtantem cogeret. Deinde aliud adhibui priſma H I K, cujus latus planum H I velamine nigro, ad *n* (ut dictum eſt) transfoſſo, tegebatur, & ad imaginem *p t* ſtatui, ubi colores ſecundum latitudinem maxime contractos & diſtincte terminatos vidi, ut eorum aliquis pro arbitrio tranſmitteretur per *n* in parietem vel papyrum Y Z. Quibus poſitis obſervabam deinde, quod colores hoc modo multo minus a repetitis refractionibus mutati fuerint quam in præcedentibus. Cum rubor per *n* tranſmiſſus eſt, idem rubor ad Y Z apparuit & non alius color quiſpiam, demptis variis ejuſdem gradibus, ut coccineo & minio : Et ſic viriditas in varios ſolummodo gradus diſcreta fuit, ex unâ parte vergens ad flaveſcentem viriditatem, & ex aliâ thalaſſinum, ſed in flavum aut cæruleum, aliumvè colorem quemvis, ex nullâ ſui parte transformari potuit. Atque idem in aliis coloribus contigit.

OBSERVABAM præterea, quod cum foramen F factum erat anguſtius, ut per imaginis *p t* majorem contractionem colores evaderent ſimpliciores, colores ad Y Z trajecti minus adhuc mutati fuerint, & vix aliquam mutationem ſenſibilem paſſi fuiſſe videbantur, cum foramina non latius duodecimâ parte digiti patuêre ; hoc tantum excepto diſcrimine quod lux apud *p t* fortior erat (quia magis contracta) quam

12 DE 14

Ta









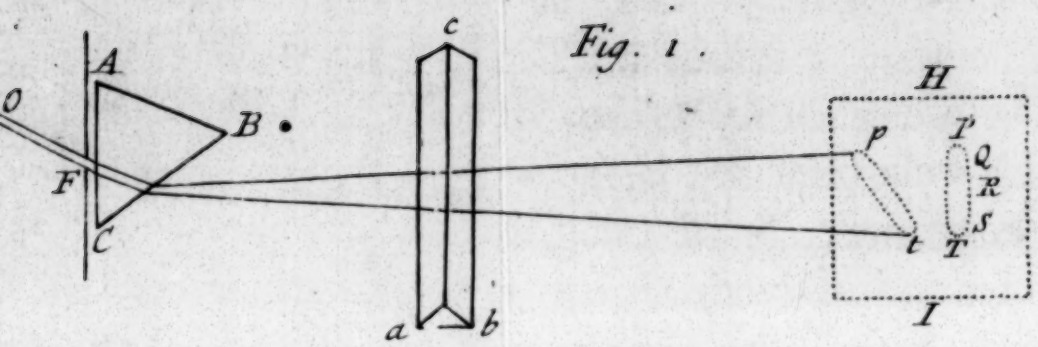






Tab. I.

Fig. 1.



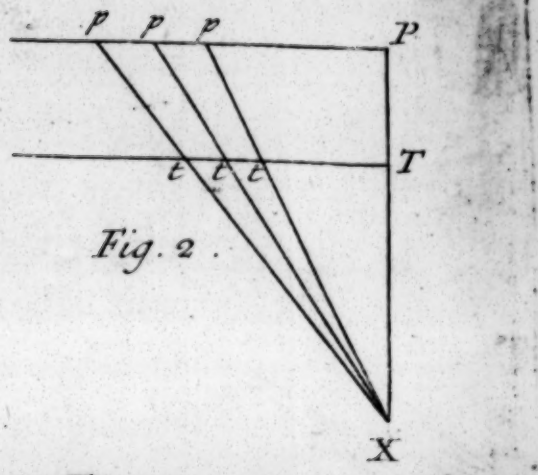


Fig. 2.

Fig. 3.

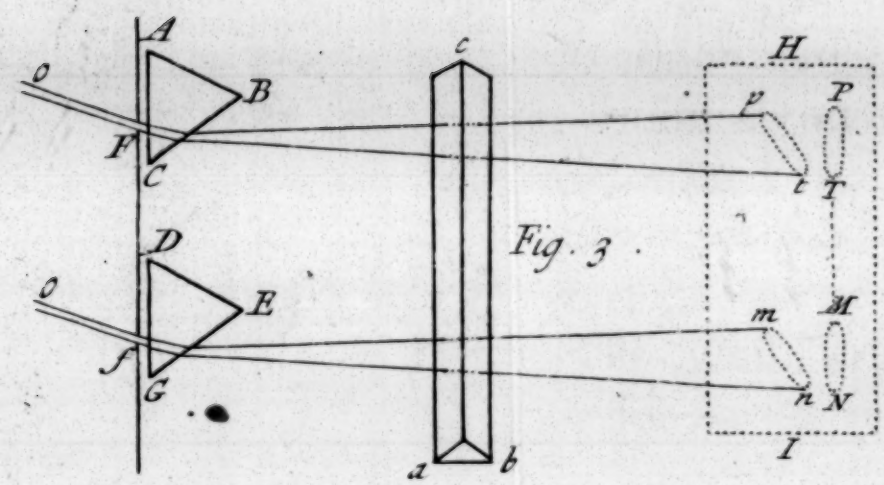


Fig. 4.

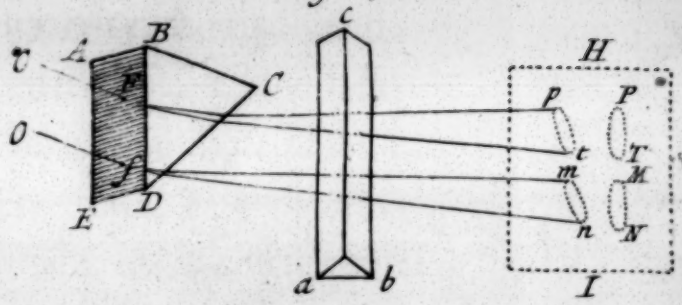


Fig. 5.

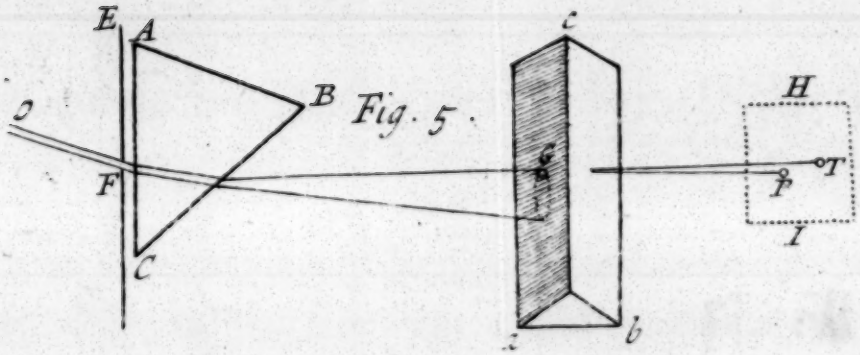


Fig. 6.

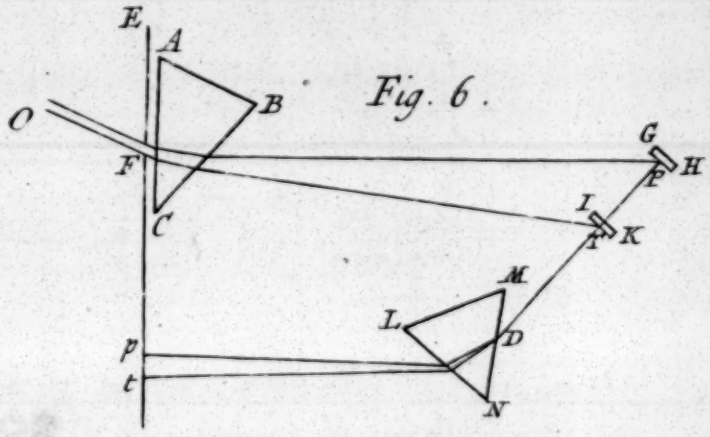


Fig. 7.

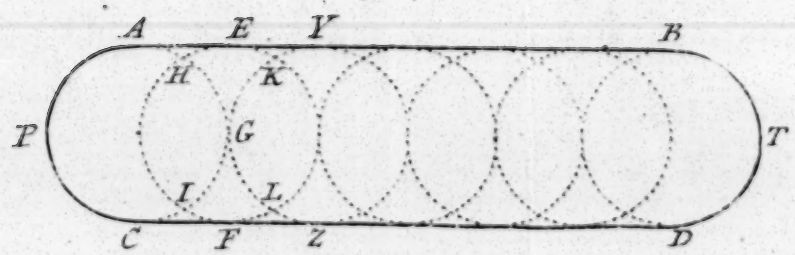
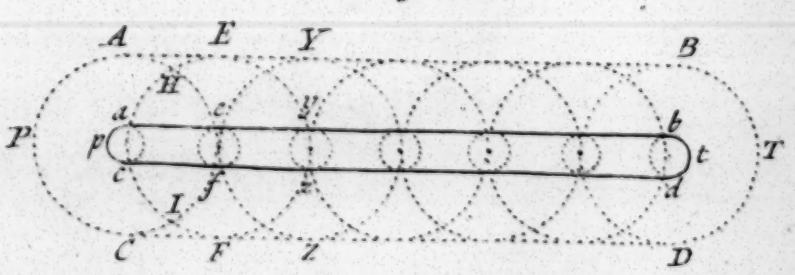


Fig. 8.



quam apud Y Z. Atque adeo nil dubitandum esse censeo, quin colores evaderint prorsus immutabiles, si modo per indefinitam parvitatem foraminum F & *n* omnino in simplices discerni possunt. Et hoc ex eo etiam confirmatur, quod cum texi lentem L M juxta perimetrum ejus velamine nigro, per medium ad latitudinem fere semessis digiti circulariter pertuso, figura imaginis Y Z pene orbicularis evasit; & eo magis orbicularis, quo magis foramen F contraxi. Id quod notari vellem, cum plurimum illustret, causam imaginis T P in longitudinem ductæ non aliam fore, quam radiorum coloribus dissimilium diversam refrangibilitatem.

Cæterum, quo propositum adhuc magis pateat, & ex abundanti ut constet, quinam sint colores primitivi, adverto circulos A C, E F, Y Z cæterosque in alternas partes juxta lineam, quæ per omnium centra transit, maxime extendi, & ab invicem recedere, antequam attingant parallelas rectas A B & C D, quibuscum imago illa utrinque terminatur. Sic A C & E F, se mutuo secantes in H & I, recedunt postea, non omnino coincidentes in triangulis A H E & C I F. Colores itaque juxta ipsissimas extremitates A B & C D sunt omnino simplices. Et ex hoc fundamento propositum assequi possem, sed circuli illi, statim ut ab extremitatibus ipsis recedunt, inter se mutuo nimis interseruntur, quam ut colores per aliquam sensibilem latitudinem satis

ad experimenta commode inſtituenda ſegregantur; rem potius ad hunc modum aſſequar.

E præoſtenſis conſtat, figuras, ex quibus in longum diſpoſitis imago P T componitur, circulares eſſe propter ſolis diſcum circularem; & inde, ſi diſcus ille triangularis eſſet, vel aliâ quâcunque non circulari perimetro terminatus, illæ etiam figuræ vel triangulares, vel alio quovis modo ad inſtar ſolis terminatæ evaderent. Et par eſt ratio de foramine F, & figuris ad inſtar iſtius foraminis, ex quibus in longum ſimiliter diſpoſitis imago *p t* conſtituitur. His animadverſis, vice orbicularis foraminis F triangulare ſubſtituitur, cujus altitudo verbi gratiâ ſit pluſquam digiti, baſis tertiæ quartæve partis digiti, & crura æqualia. Et priſmate A B C ad trianguli hujus perpendiculum exiſtente parallelo, imago *p t* (fig. 10.) quadrilatera ex triangulis *c a f*, *e m h*, *g n i* cæteriſque infinitis multis efformata eſt, quibus juxta baſes in lineâ *c d* poſitas cum ſe mutuo parte maximâ communicantibus, exinde ad uſque ipſorum vertices receſſio gradatim facta eſt, donec in verticibus ad rectam *a b* ſitis penitus diſſocientur, adeoque colores ibi ſimplices evadunt.

JAM vero obſervabam, quod ſimplices ſive primitivi colores juxta terminum *a b*, etſi longe debiliores, tamen (ſenſu judice) ejuſdem ſpeciei apparuêre, ac compoſiti juxta terminum *c d*, cujus rei ratio eſt, quod

quod color quilibet primitivus per commiſturam colorum utrinque confinium exhiberi poteſt, ut in ſequentibus patebit. Colorum, vero quos hoc pacto primitivos eſſe conſtitit, gradus eſſe inſigniores, coccineus ſive gramineus, thalaſſinus, cyaneus, indicus & ejuſdem violaceus, qui ad uſque extremitatem imaginis extendebatur, ſed abſque immiſtâ rutili alicujus fulgoris tinctură apparuit, ſi modo cubiculum factum fuerit valde tenebroſum.

Observabam præterea, quod coloribus hiſce juxta terminum *a b* conſpicuis, non potui ſenſibilem ſpeciei mutationem refractionibus utcunque repetitis inducere. Quinetiam tentabam, ſi quo alio pacto mutare poſſem, quemadmodum reflectendo a corporibus diverſimode coloratis. Sed in eo fruſtra fui; nam (ſuperfluâ luce quaquaverſum penitus excluſâ) ſi cæruliformes radii in aurum incidêre, illud aurum cærulei coloris evaſit: ſi flaviformes in Indicum incidêre, flaveſcebat Indicum. Et ſic in cæteris, adeoque hanc propoſitionem ſatis ſuperque ſtabilem eſſe cenſeam.

PROP. III.

Colores albi & nigri, cum cinereis ſive fuſcis intermediis, ex radiis uniuſcujuſque ſpeciei confuſe miſtis generantur.

ASSERTIONIS veritas e præcedenti propoſitione manifeſta eſt; nam colores ex primitivis, (quales reperiuntur jam recenſiti) per compoſitionem generari neceſſe eſt. At non gravabor tamen fuſius probare, idque potiſſimum, cum lucem cui color albus competit, ex radiis quoad qualitates colorificas æque ac refrangibilitatem heterogeneis componi; eâque de cauſâ albere certiſſime conſtat. Proponitur itaque jam monſtrandum eſſe, quod, cum omnes omnino colores, quos priſmata generant, debite commiſcentur, albedo exinde reſultabit, deque tali miſturâ perfecte componendâ plures modos, ex quo cogitabam ordine, recenſere animus eſt.

AC primo rem aggreſſus ſum cum pluribus priſmatibus ita diſpoſitis, ut colores eorum in eundem locum inciderent, & ſic inter ſe miſcerentur. Sint ABC, DEF ac GHI (fig. 11) tria priſmata juxta ſe ſitu parallelo ita diſpoſita, ut alterum DEF ſit alteris duobus ABC & GHI utrinque viciniſſimis intermedium, in morem trium linearum conficientium capitalem literam græcam Ξ, & lux per unumquodque priſma libere tranſiens, excipiatur in papyrum PT, pede uno vel duobus poſtpoſitam. Coloribus omnium priſmatum ſic in ipſam PT projectis, convertantur priſmata circa proprios axes, & videbis colores iſtos ſibi invicem accedere vel recedere. Quare convertantur, donec talis ſit eorum

ſitus,

ſitus, ut unius priſmatis A B C rubor, & alterius G H I purpura vel color indicus cum viriditate tertii D E F coincidant, ſicut vides factum ad R; & ex iſtis coloribus ita ſibi commixtis albedinem generari cernes, colore purpureo & cæruleo juxta R cæteros intercedente.

CÆTERUM in iſtis experiendis convenit obſervare ſequentia. Primo, ſi anguli priſmatum planis refringentibus contenti A C B, D F E & G I H ſint inæquales, præſtat, ut illud priſma, cujus angulus G I H maximus eſt, ponatur verſus exteriorem partem anguli contenti radiis incidentibus & refractis, & iſtud verſus interiorem, cujus angulus A C B eſt minimus.

SECUNDO aperturæ, per quas lux tranſmittitur trans priſmata, debent eſſe magnæ; imo convenit, ut tranſitus luci per tota priſmata pateat, obſtaculo nullo adhibito; neque opus eſt, ut experimentum in tenebris peragatur, ſicut in aliis quamplurimis requiritur.

TERTIO papyrus P T, in quam colores incidunt, non nimis diſtare debet a priſmatibus: ſufficit diſtantia pedum plus minus duorum. Has autem aperturas & diſtantiam eâ de cauſâ adhibeo, ut colores eo melius commiſceantur ad albedinem perfectiorem componendam.

QUARTO,

QUARTO, ut colores ad R facilius etiam & ſatius commiſceantur, priſma A B C ſtatuatur in ſitu quocunque tali, ut radii tum ingredientes tum emergentes refractionem præterpropter æqualem patiantur, & in eo ſitu figatur. Et colores ejus ad diſtantiam duorum pedum excipiantur, vel ad eam potius, ubi vides flavum ejus & cæruleum modo contiguos, albedine intermediâ tum evaneſcente. Poſtea figatur illud priſma G H I in tali ſitu, ut purpura ejus contingat ruborem alterius A B C, non autem coincidat illi, & linea contactûs notetur. Deinde tertium priſma D E F ſic fige, ut ejus colorum medietas cadat in dictam lineam contactûs, quod ubi contingit, facile cognoſces, intercipiendo lucem cætera priſmata ingreſſuram. Denique papyrus P T ultra citraque transferatur paululum, donec videas albedinem perfectam in medio colorum ad R generari. Quam quidem albedinem ex variis coloribus compoſitam eſſe conſtabit, intercipiendo colores unius duorumve priſmatum, priuſquam attingant papyrum; nam loco albedinis, eos, quos non intercipis, colores intueberis.

DENIQUE ſi velis, ut colores cujuſque priſmatis perfectius miſceantur, poſſis adhibere plura priſmata, modo præſto ſint; tamen eventus non deerit expectationi, ſi tria tantum adhibeas. Etenim colores cujuſque priſmatis ſeorſum ſpectati non ſunt omnino

nino ſimplices, ſed viridis & rubeus nonnihil miſcentur in flavo, & purpureus ac viridis in cæruleo, & ſic de reliquis, quemadmodum in ſequentibus oſtendetur; & inde fiet, quod cum tria tantum priſmata adhibentur, non ſolum tres colores, rubeus, viridis & indicus commiſceantur in R, ſed etiam cæruleus & flavus, una cum omnibus eorum gradibus intermediis, iſtam albedinis compoſitionem ingrediantur.

VERUM, cum tot priſmata in ſitu tam accurato diſponere, propter motum ſolis & alia incommoda, difficile forſan & laborioſum ſimul inveniatur, niſi adhibeatur machina quædam eâ de cauſâ fabricata, ut ejus ope priſmata in deſiderato ſitu figantur; alium propterea modum profero, quo iſta negotio leviori, idque unico priſmate periclitari poteris. Sumatur papyrus, vel aliud opacum corpus attenuatum, in morem laminæ, & in eo confodiantur oblongæ rimæ ſex aut plures parallelæ, quarum latitudines ſint æquales diſtantiis, aut iis paulo majores. Deinde papyrus iſta figatur alicui ex planis lateribus priſmatis. Sit illud latus papyro obductum A C E D, (fig. 12.) & rimæ in papyro exciſæ litteris *f* deſignentur, quarum ſitus eſto parallelus ad E C concurſum laterum refringentium priſmatis, ſive ad verticem ejus. Papyrus autem debet toti iſti plano A D E C ſuperindui, nequa lux alibi tranſmiſſa quam per prædictas rimas perturbet experimentum. Tum priſma ſta-

tuatur

tuatur in luce ſolis, ut radii ejus per dictas rimas id ingrediantur, vel poſtquam refracti fuerint per eas egrediantur, & in iſto ſitu figatur. Quo facto, ſumatur alia papyrus P T, quæ ſic teneatur a poſticâ parte priſmatis ad diſtantiam trium duorumve digitorum, ut in eam lux terminetur, & videbis tot lineas colorum, quot ſunt oblongæ rimæ *l*, quarum linearum cuique tot competunt colores, quot ſolent apparere virtute priſmatum. Nempe quælibet rima ſubit officium unius e priſmatibus, experimento priori adhibitis, & proprios colores cæruleum, rubrum, cæteroſque generat, quaſi tot eſſent priſmata, quot ſunt rimæ. Porro, ſi papyrus P T longius differatur a priſmate, coloratas iſtas lineas paululum dilatari cernes, & interjecta ſpatia minui, donec abſorbeantur à coloribus tandem factis contiguis. Et, ſi papyrus adhuc longius differatur, colores a diverſis rimis effecti, rubri cum cæruleis primo, deinde alii cum aliis, incipient plus pluſque miſceri, & ſic ſeſe paulatim diluent, donec, cum miſtura ſatis abſoluta eſt, convertantur in albedinem, præterquam in eorum extremitatibus P ac T, ubi mixtura & confuſio fere nulla eſt. Et iſthæc accidunt, cum papyrus P T quaſi ad diſtantiam decem vel duodecem vicibus majorem ipſâ A C vel B C, latitudine planorum priſma conſtituentium, amovetur. Quod ſi amoveatur adhuc longius, abſimilium radiorum commiſtio perfectior fortaſſe evadet, ſed colores purpurei & cærulei ad P, ac flavi ac

rubri

rubri ad T, latiores fient, & interjectum ſpatium album minuetur, donec totum deſtruatur ab iſtis coloribus occupatum.

In hiſce autem experiendis cavendum eſt, ut oblonga foramina *l* ſint accurate æqualia, & æqualibus diſtantiis ab invicem diſſita, ne luce magis copioſâ per aliquod ingreſſa quam per cætera, colores exinde generati prævaleant cæteris, & miſturam perfectam conturbent, & ſic vice albedinis colores apparebunt hinc illinc more fortuito ſparſi. Illa vero diſtantia rimarum *l*, ut & earundem latitudo, non male ſtatuitur eſſe pars digiti circiter duodecima, aut eâ major forte, ſi priſma ſatis amplum adhibeas. Quinetiam, ſi cupias, ut experimentum ſit omnibus numeris abſolutum, vice priſmatum vitreorum vulgo venalium (quæ ſunt nimis gracilia) debes ampliori-bus uti, qualia poſſis efficere ex laminis vitreis utrinque perpolitis, & conjunctis in morem vaſculi priſmiformis, quod vaſculum impleatur aquâ clariſſimâ, & undique cemento obturetur. Non multum refert, quænam ſit hujus latitudo; ſufficit, ut ſit trium digitorum. Sed refringentia latera debent eſſe quatuor vel ſex lata aut amplius, ut rimæ præfatæ *l* cum diſtantiis earum fiant majores & plures & magis accuratæ. Sin utaris anguſtioribus, qualia vulgo venduntur, colores cæteri juxta P ac T dilatando prius deſtruent interjectam albedinem, quam perficiatur per remotionem papyri P T. Et illa

præterea, quæ in totum conſtant ex vitro, colore aliquo vel viridi vel flavo plerumque tinguntur; & radios ita tingunt in tranſitu, ut albedinem perfectam exhibere nequeant.

JAM vero audire videor objectionem, ex receptis philoſophorum opinionibus depromptam. Dicat enim aliquis, quod colores revera & proprie loquendo non miſcentur, ſed deſtruuntur potius; idque eâ de cauſâ, quod umbræ vicinia, quæ neceſſaria eſt ad productionem colorum, tollitur, cum radii per diverſas rimas trajecti commiſceri incipiunt; & propterea, quod radiis ſic mixtis, quorum motus inter ſe diſſentiunt, neceſſe eſt, ut iſti motus deſtruant alterutros, quibus ceſſantibus color omnis perit, & in albedinem convertitur. Sic Carteſianus aliquis contendat forte, quod, cum globuli miſcentur, quorum rotationes contrariantur ſibi, neceſſe eſt, ut impediant ſeſe, & alternos motus deſtruant. Et ſic alii objiciant alia.

SED reſponſio multiplex in promptu eſt, & imprimis inquam, quod, cum umbræ coloribus interjectæ primum evaneſcunt removendo papyrum P T, colores tamen non ideo pereunt, neque minimum immutantur, donec incipiunt miſceri per remotiorem diſtantiam papyri; & albedo non producitur, donec per diſtantiam adhuc remotiorem miſtura radiorum omnis

omnis generis evadat perfecta. Unde confinium umbræ non eſt neceſſarium ad colores producendos, neque albedo generatur ex iſto ſublato.

Secundo, colores, qui primo omnium miſcentur, nimirum purpureus ſive violaceus, & rubeus, videntur maxime eſſe omnium diſſimiles, propterea quod adverſas colorum extremitates occupent. Quamobrem itaque motus eorum contrarii non deſtruunt ſeſe, neque color albus generatur, antequam cæteri etiam colores omnes miſcentur.

Tertio, cuique licet obſervare, idque nullo negotio, quod colores non omnino mutantur trajiciendo radios per medium quantumvis luminoſum: ſic colores priſmatum ſunt iidem, ſive trajiciantur per ſpatium illuminatum, ſive tenebris involutum; & res omnes eodem modo coloratæ cernuntur, ſive conſpiciantur, cum lumen ſolis trajiciatur inter medium ſpatium, ſive cum excludatur; id quod ſecus eſſet, ſi lux in lucem per idem medium tranſeuntem poteſt agere. Quinimo, ſi radii duobus priſmatibus refracti ſeſe decuſſent, poſtquam ab invicem diſcreti ſunt, eoſdem colores efficient, quos alias efficerent, ſi non omnino miſcerentur. Quod non poſſet evenire, ſi radii diverſis coloribus tincti ſibi mutuo per eadem ſpatia tranſeuntibus mutationem aliquam inducerent.

QUARTO, cum in illâ diſtantiâ papyrum P T fixeris, ubi colores albedinem optime componunt, ſtatuatur alia papyrus Y Z ad diſtantiam duorum vel trium digitorum a priſmate, & in eâ notentur lineæ coloratæ, tum excindantur iſtæ partes papyri, in quas dictæ lineæ cecidêre. Factis eo pacto rimis oblongis v v v v v v parallelis & æqualibus, ut & æque latis ac diſtantibus; deinde papyrus iſta Y Z in locum ſuum reſtituatur tres digitos circiter a priſmate diſtantem, ut per rimas ejus lux colorata trajiciatur ad alteram papyrum P T longinquiorem; quo facto poſſis obſervare, quod ſi parum deprimas papyrum Y Z, ut purpureos colores & cæruleos ſuperioribus labris rimarum ejus impingentes intercipiat & tranſmittat cæteros, albedo ad papyrum P T convertitur in rubeum colorem, aut citrium vel flavum: ſin attollas eam, ut rubei & flavi labris inferioribus intercipiantur, cæterique perlabantur, albedo iſta convertitur in purpureum, indicum & cæruleum, perinde ut fieri oportet in mixturâ colorum; nam unis è mixturâ ſublatis, alteri debent ad propriam ſpeciem & formam reſtitui.

QUINTO, papyro Y Z ſublatâ & reliquis ſtantibus, papyrum alteram P T in meditullio albedinis acu perfora, ut lucis ejus portiuncula trajiciatur, quam deinceps accipe in aliam papyrum, iſti P T ad diſtantiam quatuor vel ſex digitorum poſtpoſitam, & vice

vice albedinis colores iterum apparebunt. At, quomodo colores illi de novo generari potuiſſent, ſi deſtruerentur in productione, potius quam miſcerentur non video. Concedendum eſt itaque, quod tantum miſcentur, & quod radii variis coloribus tincti, & promanantes a diverſis rimis *l*, *l* decuſſant ſeſe in dicto foramine acu effecto, & poſtea divergentes ab invicem gradatim ſegregantur, & ſegregati proprios iterum colores depingunt, quemadmodum poſthac fuſius explicabitur. Ad eundem præterea modum, ſi ſpeculum aliquod planum & exiguum K ſtatuas in medio albedinis ad P T papyrum effectæ, ita quidem ut aliquos ex albificantibus radiis aliorſum veluti ad *p t* reflectat; lux alba ſic reflexa degenerabit in colores, quos videre eſt ad *p t* papyrum objiciendo. Etenim radii tincti cum diverſis coloribus, & in albedinem ad ſpeculum K commiſti, inclinantur ad ſe invicem; propterea quod adveniunt a diverſis fiſſuris *l*, *l*, *l*, *l*, *l*, *l*. Atqui tantum divergunt a ſpeculo, poſtquam reflectuntur, quantum antea convergebant. Divergentes itaque paulatim diſſocientur, ac diſſociati proprios colores non ſecus exhibebunt, quam ſi nunquam fuiſſent commiſti. Liquet ergo, quod in miſturâ radiorum diverſicolorum diſpoſitiones ad efficiendos varios colores non deſtruuntur, utut albedinem exhibeant, dum commiſceantur ſibi.

AD hæc, lamina K, ſi valde obliquetur ad radios in ipſum incidentes, non amplius alba apparebit, ſed vel cum rubeo vel cæruleo colore imbuta, prout vel verſus verticalem angulum, vel verſus baſin priſmatis inclinatur; id quod nullo modo accideret, ſi alba lux, quâcum illuminatur, homogenea eſſet; quandoquidem alba & ſpecularia corpora reflectendo lucem, non mutant colorem ejus. Sed hoc ex eo evenire fatendum eſt, quod in ſpeculum, quando incidentibus radiis admodum obliquatur, pauciores ex obliquioribus radiis in illud incidant, inque reflexâ luce major ſit copia radiorum minus obliquorum, qui proinde prædominantur, & proprium colorem oſtendunt, quem non poſſunt exerere, ſi ad albedinem lucis incidentis producendam non tantum cum aliis coloribus miſcerentur, ſed revera tranſmutarentur in uniformem albedinem. Cæterum nota, quod in iſthoc experimento faciendo, præſtat laminam non perpolitam, ſed ſuperficie nonnihil aſperâ (qualis eſt nummi argentei vel chartæ, &c.) præditam adhibere.

PRÆTEREA vulgo notum eſt, quod ex pulveribus direrſicoloribus inter ſe commiſtis novus color emergit; tamen, ſi pulveres iſti inſpiciantur microſcopiis, omnes videntur tincti propriis coloribus. Adeo ut ex miſturâ pulverum colores proprii non deſtruantur, ſed permiſcendo tantum color novus eliciatur.

ciatur. Verum iidem plane colores ex miſturâ colorum priſmatum ac pulverum producuntur. Sic pulvis cæruleus cum flavo miſtus producit viriditatem, & eadem viriditas etiam producitur ex miſturâ radiorum tinctorum cum cæruleo & flavo; & proinde non dubium eſt, quin colores novi ex coaleſcentibus priſmatum coloribus, non factâ aſſimilatione ſed miſturâ tantum, ſimiliter oriantur. Cæterum, ut nullum dubitandi locum relinquerem, effeci, ut pulveres colorum principalium, quos priſmata generant, rubei, flavi, viridis, cærulei & purpurei, in proportione certâ miſcerentur, & licet albedo perfecta non prodibat, tamen iſti colores ad ſenſum periêre, & quoddam genus albedinis fuſcum & obſcurum, ſive mediocre inter albedinem perfectam & nigredinem, producebatur: Quod noſtro propoſito non minus inſervit, quam ſi albedo perfecta prodiiſſet; quandoquidem fuſcus ille ab albo perfecto tantum differt quantitate lucis, non autem ſpecie coloris; ut exinde pateat, quod producitur ex albo cum nigredine contemperato. Neque expectandum eſt, ut mihi videtur, alium quam fuſcum colorem e tali pulverum miſturâ generari. Nam, cum pulveres colorati intromittant maximam partem lucis, iſtam fere ſolam reflectentes, quæ apta eſt ad exhibendos proprios colores, ut oſtendetur poſtea; eorum mixtura maximam quoque partem lucis intromittet. Unde pro albedine perfectâ talis color generandus eſt, qualis efficitur ex albedine & negredine mixtis, id eſt fuſcus.

Atta-

Attamen non eo inficias, quin tales forte pulveres inveniantur, præſertim inter mineralia, qui tantum lucis reflectant, ut mixti exhibeant albedinem perfectiorem, quam hactenus vidi ex mixturis effectam. Cæterum, quod pulveres coloribus tantùm quinque præcipuis tinctos miſcebam, non ideo cogitandum eſt albedinem ex quinque ſolis productam fuiſſe, ſed ex omnigenis. Nam in omnium corporum coloribus alii latent principalibus commiſti, licet minus fortes, ut a principali ſeparati non cernantur; ſic in cæruleo pulvere latent cyaneus & indicus, aliique gradus omnes uſque ad viridem aut flavum fortaſſis ex unâ parte, & ad intenſum purpureum ex alterâ; utut cæruleus ſolus appareat, quod ſit cæteris longe copioſior.

EXPERIENTIIS hiſce admonitus in mentem præterea revocabam, quod corpuſcula, quæ conſpiciuntur in radiis ſolaribus huc & illuc volutantia, varios colores exhibent, modo quiſquam ea diligenter obſervat in cubiculo quaquaverſum luci occluſo, præter unicum foramen per quod illuminantur; & tamen, cum iſti pulviſculi in acervum congregantur, nullus omnino color apparet præterquam fuſcus.

NON minus appoſita eſt obſervatio, quod, cum aqua ſapone in eâ ſoluto paululum inſpiſſata, & in ſpumam agitando converſa fuerit, poſtquam paululum conſtitit ſpuma, in ſingulis bullulis, ex quibus con-

conglomeratis efformata est, innumeri omnigeneris colores acutius inspicienti apparuêre, & tamen spuma, ad tantam distantiam spectata, ubi colores in singulis bullulis ab invicem distingui nequibant, apparuit perfecte candida.

Patet itaque colores prismatum revera non destrui ad albedinem producendam, sed commisceri tantum, quandoquidem emergunt immutati, cum radii coeuntes decussavêre, & per subsequentem divergentiam iterum dissociantur; & proprios etiam colores exhibent, cum aliqui copiosius quam cæteri reflectuntur. Atque subalbus color e misturâ pulverum omnigenis coloribus præditorum, ut & albedo perfectior e diversicoloribus bullulis sine aliquâ congredientium colorum mutatione similiter emergat. Ad hæc, cum rei dignitas postulare videatur, ut nullus non moveatur lapis, præter modos præcedentes componendi albedinem lubet adhibere tertium & quartum, deinde quo facilius prædicta experiri possis, & magis forte cum evidentiâ.

Posito quod sol illuceat obscurato cubiculo per unicum tantum foramen F (fig. 13.) cui prisma A B C affigitur, ingressam lucem refringens ad P T. Juxta colores in papyrum P T sic projectos, teneatur alia papyrus Z, ut illuminetur a coloratâ luce, quam altera papyrus P T reflectit. Quo facto, papyrus Z sic illuminata radiis omnium colorum a P T

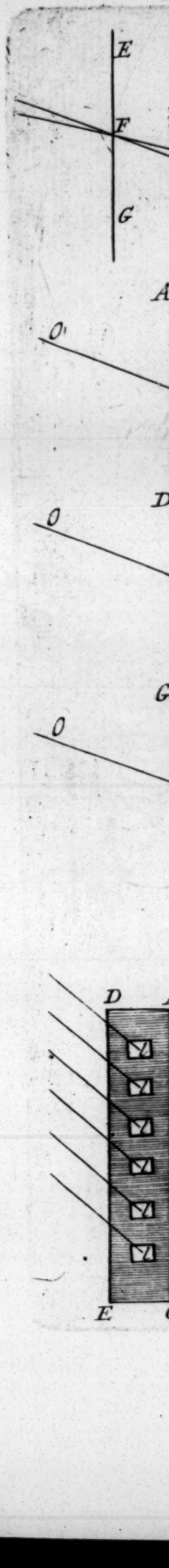
confuſe reflexis apparebit alba. De hoc autem ſpecimine maxime luculento & facili juvabit obſervare ſequentia.

PRIMO, quod auferendo papyrum P T, ne lucem amplius ad Z reflectat, e conſequente defectu lucis in Z cognoſcas eam illuminari per ſolam lucem coloratam a P T reflexam.

SECUNDO, ſi papyrum Z ipſi P T valde vicinam teneas, ut una pars ejus magis illuminetur ab uno colore, & alia ab alio, ipſa Z non apparebit alba, ſed ejus partes ab omnibus coloribus iſtis tingentur, quibus ſunt viciniſſimæ. Sin ipſa Z ad majorem a P T diſtantiam transferatur, ut omnes ejus partes æqualiter fere ab omnibus coloribus illuminentur, ex illâ colorum mixturâ generabitur albedo. Pari ratione, ſi quemlibet e coloribus ad papyrum P T tendentibus intercipias, ne reflectetur ad Z, illud Z non amplius albeſcet, ſed evadet coloratum pro mixturâ, quam cæteri colores in ipſam P T prolapſi componunt.

DENIQUE, quod albedo illa Z non deſtruendo colores ſed tantum miſcendo generatur, exinde pateat, quod colores P T cernuntur beneficio radiorum non ſecus oculo mixtim incidentium quam papyro Z. Itaque, ſi colores deſtruerentur potius, quam miſcerentur ad Z, etiam deſtruerentur ad corneam tunicam oculi

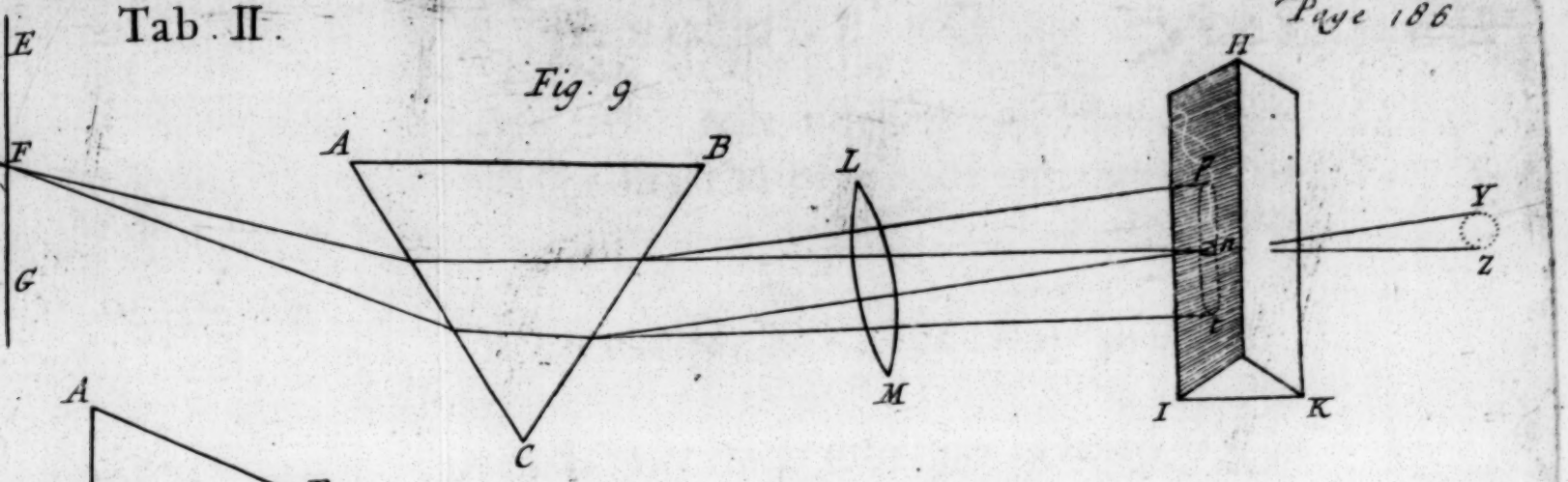
12 DE 54


E
F
G
A
O'
D
O
G
O
D
E

Tab. II.

Page 186

Fig. 9



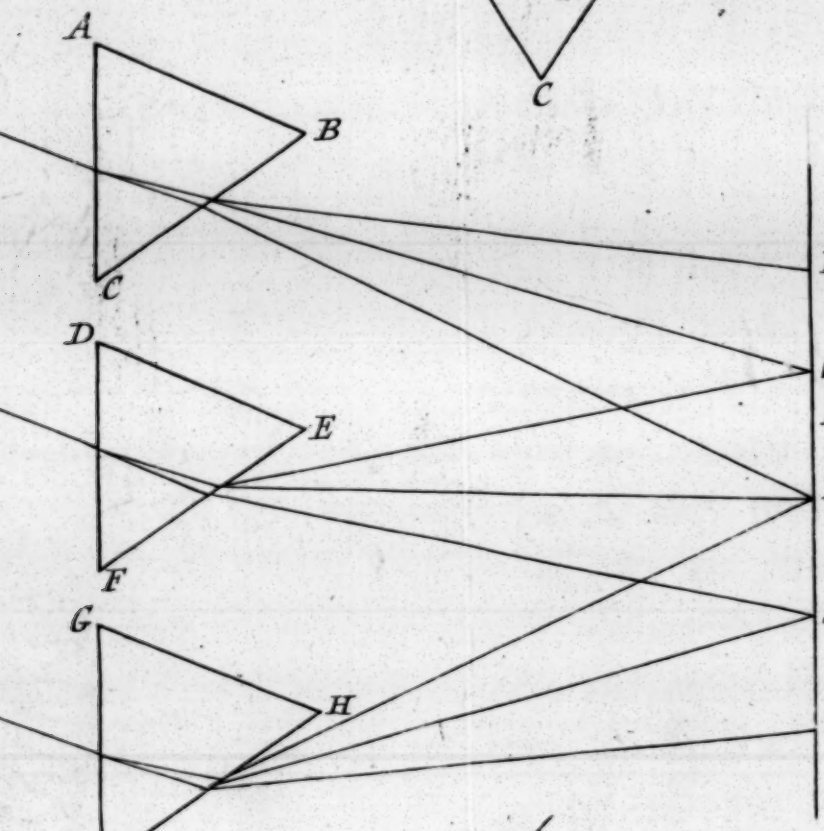


Fig. 11.

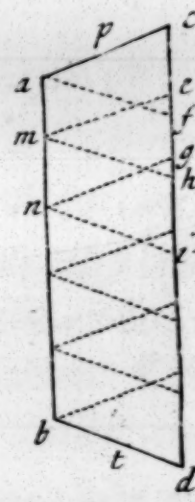


Fig. 10.

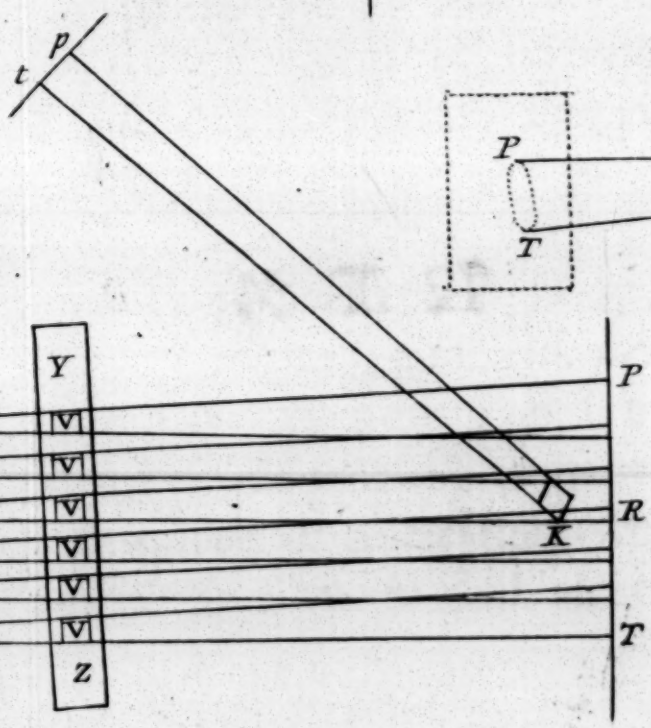


Fig. 12.

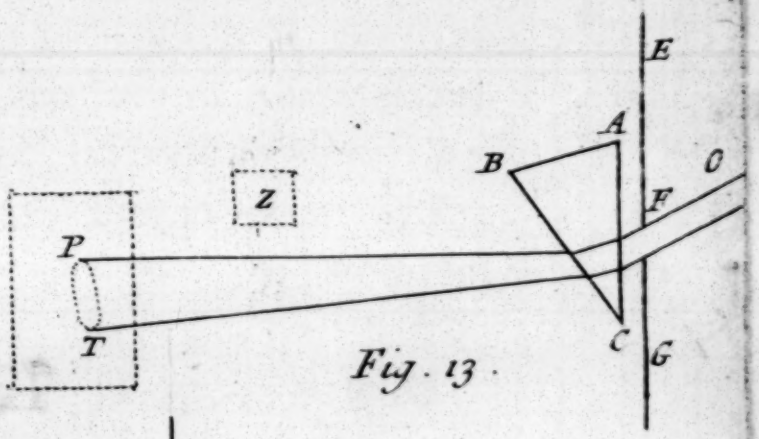


Fig. 13.

oculi vel pupillam, ubi tamen certiſſimum eſt, quod miſceantur tantum, ut decuſſantes poſtea divergant ad varias partes retinæ, & ſic excitent phantaſmata propria. Quinimo, ſi radii tincti cum diverſis coloribus, dum per eadem ſpatia confuſe tranſeant, poſſent inter ſe invicem agere, & diſpoſitiones mutare, quas quilibet habent ad expingendos proprios colores; omnes omnium rerum colores conturbarentur, & ſe mutuo tranſmutarent, dum per aera tranſmittuntur; ubique ſcilicet radiis aliorum corporum omnigenis coloribus tinctorum occurrentes, & ſic in coloribus viſibilium nulla eſſet certitudo, conſtantia nulla.

QUARTUM præterea modum deſcripturus, quo colores in albedinem miſceri poſſint, pono A B C (fig. 14.) eſſe priſma foras ante foramen F diſpoſitum, quod refractam lucem in obtenebratum cubiculum tranſmittit verſus M N. Tum lentem M N ſume, cujus focus eſt ad diſtantiam ſemipedis vel pedis unius duorumve (quale eſt objectivum vitrum perſpicilli bipedalis) & eam ſtatue paulo plus diſtantem a foramine F, quam focus diſtat a ſe; ita ſcilicet ut lux colorata per eam deinceps trajiciatur, ſicut videre eſt in ſchemate : ſit autem ejus latitudo ſive apertura tanta, ut omnes radios tranſmittat. Deinde, cum lentem in dicto ſitu ſtabilitam feceris, pone ſtatuatur papyrus P T, in quam radii hi refracti terminentur, eamque primo colloca proxime

ad lentem, deinde ad majorem distantiam continuato motu transfer; & videbis colores purpureum P rubeumque T contrahi, & eousque minui, dum omnes convertantur in albedinem, puta ad X quatuor vel sex pedes aut longius forte distantem a lente pro convexitate ejus vel positione. Deinde, si papyrum adhuc longius transferas, colores iterum emergent, sed in situ contrario, rubeo ad τ conspecto & purpureo ad π, neque ulla inter eos ad P T & π τ differentia intercedit, præterquam quod sit contrarius. Scilicet a lente M N effectum est, ut omnes radii venientes ab aliquot punctis foraminis F in totidem iterum punctis congregentur ad papyrum X; & sic omnes omnium specierum, tum purpuram ad P, tum rubedinem ad T, tum alios alibi colores efficientium, convergunt ad X, & ibi confuse miscentur ad albedinem generandam, de quâ imagine albâ & orbiculari monebam supra. Postea vero cum sese decussavêre in X, radii P X tendunt ad π, & T X ad τ, adeo ut colores expingantur ad P & π per eosdem radios P π & iidem ad T & τ per eosdem T τ, & sic de aliis. Unde liquet iterum, quod dispositiones radiorum dissimilium ad diversos colores producendos non destruantur per eorum mixturam; quandoquidem eosdem expingunt cum segregantur, quas ante mixturam expingebant.

PORRO, si radios cujusvis coloris intercipias, interponendo aliquod corpus opacum prope lentem M N,

M N, & cæteros facias miſſos, videbis non modo colores interceptos e papyris P T ac $\pi\tau$ tolli, ſed & albedinem X deſtrui, & ejus vice colorem aliquem, qualis efficitur per mixturam radiorum præterlabentium, generari. Sic, ſi radios intercipias oſtendentes rubeum ad N, rubedo T ac τ tolletur, ac albedo X convertetur in cæruleum. Vel, ſi ſiſtas tum rubeum ad N tum purpureum ad M, & intermedios flavum, viridem, & cæruleum præterlapſos mittas, ex eorum miſturâ viriditas producetur ad X. Et ſic prætermittendo quos velis, & ſiſtendo alios pro arbitratu, poſſis experiri mixturas quaſlibet, & probare qui color inde generabitur, modo pretium laboris experientiam illam judicaveris.

Verum, cum experimenti hujus dignitas videatur exigere, ut ſummâ cum diligentiâ retegatur, & penitus explicetur, dum plura de coloribus ſimul complectitur & exhibet, quam in unico tantum experimento ſolent latere; non gravabor modum copioſius oſtendere, quo radii miſcentur ad X, & nonnulla poſtmodo ſcitu non indigna patefacere. Itaque concipiantur tales refractiones in priſmate fieri, ut radii incidant in varios circulos ad lentem M N, qui varios gradus refractionis patiuntur, prout explicui in præcedentibus, ſitque P Q R S T (fig. 15.) oblonga imago, compoſita ex præcedentibus circulis & in lentem projecta, quorum circulorum extremi duo

duo ſunto P Q purpureus, & S T rubeus. Porro ſit *f* F *f* diameter foraminis, per quod lux in lentem trajicitur, cujus foraminis punctum aliquod ut F primo conſideremus, a quo venientes radii dictos circulos P Q, S T, totamque imaginem P T efformant: & præterea, cum radii eundem quemlibet circulum efformantes ſint homogenei, ponatur, quod lens ſit tali figurâ prædita, ut eos omnes ad eundem illum circulum (puta rubeum S T) pertinentes, verſus punctum quoddam Z exacte refringat; quod fieri poſſe per lentem convexis hyperbolis terminatam, ut & per lentes aliter formatas, Carteſius in Dioptricâ & Geometriâ edocuit. Eſt itaque Z focus radiorum F S, F T, & cæterorum uniformiter rubeorum, & recta F Z ducta erit axis lentis. Præterea, cum radii F P, F Q, cæterique conficientes alterum extremum circulum P Q colorem purpureum oſtendant, & propterea magis refringantur quam alteri tendentes ad S T; illi ideo emergent ad punctum quoddam aliquanto propinquius quam Z, veluti ad Y, ut ii facile percipient, qui norunt focos lentium eſſe tanto propinquiores ſibi, quanto major eſt earum vis refractiva. Liquet itaque radios in coloribus & refractionibus abſimilibus ad diverſos focos convergere. Sed, cum eadem lens pluribus focis haud queat aptari, & ideo, cum Z ſupponatur focus in quem omnes radii ad circulum rubeum S T pertinentes exacte conveniant, radii pertinentes ad alterum circulum P Q purpureum

um omnes in ejus focum Y exacte convenire nequeunt; attamen eorum concurſus juxta Y in axe tam proxime accuratus erit, ut quoad ſenſum & experientiam omnem habeatur pro accurato.

Quinetiam, ſi lens M N ponatur ſphærice convexa, ut neuter focorum Y vel Z ſtricte loquendo poſſit eſſe accuratus; tamen, quantum ad præſentia ſpectat, pro accuratis habere liceat. Itaque concipiendo, quod radii manantes a P Q & S T convergant ad Y & Z, & ibi decuſſantes divergant itidem; patebit, quod hi duo radiorum penicilli concurrent, & miſcebuntur in ſpatio focis Y & Z intermedio, veluti ad *t*, modo lentis centrum R ponatur intermedium circulis P Q & S T. Ad eundem modum radii cæterorum generum convergent in alios focos ipſis Z & Y intermedios, ac tanto propinquiores ipſi Y, quanto major eſt eorum paſſio refractiva. Sic focus viridiformium radiorum cadet in medio ſpatio, veluti ad X, radiique cæruliformes convenient citius inter X & Y, & flaviformes longinquius inter X & Z, ac cæteri colores intermedii in ſpatiis intermediis, eorumque penicilli ſeſe decuſſabunt ultra citraque locum *t*; ita tamen ut iſtæ decuſſationes ſint eo denſiores, quanto ſint ipſi *t* viciniores, & ut ſpatium X *t* ſit minimum, per quod omnes radii tranſeunt manantes ab eodem puncto F. Non diſſimili modo radii venientes ab alio quovis puncto foraminis ut *f*, ſi ſint rubriformes, convergant ad

z,

z, ſin purpuriformes ad *y*, & ad intermedium aliquod punctum, ſi ſint intermedii generis, & eorum concurſus denſiſſimus erit in loco medio, veluti *x l*. Atque adeo ex radiis ab integro foramine *f* F *f* manantibus, foci minime refrangibilium jacebunt in ſuperficie *y* Y *y* lenti proximâ, & foci maxime refrangibilium jacebunt in aliâ ſuperficie *z* Z *z* à lente remotiſſimâ, focique mediocriter refrangibilium jacebunt in aliis intermediis ſuperficiebus. Et ſic omnes omnium radiorum foci totum ſpatium *y z z y* a ſuperficiebus iſtis integratum occupabunt, & in eo præcipue penicilli decuſſabunt & commiſcebuntur.

JAM ex hâc deſcriptione venit obſervandum, quod ſi papyrus H I teneatur in medio dicti ſpatii *y z z y*, ut in eam radii terminentur, ubi eſt denſiſſimus eorum concurſus, & miſtura ad albedinem generandam perfectiſſima, radii viridiformes tendentes ad focos in papyro ſitos, in eam incident intra literas *x x*. Sed rubriformes venientes ab S T, ac tendentes ad focos in ſuperficie *z* Z *z* ſitos ut dictum eſt, incident in papyrum intra literas *l l*, dum purpuriformes tendunt à P Q ad focos ſitos in ſuperficie *y* Y *y*. Cæteri autem radii cadent in alia ſpatia inter *x x* & *l l* mediocria, ipſiſque *x x* tanto viciniora, quanto foci eorum minus abſint a papyro. Liquet itaque, quod totum ſpatium *x* X *t l* non debet albeſcere, ſed pars ejus tantum media inter

literas

literas *x* & *l* interiores ſita, ubi ſcilicet colores omnes commiſcentur. Etenim in extremitate *x* verſus H radii viridiformes cadunt ſoli, qui proinde tingent extremitatem iſtam cum viriditate. Ad alteram autem extremitatem verſus I nulla miſcetur viriditas, ſed purpura tantum cum rubore. Qui dicta perpendet etiam facile concipiet, quod, cum papyrus paululum tranferatur ultra citraque, colores alii præter viriditatem apparebunt ad extremitatem imaginis verſus H. Sic videlicet inter P & *y* purpureus apparebit extrinſecus, inter *y* & *x* cæruleus & viridis ad *x*, deinde flavus inter *x* & *z*, ac rubeus denique ad *z*, & poſtea perpetuo. Ad alteram autem imaginis extremitatem verſus T ſitam rubeus erit extrinſecus, atque à T progrediens videbis pallidum quendam colorem, nunc ad rubeum, nunc ad cæruleum nonnihil vergentem, pro variâ proportione miſtorum; at ultra *l* purpura ſemper conſpicietur. Cæterum, cum diſtantia inter *y* & *z* valde parva ſit, & multo magis diſtantia inter X & *t* ſive *x* & *l*, hoc eſt latitudo limbi colorati, propter ſummam ejus exilitatem conſpectui vix patebit, ſed totum ſpatium *x* X *t l* niſi acrius obſervanti apparebit album.

CUM hæc advertiſſem, experiebar deinde an reſponderent præconceptis, & licet male ſucceſſit primo, dum utebar anguſtâ lente, poſtea tamen, cum adhibui lentem eâ de cauſâ latiorem, ut angulus X Y *t* ſive *x y l*, & inde *x l* ſive X *t*, hoc eſt, latitudo di-

&ti limbi colorati fieret major, quod optabam, evenit. Adhibeatur igitur lens, cujus latitudo ſive apertura ſit trium digitorum aut major eo, foci autem longinquitas pro lubitu pedum trium vel quatuor, tum ea collocetur ad diſtantiam ſex vel octo pedum a foramine *f* F *f*, ut colores P Q R S T in eam prolapſi uſque ad extremitates ejus extendantur, nullis tamen præterlabentibus. Deinde papyrus H I pone collocetur, & transferatur ultra citraque, & ad extremitatem imaginis verſus H videbis omnes priſmatum colores a purpurâ ad rubedinem uſque gradatim ſucceſſivos. Sed ad alteras imaginis partes verſus I, inter purpuram ad ϰ & rubedinem ad γ conſpicuam, neque viriditas, neque alius quiſquam ex intermediis coloribus apparebit, niſi forte qui finit ex rubeo & purpureo mixtus; quemadmodum ex eo cognoſcas, quod, cum intercipis extremitatem purpuræ ope corporis opaci juxta lentem adinterpoſiti, ille limbus imaginis verſus I fiet rubeus; ſin extremitas rubedinis ad T intercipiatur, limbus idem fiet purpureus. Et hinc eſt, quod tranſitus a purpurâ ad rubedinem ex hac parte imaginis fiet multo celerior quam ex alterâ verſus H, ubi colores omnes interveniunt. Cæterum, cum dictorum colorum latitudo tam exigua ſit (ſcilicet haud major centeſſimâ parte digiti) ut niſi vitra ſint bene polita, & a venis libera, & igitur experientis diligentia & curioſitas ſolito major, forte excidet propoſito. Quamobrem in majorem evidentiam rei & experiendi copiam

copiam addo, quod, ſi microſcopium ſumas, atque ita diſponas, ut papyrum aliquam affixam laminæ, ſuper quam objecta collocantur contemplanda, diſtincte amplificet, dein ita ſtatuas, ut imago lucida *x* X *t l* incidat in iſtam papyrum, colores in ejus limbo ſic ampliatos videbis ſat manifeſtos.

Verum, cum miſtura radiorum, quoad colores diſſimilium, non ſit adeo perfecta in hoc ſpecimine, quin ut e coloribus aliqui in extremitate albedinis appareant, (licet tam exigui, ut incautus forte non advertat;) placet inſuper obſervare, quod ſi vice lentis refractoriæ ſpeculum concavum accurate formatum & perpolitum adhibeas, dicta miſtura fiet omnibus numeris perfecta. Etenim irregularitas illa, quâ refractiones ita perturbantur, in reflectionibus nulla eſt; ſed radii quoſcunque colores depingentes & utcunque refrangibiles ad eoſdem tamen angulos reflectuntur, in quibus incidunt. Quamobrem, ſi M N (fig. 16) ſit ſpeculum ellipticum, cujus foci ſint F & X, radii omnes a puncto F manantes, cujuſcunque ſint generis, ſive purpuram ad P, ſive rubedinem ad T, ſive alios alibi quoſcunque colores ad ſpeculum exhibentes, omnes accurate conveniunt in eodem puncto X. Quinimo, licet ſpeculum M N non ſit ex ellipticâ figurâ ſegmentum, ſed e ſphericâ, modo ſemidiameter ſphæræ, hoc eſt diſtantia ejus a focis prædictis F & X ſatis magna ſit, puta trium pluriumve pedum, & diſtantia focorum valde

parva, puta non plus quam unius digiti: ſi hæc inquam ponantur, radii ab F manantes adeo propemodum convenient in X, ut iſtud X quoad ſenſum pro exacto foco habeatur; & eodem modo radii manantes ab aliis punctis ut *f* ipſi F vicinis, colores reflectuntur a ſpeculo P T in unumquodque punctum imaginis *x* X *x*, totamque exhibebunt albam.

SUNT & alii modi componendi albedinem, quemadmodum, ſi vice lentis ſpeculive, duo priſmata I L M & K M N (fig. 17.) in ſitu ad conſimile priſma A B C parallelo, ad diſtantiam aliquot pedum juxta poſita adhibeantur, quæ radios in contrarias partes refringant, faciantque verſus *x* convergere, quos priſma A B C divergentes effecerat. Colores ad *x* congregati component albedinem, ac poſt decuſſationem ſub propriis (ut antea) formis ad $\pi\tau$ denuo apparebunt.

OPPORTUNA hic alia ſubit aſſertionis demonſtratio, quod colores in concurſu non deſtruuntur ad albedinem efficiendam, ſed commiſcentur tantum; utpote rotam dentibus undique in perimetro conſitam ita collocatis juxta duo priſmata I L M & K M N, vel juxta lentem M N in præcedenti experimento, ut e coloribus aliqui in dentem aliquem impingent, dum cæteri per intervallum inter illum & proximum dentem præterlabantur, & in chartam ad præfatum colorum concurſum *x* excipiantur.

Tum

Tum rotam imprimis lente circumvolve, & videbis ſingulos colores in chartam, ſine aliquâ albedinis apparitione, ſucceſſive procedere ; poſtea, ſi rotam tam celeri motu circumagi facias, & ſuccenturiantes colores propter velocitatem conſecutionis ab invicem diſtingui nequeant, tranſmigrabunt in albedinem, eamque quoad ſenſum homogeneam, ſine aliquâ colorum apparitione, ex quibus celerrime ſe mutuo conſequentibus albedo illa efficitur, & hanc albedinem, e coloribus illis ſucceſſive commiſtis componi per ſe manifeſtum eſt.

QUINETIAM albedo non tantum ad locum concurſus X e commiſtis coloribus componitur, ſed etiam ad foramen *f* F *f*, ubi lux modo tranſiit priſma & colores nondum apparuêre, quandoquidem omnes radii quibuſcunque coloribus affecti, qui ad punctum quodvis imaginis *x* X *x* convergunt, ab alio quodam puncto foraminis *f* F *f* manârunt, & ſic iidem radii ad utrumque ſpatium *f* F *f* & *x* X *x* miſcentur, & utriuſque albedinis eadem eſt compoſitio.

ITAQUE hæc clariora fient obſervando primo, quod rei alicujus utcunque figuratæ, & applicatæ ad foramen *f* F *f*, umbra diſtincte projicitur in papyrum radios excipientem ad X. Quinimo bullularum aeris in priſmate latentium (ſicut vitris omnibus contingere ſolet) umbras videre licet ad inſtar macularum

cularum ad dictam papyrum projectas: id quod nullo pacto contingere potuiſſet, niſi radii manantes ab aliquot punctis ipſius *f* F *f*, in totidem punctis rurſus convenirent ad *x* X *x*. Et licet non exacte conveniant in iiſdem punctis manantes ab iiſdem, cum lens refractaria vice ſpeculi adhibetur ut in figuris 14 & 15, & proinde colores nonnullos generent in confinio lucis & umbræ, ſicut fuſe explicui; tamen ſpatium in quod conveniunt tantillum eſt, ut pro puncto ſenſibili ferme habeatur.

SECUNDO, ſi lentem in figurâ 14 ita ſtatuas, ut æquidiſtet a focis ejus F & X in medio poſita, ac deinde colores excipias in papyrum P T tum ultra lentem verſus X, tum citra verſus F alternis temporibus admotam; poſſis obſervare, quod colores eodem plane modo apparent, diminuuntur, & in albedinem paulatim convertuntur, dum dicta papyrus motu lento & continuo transfertur ad F, atq; dum transfertur ad X; adeo ut divergentia colorum ab F & convergentia ad X omnino ſimilis ſit. Pari ratione, ſi papyrus $\pi\ \tau$ lente moveatur ad X, juxta & *p t* moveatur ad F, iidem colores conſpicientur in utrâque, & eodem modo deſinent in albedinem, hoc tantum excepto quod eorum ſitus contrariatur propter decuſſationem radiorum in X; atque adeo divergentia colorum ab utriſque F & X ſimilis eſt. Quid itaque concludendum eſt exinde, quam quod eodem modo commiſ-

miſcentur & ad F antequam divaricaverunt ab invicem, & ad X ubi rurſus congregantur in albedinem? Sed, ut comparatio modo facta evadat illuſtrior, venit obſervandum porro, quod cum papyrus ſtatuitur ipſi F contigua, & amovetur deinde verſus P T, & poſtea ſtatuitur ad X, & amovetur verſus $\pi\tau$, quod inquam albedo ad F & X in utroque caſu, primo degenerabit in colores ſecundum extremitates ejus, dum in meditullio manet alba; cujus rei ratio non eſt alia, quam quod radii diverſi generis perinde ſegregantur in confinio lucis & umbræ. Sic poſito quod radii divergant a ſpatio F *f* (fig. 18.) alii quidem paralleli tendentes ad A B, atque alii ad priores inclinati paralleli tendentes ad C D; prima ſegregatio fiet in extremitatibus juxta lineas F A & *f* D, ultimaque in medio veluti ad *g*: nam in lineâ *p t* inter F *f* & *g* ductâ videre eſt, quod paralleli juxta extremitates *p q* & *s t* ab invicem ſegregantur, ſed mixtim tranſeunt per intermedium ſpatium *q s*.

TERTIO, ſicut lens M N in fig. 14 refringendo radios divergentes ab F, facit ut convergant ad X & ibi conficiant albedinem; eodem modo, ſi iſti radii, poſtquam decuſſavêre, divergentes ab X iterum trajiciantur per aliam lentem *m n* (fig. 19.) priori ſimilem, & ſimiliter poſitam inter focos ejus X & *x*, id eſt æquali ab utriſque diſtantiâ; colores ſic ad *x* ſecundâ vice congregati albedinem rurſus component, ſicut ante compoſuerant ad X, hoc tantum interpoſito

ſito diſcrimine, quod apparebunt in limbo albedinis ad *x* duplo altioris, quam (e mox oſtenſis) apparent ad X, atque inſuper in ſitu contrario. At ſpeculis, ut dictum eſt, adhibitis, quæ lucem aliquoties repercutiant, iſti colores erunt nulli; atque adeo penicilli F X & X *x* evadent omnino ſimiles, & ſimilis fiet decuſſatio & commixtura radiorum ad F, X & *x*. Concludendum eſt itaque, quod lux, cum modo trajicitur per priſma, licet albedinem exhibeat, tamen conſtat ex variis heterogeneis confuſe mixtis, & ab invicem per divergentiam mox diſceſſuris, qui poſtquam ita ſegregantur, propriis apparent formis, ſin iterum congregantur, albedinem rurſus componunt, & ſic præterea in infinitum.

IMO vero lux non ſolum componitur ex omnium colorum radiis, ut egreditur priſmate, & nondum diſcernitur in colores iſtos, ſed etiam cum nondum attigit priſma, & antecedenter ad omnem refractionem; & inde non mirum eſt, quod, cum ſegregantur in colores, virtute priſmatis radios inæqualiter refringentis, & colores iterum commiſcentur ope lentis, aut alio quovis modo præmonſtrato, quod inquam rurſus componunt albedinem: neque hoc ſolum exinde confirmatur, quod lux e coloribus compoſita primigeniæ luci perſimilis ſit, ſed etiam ex eo, quod radii penitus differunt refrangibilitate, & conceptus non eſt durior, quod differunt coloribus; imo eidem refrangibilitatis gradui color idem perpetuo

12 DE 71

Tab. II



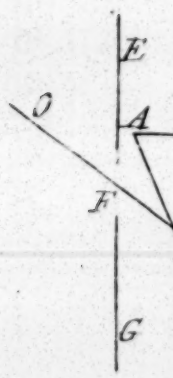


Fig. 14.

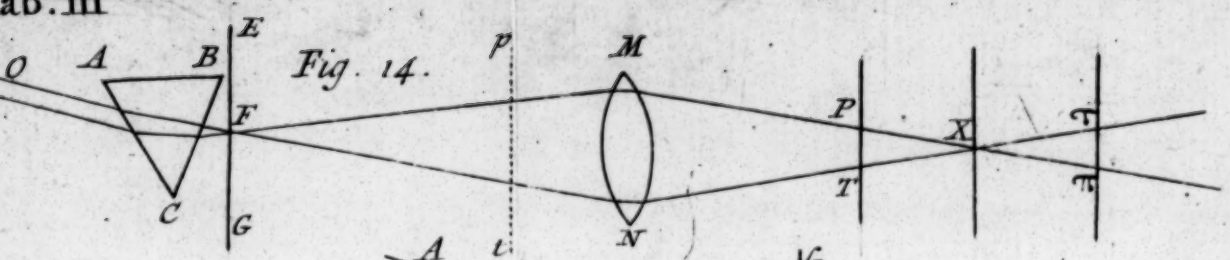


Fig. 16.

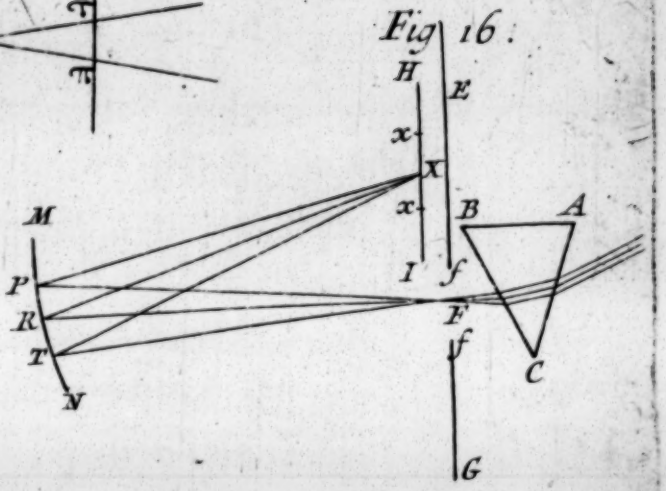


Fig. 18.

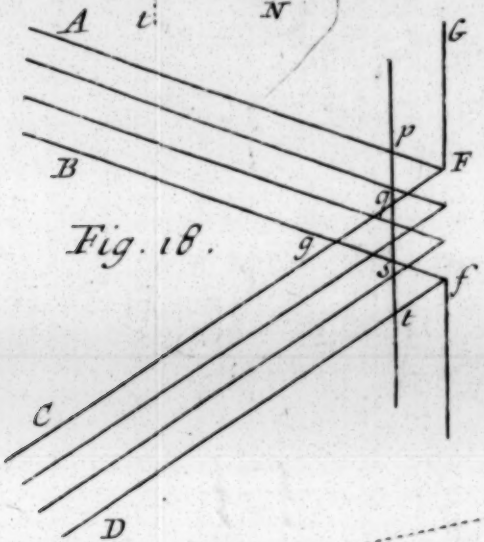


Fig. 15.

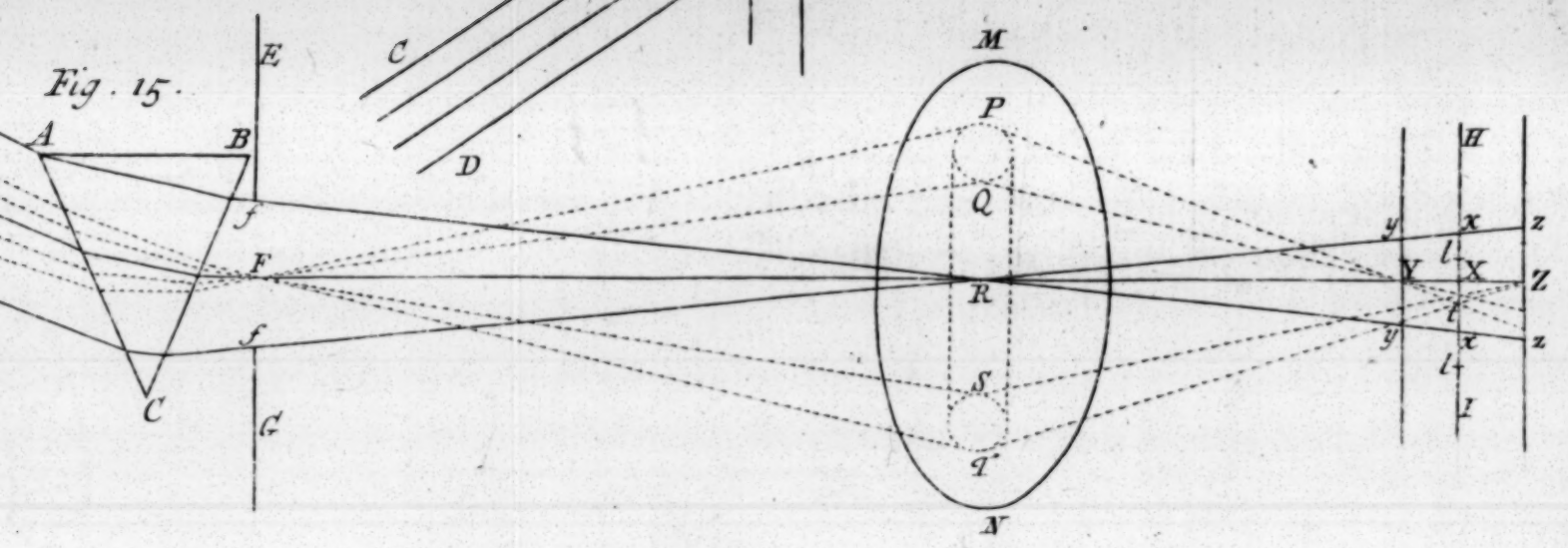


Fig. 19.

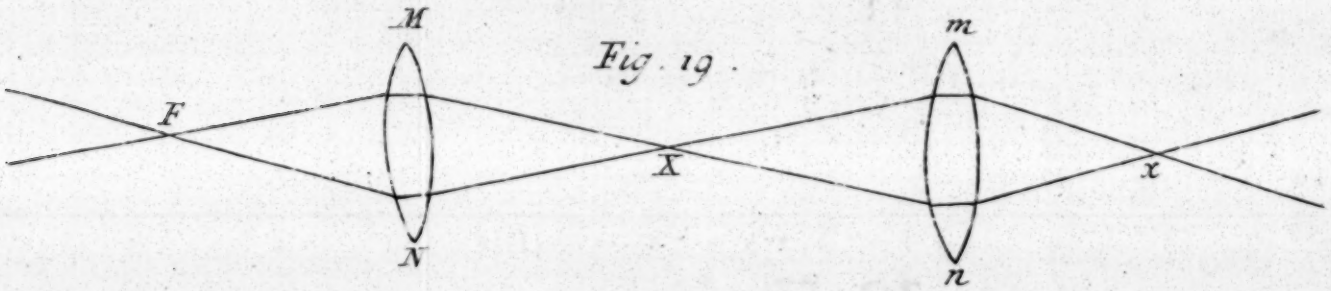
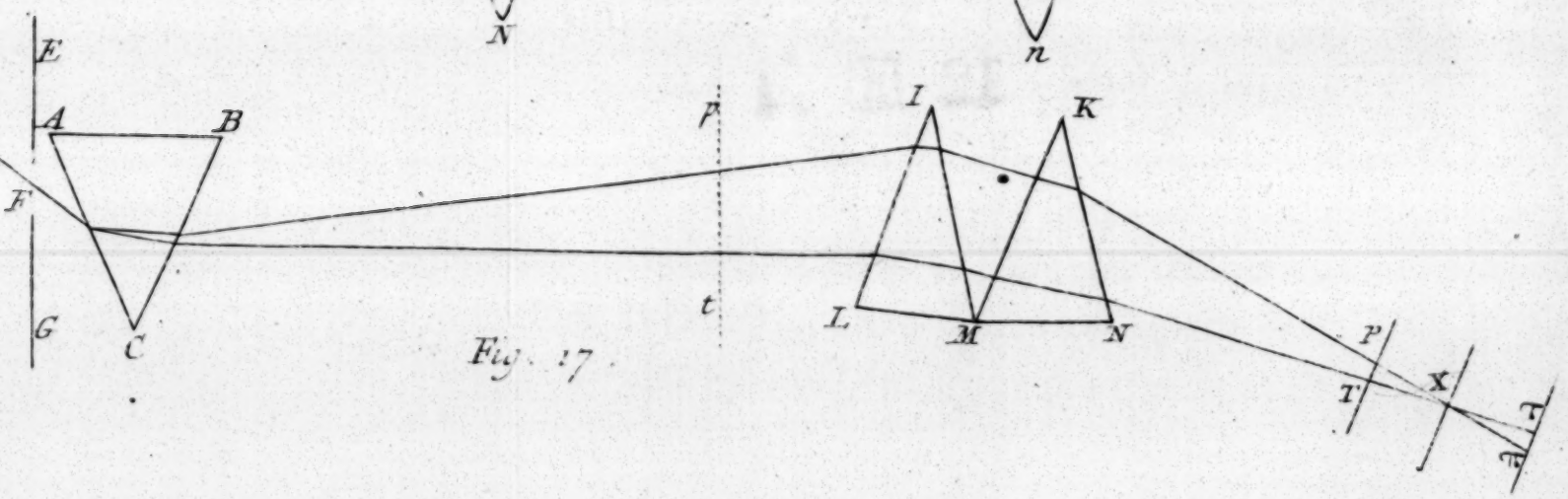


Fig. 17.



petuo competat, (ut purpureus maxime refrangibilibus, rubeus minime refrangibilibus, & ſic porro;) quid aliud ab iſtâ cognatione innuitur, quam quod ſint congenita, & fortaſſe quod a communi quâdam cauſâ dependent? Sed in hujus rei majorem evidentiam oſtendam præterea, quod radiorum ſolis æqualiter incidentium quædam genera reflecti poſſunt, dum alia per reflectentem ſuperficiem trajiciuntur; adeoque diverſos colores diverſis radiis ante omnem refractionem ineſſe. Sit A B C (fig. 20.) priſma, quod excipit radios in obſcurum cubiculum per foramen F uno digito latum trajectos, eoſque refringit ad papyrum vel parietem H I iis obſiſtentem apud T: porro autem, cum ſuperficies priſmatis B C non omnes refringat radios verſus T, ſed & plurimos reflectat, eos apud P ſiſte etiam cum aliâ papyro K L, in morem albæ imaginis foramini F perſimili terminante. Deinde converte priſma circa axem ejus ſecundum ordinem literarum A B C A, & videbis tum amplitudinem colorum ad T, tum quantitatem lucis ad P augeri perpetuo; donec tandem, cum refractio ad planum B C fit maxime obliqua, colores ad T incipient evaneſcere, & reflecti ad P; purpureus primo, deinde cæruleus, viridis & flavus, & denique ruber, cujus quidem lucis acceſſu imago P fiet multo lucidior quam antea. Interea vero dum colores ad T gradatim evaneſcunt, videbis albedinem ad P paululum mutari & nonnihil vergere ad cæruleum, per acceſſum nempe purpurei &

cærulei, qui primo reflectuntur; id quod nullo modo accidiſſe potuiſſet, niſi radiis, prout a ſole veniunt, diſcrimen ineſſe concedatur: ſcilicet quod ex iis quidam ad efficiendos rubeum & flavum diſpoſiti, pertinacius & cum minore refractione penetrant ſuperficiem B C & verſus T perlabuntur; dum alii ad exhibendum purpureum & cæruleum parati, ſuperficiem dictam aut penetrant languidius, majores refractiones patientes; aut, ſi nequeant penetrare propter nimiam eorum obliquitatem, tum facilius & citius reflectuntur ad P, iis primo omnium reflexis, quorum potentia ad iſtam ſuperficiem penetrandam ſit minima, id eſt purpuriformibus & cæteris deinde ſuo ordine, prout incidentia ſit magis obliqua, donec rubriformes ultimo reflectantur obliquitate tantâ & debilitate, ut non ſint amplius potentes dictæ ſuperficiei reſiſtentiam ſuperare. Atque hæc facile conſtabunt iis, qui norunt, quod quo major eſt vis refractiva ſuperficiei cujuſvis, eo citius & ad minorem obliquitatem radii reflectuntur; & quo minor, eo magis obliqui penetrabunt.

DE hoc autem experimento convenit obſervare, primo quod, cum prædicta variatio albedinis ad P ſit admodum parva propter exuberantiam lucis albæ collatæ ad reflexum cæruleum, itaque cavendum eſt, ne priſmate utaris, quod ex vitro conflatur tincto cum colore aliquo, ne lucem ad P reflexam ita tingat, ut difficile ſit dictam variationem obſervare; præſtat

præſtat adhibere priſma ex laminis vitreis tenuibus & perpolitis confectum, & aquâ limpidiſſimâ repletum.

Secundo, licet mutatio dicta ſit parva, tamen ſatis eſt ad oſtendendum, quod radii retinent eoſdem colores cum reflectuntur, quos exhibent, cum trajiciuntur per ſuperficiem B C; ſiquidem tingunt albedinem P colore ſuo, quantum liceat tam parvis tingere colores: itaque ſuos habuêre prius, & eoſdem retinent, ſive refringantur, ſive reflectantur, licet in mixturis plerumque celati lateant; donec eruantur (non autem fiunt) virtute priſmatum.

Tertio, ex luce, ad priorem ſpeciem albedinis per reflexionem omnium colorum à T reſtitutâ, quid aliud denotatur, quam albedinem iſtam per miſturam omnium colorum reproduci? Scilicet, cum rubor ultimo reflexus admiſcetur cæteris coloribus antea reflexis, reflexorum colorum miſtura tunc perfecta eſt ad albedinem componendam, quæ ſuperadditur albedini prius exiſtenti in P.

Quarto, ne qua oriatur ſuſpicio, quod refractiones in ſuperficiebus A C & A B, ad ingreſſum radiorum in priſma & egreſſum factæ, poſſint aliquid conducere ad effectus hoſce producendos, obſervare licet, quod effectus iidem producuntur, cujuſcunque licet magnitudinis ſtatuatur angulus A B C, ſi ponatur ejuſdem eſſe magnitudinis atque angulus A C B;

alias enim pro imagine albâ ad P generabuntur colores. Experimentum itaque nullatenus dependet a refractionibus ſuperficierum A C & A B; imo poſſis efficere, quod, cum colores partim reflectuntur ad P, partim trajiciuntur ad T, radii perpendiculariter incidant in A C, emergantque ex A B, & ſic neutrâ ſuperficie refringatur, modo ſtatuas angulum A B C ut & A C B eſſe grad. 40. circiter, & iidem effectus producentur.

CÆTERUM in majorem evidentiam & explicationem modi, quo prædicta fiunt, liceat experiri per lucem in colores diſcretam, quod purpureus primo, & cæteri deinde (quiſque ſuo ordine) reflectuntur. Etenim (in fig. 21.) ſint A B C & *a b c* duo priſmata parallela, quorum alterum A B C projiciat colores in alterum *a b c* ad diſtantiam duodecim vel plurium pedum. Tum priſmate *a b c* circa axem ejus ſecundum ordinem literarum *a b c a* converſo, donec tanta ſit obliquitas radiorum in ſuperficiem *b c* incidentium, ut incipiant ad *p* reflecti, non amplius potentes penetrare ad *t*. Videbis omnes purpuriformes primo omnium reflecti, cæteroſque deinde ſuo ordine.

VERUNTAMEN quia purpuriformes radii paulo magis refringantur in primo priſmate A B C, & ideo magis inclinentur ad ſuperficiem *b c* ſecundi priſmatis *a b c* quam cæteri; poterit objici, quod eâ de cauſâ primo

primo omnium reflectuntur. Quamobrem (in fig. 22.) duo prismata statuantur non parallela sibi invicem sed in situ transverso, ut omnicolores radii quasi ad eosdem angulos incidant in præfatam superficiem *b c*; quo posito possis observare, convertendo prisma *a b c* circa axem ejus secundum ordinem literarum *a b c a*, quod radii purpuriformes primo omnium reflectuntur, & ultimo rubriformes, coloribus ad *p* continuo translatis, prout a *t* dispareant.

SUNT & alii præterea modi, quibus experiri liceat, quod ex radiis similiter incidentibus quædam genera penitus reflecti possunt, dum alia partim transmittantur. Quemadmodum si E F G (fig. 23.) sit operculum fenestræ ad F terebratum, & foras statuatur prisma A B C, quod lucem solis foramen F ingressuram intercipiat, & refringat versus *f*. Ad illud *f*, pedibus ab F duodecim aut longius, postpositum statuatur opacum corpus *e f g*, quod lucem sistat, dempto parvo foramine *f* per quod aliqua pars lucis, nempe violacea, longius trajiciatur ad *y*. Istud autem *f* non sit semisse digiti latius. Deinde præ manibus sumatur aliud prisma *a b c*, & ad radios transverse positum statuatur, a posticâ parte foraminis *f*, circaque axem ejus convertatur, donec videas lucem violaceam, postquam ab ejus basi *b c* obliquissime refracta fuerit versus *t*, totam a *t* disparuisse modo, & ad *p* reflecti. Luce violaceâ tam oblique ad *p* reflexâ ut ad *t* statim pervasura esset,

modo

modo ex angulari motu prismatis secundum ordinem literarum *a b c a* facto, angulus *c y f* vel minimum augeretur, prisma istud *a b c* in eo statu figatur: tum alterum prisma A B C motu circa axem ejus nunc hàc nunc illàc parum convertatur, ut colores, quos projicit in obstaculum *e g*, paululum attollantur, eoque pacto omnes successive transmittantur per foramen *f* in posterius prisma *a b c*, & videbis, quod, cum flavedo transmittitur ad *y*, illi radii non omnes ad *p* reflectentur, sed plurimi perrumpent superficiem *b c* & ad *t* pertingent, ut ex copiâ perrumpentis lucis & minori ejus refractione constet. Neque mirum videatur, quod purpuriformes radii sint minus potentes penetrare superficiem *b c* quam rubriformes; quandoquidem prismatibus eodem modo dispositis antehâc ostendi, quod majorem refractionem patientur, posito scilicet angulo *c y f* tanto, ut omnigeni radii possint superficiem *b c* penetrare. Jam, cum radii, qui citius & facilius reflectuntur in experimento ad fig. 20. tradito, nempe purpuriformes, etiam citius & facilius reflectantur in experimentis duobus noviſſime recitatis; cum eadem iisdem radiis semper eveniant, liquet quod hoc fit non ex contingentiâ sed ex prædispositione radiorum; & quod antecedenter ad omnem reflectionem aut refractionem, quidam ad exhibendos quosdam colores sunt apti & facilius reflexibiles, alii vero aliis coloribus & progrediendi viribus afficiuntur. Neque aliud experimentis jam recitatis discrimen inter-

intereſſe videtur, quam quod in primo radii omnium formarum, prout a ſole adveniunt, confuſe mixti incidant in priſma, quod rubriformes tranſmittit & reflectit cæruliformes. In reliquis autem duobus experimentis, diſſimiles radii prius diſcernuntur ab invicem, quam incidant in dictum priſma.

Ad hæc lubet alium adducere modum, quo diſſimilitudo radiorum in luce ſolis mixtorum innoteſcat, non multo diſſimilem ei ad fig. 20. oſtenſo, ſed conſpectui jucundiorem & æque ſcientificum. In fig. 24. ſunto A *a* B *c* C & B *b* D *d* C duo priſmata ita juxta ſe poſita & colligata, ut duo ex eorum planis C B B conveniant ſibi & coincidant; excepto tantum quod nonnihil aeris in morem tenuiſſimæ laminæ intercedat iis; id quod eveniet ultro, ſiquidem haud queas priſmata tam arcte conſtringere, quin tantum intercedet aeris, quantum propoſito ſufficiet. Porro in majorem rei evidentiam convenit, ut anguli A C B & C B D ſint æquales proxime, eo ut plana A *a* C & B *b d* D fiant parallela, licet hoc non ſit omnino neceſſarium. His præmiſſis ſtatuantur dicta priſmata juxta foramen F, ut lux ingreſſa per ea trajiciatur verſus ⅂, primo permeans ſuperficiem A *a* C, deinde intermediam ſuperficiem B *b* C, & inde per B *b d* D prolapſa in papyrum ad ⅂ collocatam quam albedine tingit, tanquam ſi non omnino tranſiret priſmata, ſed vitrum parallelis planis A *a* C & B *b d* D terminatum. Præterea, cum intermedia

ſuper-

ſuperficies B *b* C lucem ei incidentem non omnem tranſmittat ad ϒ, ſed multum reflectat, quæ aliquo exibit e priſmate A B C per ſuperficiem ejus A *a* B *b*, puta verſus ϖ. Ad illud ϖ ſtatuatur alia papyrus, quæ lucem hanc ſimiliter albicantem terminet; quod ubi feceris, converte priſma quadrangulare (ex duobus triangularibus colligatis confectum) motu lento circa axem ejus ſecundum ordinem literarum A B D C A, tandemque videbis, quod albedo ad ϖ ac ϒ degenerabit in colores, flavedine primò, deinde rubedine ad ϒ conſpectâ, cæruleo autem colore ad ϖ, donec poſt intentiſſimam rubedinem ad ϒ, color & lux omnis evaneſcat inde, & cæruleus ad ϖ iterum tranformetur in albedinem aliquanto lucidiorem quam antea. Utpote dum priſmata circa communem axem, ut dictum eſt, convertantur, radiorum in mediam ſuperficiem B *b* C (hoc eſt in laminam aeris priſmatibus interjectam) prolapſorum incidentia continuo fit obliquior, donec tanta ſit eorum obliquitas, ut nequeant amplius penetrare dictam laminam, progredique ad ϒ, ſed abinde reflectantur ad π: quod accidet, cum angulus F *e* C (obliquitas incidentium) ſit graduum fere quinquaginta. Radii autem purpuriformes minime omnium potentes penetrare dictam laminam aeream, reflectentur primo, & albedinem prius reflexam ad ϖ nonnihil tingent eorum colore, dum ex radiis præterlabentibus ad ϒ flavedo imperfecta, aut potius color inter flavum & viridem mediocris componitur.

Poſtea

Poſtea cæruleus & viridis deinde reflexus paulo magis tinget lucem in ϖ cum colore cæruleo (licet admodum diluto propter exuberantiam albedinis commixtæ) manebitque ruber in ϒ, qui mox per flavedinis hactenus commixtæ reflectionem fiet intenſior, donec ipſe etiam denuo reflexus albedinem in ϖ redintegret.

Cæterum ut hoc ſpecimen evadat illuſtratius, ſumatur aliud priſma G H I, quod a poſticâ parte priſmatum A B C D ita collocetur, ut lucem *o e* ϒ per ea tranſmiſſam refringat verſus P T, & in colores permutet; violaceo in P, rubeo in T, cæteriſque in intermedia loca projectis. Tum priſmata colligata circa communem axem (ut prius) rotentur, donec lux alba verſus ϒ tranſmiſſa incipiat flaveſcere, & videbis, quod color purpureus in P ſimul evaneſcet. Id quod arguit purpuriformes radios non amplius ad priſma G H I pertingere, ſed a ſuperficie C B *b* primo omnium ad ϖ reflecti; & lucem *e* ϒ ideo flaveſcere, quod purpura e miſturâ tollitur, quâ prius albedinem exhibuit. Ad eundem modum, ſi priſmata A B C D diutius rotentur, videbis aliquos colores ad ϖ & ad ϒ ſucceſſive diſparere, prout lux *e* ϒ pluſquam rubeſcit; & cum fit ruberrima, tum ſolam rubedinem in ϒ manere: quod manifeſto convincit hanc lucem *e* ϒ abinde rubeſcere, quod a radiis aliorum colorum per ſuperficiem C B *b* reflexis ſecernitur.

SIMILI ratione, ſi cum priſmate quarto K L M refringas radios ad ϖ reflexos, & colores eo pacto productos & in album parietem projectos duodecim pedes aut longius diſtantem animadvertas, videbis, quod, cum lux *e* ϒ incipit viridè flaveſcere, purpura *p*, quam priſma hoc elicit e luce *e* ϖ, pluſquam cæteri colores augebitur, per acceſſum nempe purpuræ, quæ tum in P diſparuit ; cæteriſque deinde coloribus in *p t* gradatim fiet acceſſus prout a P T diſparent, donec cum omnis color a P T diſparuit, colores ad *p t* non amplius augeantur ; hoc autem diſcrimine, quod violaceus & cæruleus ad *p t* augmentum ſuum omne paulo citius obtinent quam rubeus aut flavus, ſed hoc tam exile eſt, ut obſervator, niſi ſit attentus, ægre advertat.

UT iſtis denique finem imponamus, lubet alium adducere modum, quo quædam genera radiorum, luce ſolis intermiſtâ, partim tranſmitti poſſint, cum alia reflectuntur. Nempe ſi duas laminas vitreas C B (fig. 25.) plane perpolitas & ad invicem applicatas ſecundum planitiem eorum connectas, eaſque vaſi R Q aquæ pleno immergas, extremitate ſuperficierum juxta poſitarum undique cerâ vel pice prius obturatâ, ut aqua non interrepat & expellat aerem, qui more laminæ tenuiſſimæ, ut dictum eſt, interjacebit vitris ; ſi hæc inquam fiant, poſſis efficere dictorum vitrorum talem eſſe ſitum, ut (illucente ſole) aer interjectus cæruliformes radios reflectat, verſus *p*, & tranſ-

& tranſmittat rubriformes verſus *t*, atque alias omnes apparentias modo recenſitas exhibeat.

CÆTERUM de hiſce modis experiendi notandum venit, primo, quod colores hic producuntur a parallelis ſuperficiebus, quarum aliquæ recurvant radios, quantum aliæ incurvant; atque adeo quæ mutuos effectus deſtruerent, ſi quos in immutandis intrinſecis diſpoſitionibus radiorum quoad eorum colores, ut opinantur philoſophi, producerent. Deinde quod lux poſtquam per iſtas ſuperficies trajiciatur, licet alba ſit, manifeſto tamen conſtet ex heterogeneis radiis; quandoquidem eorum aliqua genera penitus reflecti poſſunt ad *p*, dum alia ad *t* partim trajiciantur. Et eâdem ratione conſtat reflexam albedinem ſimiliter compoſitam eſſe, ſiquidem (ut dixi) redintegrata eſt, cum rubor omnium ultimus reflectitur a *t*; & hæc ex eo etiamnum ſumme confirmantur, quod a ſolâ vitrorum obliquitate ſine aliquâ refractionis vel reflectionis novâ modificatione efficiuntur.

LUX itaque, quamvis uniformis eſſet, quæ a ſole immediate profluit, poſtquam tamen unquam rereflexa vel refracta fuit, conſtat ex heterogeneis radiis. Et ejuſmodi eſt ea lux omnis, quæ per vitreas feneſtras trajicitur, vel quam planetæ, nubes, &c. ad nos reflectunt. Imo lux omnis a ſole aut lucernis quibuſvis derivata, ſiquidem aliqualem ſaltem

refractionem ab atmoſphærâ (ut dicunt Aſtronomi) patitur; ut taceam, quæ in objectis, denuoque in oculi tunicis, ante viſionis actionem impreſſam, fiunt. Jam, ſi nihil aliud oſtenderam, fuiſſet aliquod prodiiſſe tenus; ſiquidem omnia viſibilium phænomena nobis per ejuſmodi lucem exhibentur. Atqui, cum ſolis lux immediate albere cenſeatur, & ille color non ſit ex primitivis, ſed per miſturam generari oſtendatur; &, cum nullum inter lucem originalem & illam, quæ a diverſicoloribus radiis componitur ſenſibile diſcrimen intercedat, haud dubitandum eſt, quin utraq; ſit ejuſdem naturæ. Imo vero certiſſimum eſt, ſiquidem (in prop. 2.) oſtenditur, quod inhærentes diſpoſitiones vel formæ radiorum, quibus apti ſunt ad proprios colores exhibendos, nec deſtrui poſſunt, nec nullo modo vi ſecundariæ refractionis mutari. Et par eſt ratio de refractione primariâ. Concludendum eſt itaque, quod iſtæ diſpoſitiones ſunt inſitæ radiis ab eorum origine, quamvis proprios colores, antequam heterogenei ab invicem virtute refractionis ſecernantur, exhibere nequeant.

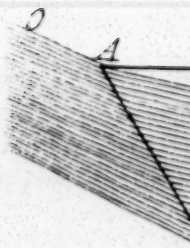
CÆTERUM de eo quod dixi lucis colorem album eſſe, & tamen ſol aliquantulum flaveſcere videtur, notandum eſt, quod cæruliformes radii ab atmoſphærâ præ cæteris conturbantur (ut cæruleus ejus color innuit) & inde quod e directis ſolaribus radiis flaviformes prævalere ſolent, & efficere, ut ſol flaveſcat,

12 DE 24


F
C


A
O
F
C


R
Q


O
A

Tab. IV.

Fig. 20.

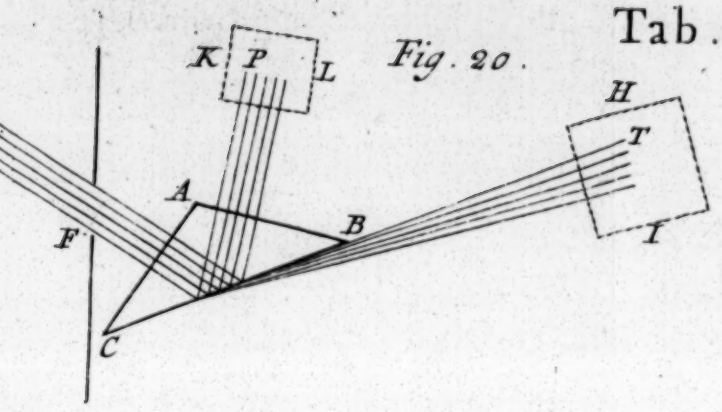


Fig. 21.

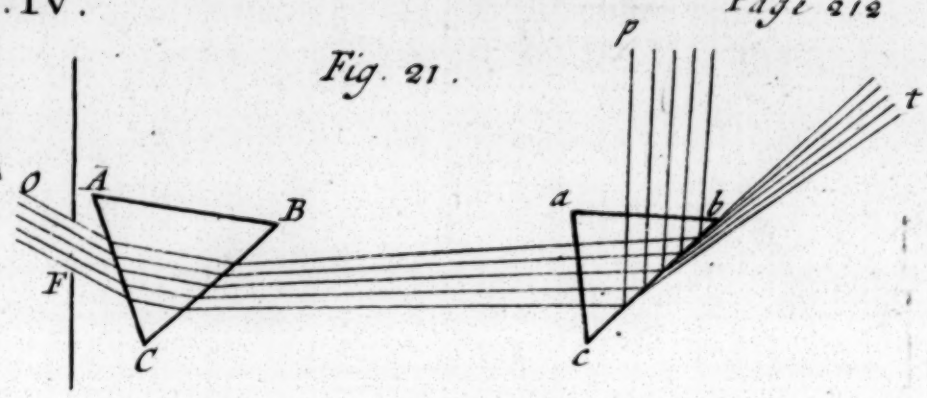
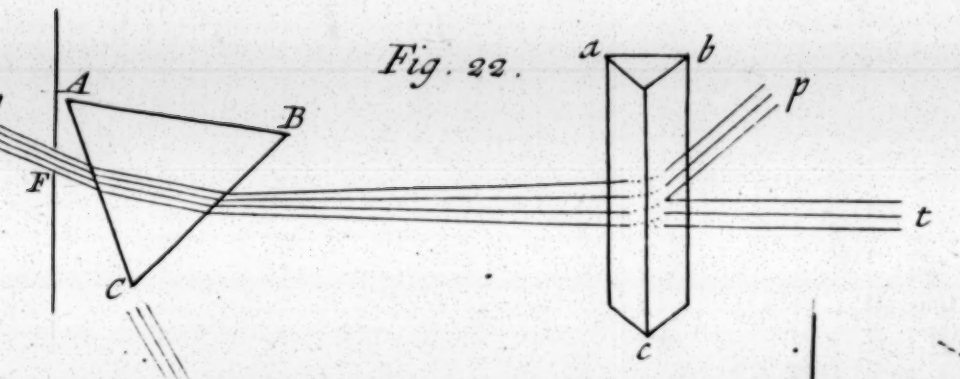
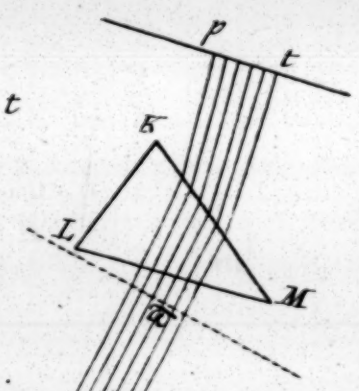


Fig. 22.





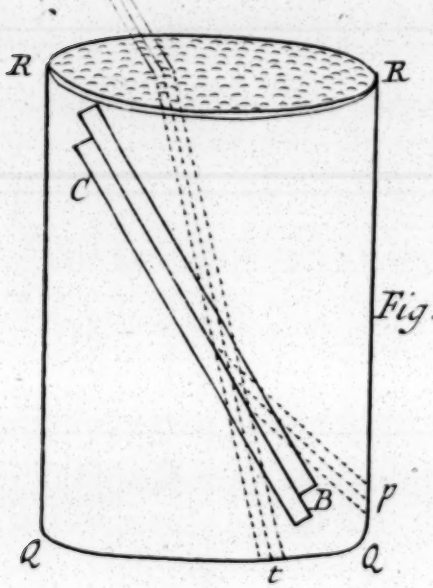


Fig. 25.

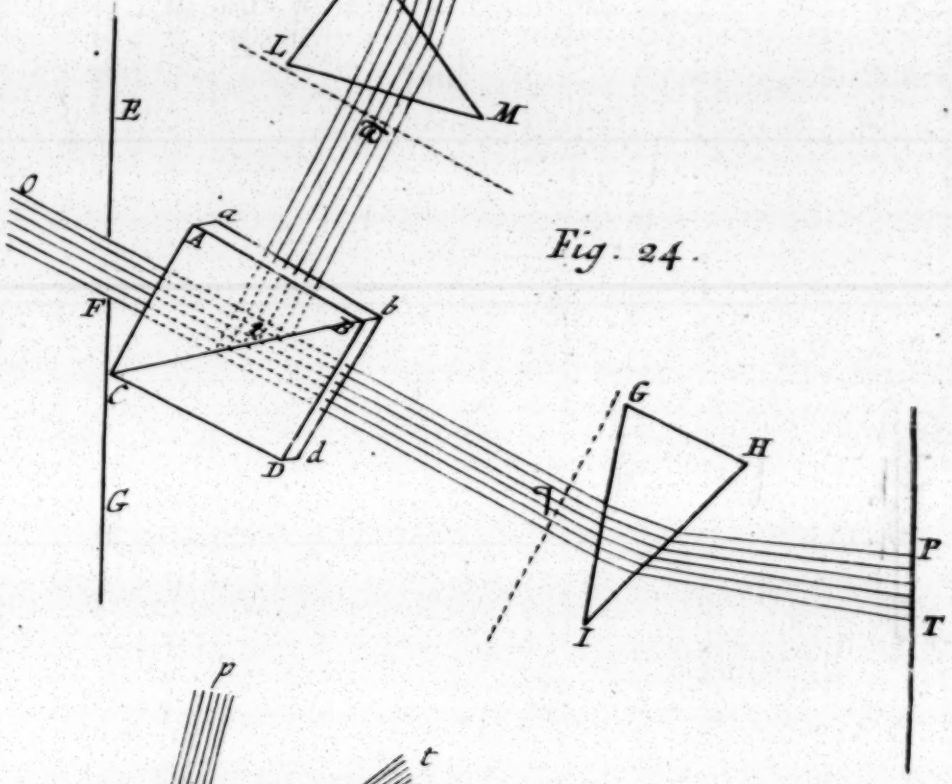


Fig. 24.

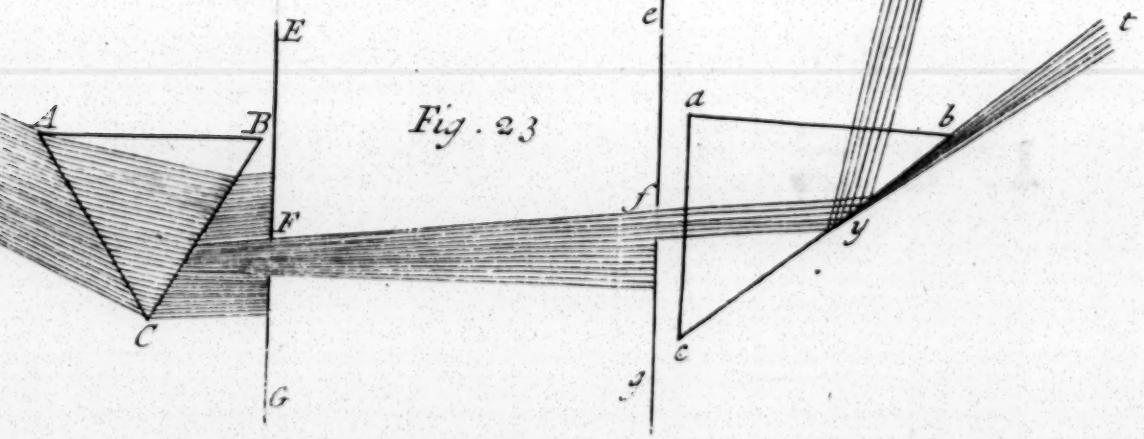


Fig. 23

veſcat, qui ſecus fortaſſe appareret albus. Et ad hunc effectum atmoſphæra, circa ſolem forte conglobata, poteſt etiam conducere. At non eo inficias, quin aliquod radiorum genus in originali luce ſæpiſſime redundet, quandoquidem flammarum & ſyderum diverſi ſunt colores.

De lucis & albedinis compoſitione hæc ſatis. Quod autem nigredo ex omnibus coloribus ſimiliter compoſita ſit, & in ſolo lucis defectu ab albedine differat, ex eo manifeſtum eſt, quod nigrorum, in radiis ſolaribus intra cubiculum (alias obtenebratum) intromiſſis poſitorum, termini omnigenis coloribus tincti apparent, ſi priſmate juxta oculum interpoſito inſpiciantur; quod ſingulos priſmatis colores ſeorſim incidentes pari intentione reflectant, idque longe debiliori quam alba corpora; & quod alba defectu lucis nigreſcere videntur, ita ut corpus (quod revera albus eſt) in debiliori luce nigrius apparere poſſit.

Denique de cinereis cæteriſque non primitivis coloribus propoſitio manifeſta eſt; ſiquidem cinereos ex albo & nigro, cæteroſque omnes ex rubro, flavo, & cæruleo componere norunt pictores.

PROP. IV.

Primitivi colores per compoſitionem colorum ſibimet utrinque confinium exhiberi poſſunt.

Hoc variis modis (perinde ut in albedinis compoſitione, ſiſtendo aliquos e coloribus antequam compoſitionem ingrediantur) tentari poteſt; & ipſe aliquos expertus ſum, quibus conſtitit luteum a croceo & ſubflavo, porraceum a ſubflavo & thalaſſino (vel etiam minus perfecte a luteo & cyaneo) & cyaneum a thalaſſino & indico, alioſque omnes colores a coloribus hinc & illinc conterminis componi poſſe. Quinetiam indicus cum rubei extremitate contemperatus purpuraſcebat, & minius cum extremâ purpurâ paululum conſperſus coccineus evaſit; tanquam ſi inter colorum extremitates intercederet affinitas, qualis eſt in ſonis inter octavæ terminos.

Idem colores a coloratis pulveribus componi poſſunt, ſed minus perfecte ut opinor, propterea quod ipſi componentes ex aliis coloribus (quorum aliqui ſunt diſſimiliores) componuntur.

Cæterum, ne nimius hic ſim, breviter dicam, quo pacto priſmatici colores in hos effectus producendos optime miſceri poſſunt. Nempe priſma

GDE

GDE (fig. 26.) ex pellucidiſſimis & perpolitis lamellis vitreis in vaſculum aquæ plenum coaptatis efficiatur, quo radiorum, in colores per divergentiam diſcretorum, duo quælibet genera, juxta diverſos angulos D & E ſat acutos & æquales tranſmiſſa, ad invicem verſus H cogantur.

PROP. V.

Corporum naturalium colores e genere radiorum derivantur, quos maxime reflectunt.

Hoc e præmonſtratis tantâ neceſſitate & evidentiâ conſequitur, ut ſupervacaneum eſſe videatur me aliquid de induſtriâ hic in probationem ejus moliri. Utpote cum oſtenſum ſit, quod nullius generis uniformium radiorum color per reflectionem a corpore phyſico mutari poſſit, ſed unumquodque colore radiorum tinctum appareret quibuſcum illuminatur: Si corpus cujuſcunque ſubdialis coloris a ſolis rubriformibus radiis in tenebroſo cubiculo illuminetur, rubeſcit; ſi flaviformibus illuminetur, flaveſcit; ſi viridiformibus, vireſcit; & ſic præterea.

Sed in hujus rei majorem evidentiam obſervandum eſt inſuper, quod unumquodque corpus proprium colorem præ cæteris ſeorſim incidentibus copioſe reflectit. Sic cinnabaris in luce rubeâ maxime reſplendet, in viridi minus, & adhuc minus in cæruleâ.

leâ. Sic indicum in violaceâ & cæruleâ luce maxime reſplendet, & ſplendor ejus gradatim deminuitur, prout in rubeam lucem per gradus intermedios continuo transfertur. Sic porrus lucem viridem pluſquam rubeam aut purpuream reflectere conſpicitur, & ſic in aliis. Et quo corpora ſub dio ſunt intenſiorum & magis ſpecificorum colorum, eo minus in alienâ luce reſplendent.

QUAMOBREM, ut hæc facilius & magis cum evidentiâ pertentes, corpora ſeligere oportet intenſis coloribus, & quam poteris maxime ſimplicibus coloribus prædita; id quod cognoſces, ſi, priſmate adhibito, ſeligas, quæ ad extremitates, nigredini conterminas, diſtinctiora apparent & minus variegata. Præterea colores priſmatum, quos in hæc corpora projicis, debent eſſe ab invicem per plures refractiones optime diſcreti. Nam, ſi colores per unici tantum priſmatis, juxta lucis ingreſſum poſiti, refractionem ſecernantur, non color lucis incidentis, ſed alius quidem, inter corporis in aprico conſpecti & lucis hujus incidentis colorem intermedius generabitur. Quemadmodum, ſi hujuſmodi lux flava in cæruleum incidat, corpus illud non flaveſcet ſed virebit potius, propterea quod plures e viridiformibus radiis, in hâc flavâ luce latitantibus, quam e flaviformibus reflectere aptum ſit; & ſic rubeum corpus in viridi luce flaveſcere poteſt, & in cæruleâ luce vireſcere, ſi modo lux illa ab aliis commiſtis coloribus non bene purgetur.

purgetur. Et ob hanc cauſam ſumme cavendum eſt in faciendis hiſce experimentis, ut cubiculum fiat obſcuriſſimum, ne lux erratica cum priſmatico colore commiſceatur.

Deinde, quo coloris cujuſvis, a corporibus ſub dio diverſè coloratis reflexi, quantitas innoteſcat melius, corpora illa in eâdem lucis quàlibet ſpecie juxta poſita confer, & videbis unumquodque in luce proprii coloris præ cæteris reſplendere. Sic indicum in cæruleâ vel purpureâ luce pluſquam cinnabaris reſplendet, & minius in rubeâ. Aut ſi forte (propter alterutrius coloris imperfectionem & obſcuritatem) ambo æqualiter in luce violaceâ reſplendere contingat, tum in rubeâ luce cinnabaris fiet longe illuſtrior aut contra longe debilior in luce violaceâ, ſi æqualiter reſplendeant in rubeâ. Cinnabaris itaque plures e rubriformibus quam aliis quibuſlibet radiis reflectit, & proinde rubet. Indicum vero plures e cæruliformibus & purpuriformibus reflectit, & proinde fit intermedii coloris. Et ad eundem modum ſi in albis corporibus fiat experimentum, conſtabit, quod omnigenos reflectant æqualiter, & ſic in aliis.

Antequam huic de coloribus phyſicorum corporum propoſitioni finem impono, placet annotare de quibuſdam apparentiis quantâ neceſſitate conſequuntur e noſtris principiis, quæ aliis miræ viderentur

tur & explicatu difficillimæ. Et imprimis, quia corpora evadunt colorata reflectendo quædam genera radiorum & intromittendo cætera, si aliquatenus transpareant; concludendum esse videtur, quod colores transmittantur, qui minime reflectuntur, & inde alius sit eorum color cum transpiciuntur, atque alius cum cernantur luce reflexâ. Et hoc quam bene convenit cum experientiâ videre est in libro Boylei de coloribus. Silicet infusio ligni nephretici, quando diversâ luce transpicitur, rubea vel flava appareat, & cærulea cum cernitur ad plagas lucis incidentis. E contra vero aurum foliatum apparet flavum & transparet cæruleum. Sic vitri fragmenta per totam profunditatem colorata, qualia in antiquis templorum fenestris reperiuntur, varios plerumque colores pro positione spectatoris exhibent. Et crassiorum laminarum vitri pellucidissimi (qualia ad fabricanda telescopia adhibentur) cum adversas oras aspexi, cæruleum vidi reflexum, & flavum transmissum cum perspexi: Cæruleus autem maxime apparuit, cum illustrabatur jubare in obscuratum cubiculum immisso, & a lente concavâ distracto ne nimiâ luce color perfunderetur. Neque ullus dubito, quin plurima existant hujus rei exempla, si quis operæ pretium duxerit in variis liquoribus, aliisque corporibus transparenter coloratis, examen instituere, interea cavendo, ne lux e pluribus plagis simul incidat.

QUOD

Quod autem iſthoc non ſemper eveniat, (quemadmodum in eâdem infuſione ligni nephritici, cum cæruleus color ſalibus acidis deſtruitur, & in aliis pleriſque, quæ undique ſunt ejuſdem coloris,) ratio eſt, quod corporibus non ſolum inſit poteſtas reflectendi vel tranſmittendi radios, ſed etiam ſuffocandi & in ſe terminandi. Sic aliqua obſtruunt & retinent omnigenos radios, eoque pacto fiunt undique nigra; alia reflectunt quoſdam cæteroſque ſupprimunt, ut opaca colorata; alia quoſdam ſupprimunt, cæteroſque partim reflectunt & partim tranſmittunt, ut tranſparenter colorata, quæ circumcirca ejuſdem ſunt coloris; & alia quoſdam reflectunt cæteroſque tranſmittunt, ut in exemplis jam allatis conſtitit. Atque ita præterea.

Porro, quod liquoris colorati varia craſſities aliquando ſpeciem coloris variare poteſt, cum noſtris principiis quam optime conſentit. Sic infuſio ligni nephritici pro variâ ejus craſſitie, vel flavum vel rubeum colorem referre poteſt. Cujus rei rationem ut intelligas, concipe, quod liquor ille ſit aptiſſimus ad reflectendum purpuriformes & cæruliformes radios, ineptiſſimus ad reflectendum rubriformes & mediocriter aptus ad reflectendum mediocres; & (in fig. 27.) poſito A B C vitro coniformi hujus infuſionis pleno, ſit F I craſſities ejus, cum aureo colore ſplendentis, E H major craſſities, ubi ſit intenſioris & ſub-

obſcuri ruboris. Et, cum cæruliformes & purpuriformes radii citiſſime reflectantur, ut ex eo patet, quod unius guttulæ craſſities ad eos colores reflectendos & ſpectantibus exhibendos ſufficit: Ex illis pauciſſimi penetrabunt ad profunditatem T I, ſed plurimi viridiformes & adhuc plures flaviformes una cum rubriformibus trajicientur, ex quâ miſturâ fiet iſte color aureus. At per profunditatem E H pauci e flaviformibus tranſibunt & pauciores e viridiformibus, ac ſoli fere rubriformes ad uſque profunditatem D G pervadere valebunt; quinimo ex iſtis etiam complures in itinere reflectentur, & inde rubor trajectus ſubobſcurus evadet.

AD eundem fere modum, cum lux per plura corpora diverſis coloribus pellucide tincta trajicitur, color ille ex adverſo videbitur, qui facillime pertranſit omnia, Quod ſi nullus poteſt omnia pertranſire, utcunque ſeorſim pellucida exiſtunt, conjunctim tamen evadent maxime opaca. Quemadmodum, ſi lamina A B tranſmittat ſolos rubriformes, & C D ſolos cæruliformes, cum juxta ponuntur, tranſmittent nullos. Cujus quidem rei exemplum habes in Micrographiâ Mri. Hookii de cæruleo & rubeo liquore, qui ſeorſim apparuêre, & conjunctim fuêre opaci.

DENIQUE huc referri poteſt, quod, cum aliquis e coloribus priſmaticis per corpus tranſparenter colora-

loratum trajicitur, intermedius color emergit. Sic viriditate v. g. in vitrum tranſparenter rubeum incidente, flaviformes radii, qui in illâ viriditate commiſti latent, præ cæteris vitrum fortaſſe pervadent, efficientque, ut lux emergens flaveſcat.

SED videor officii limites exceſſiſſe, in campum phyſicum nimis expatiatus. Viſum quidem fuerit hæc attigiſſe, ut univerſa rerum conſenſio pateret; ſed ſiſto gradum ac tandem coronidis loco inſtrumentum quoddam haud inelegans deſcribam, quo præfata omnia ſummâ cum evidentiâ tentari poſſunt.

Sit A B C *a b c* (fig. 28.) priſma, quod radios, per foramen F in obſcurum cubiculum tranſmiſſos, refringat verſus lentem M N, ut colores, quos efficit in *p q r s t* per lentem deinde tranjiciantur ad X, & ibidem commiſceantur in albedinem componendam, ſicut in præcedentibus oſtendi. Deinde aliud priſma D E G *g e d* priori parallelum ad locum X, ubi albedo redintegrata eſt, ſtatuatur, quod lucem verſus Y refringat. Hujus autem priſmatis verticalis angulus G *g* ſit æqualis angulo verticali C *c* priſmatis anterioris, aut eo forte minor, & ſimiliter poſitus, ut incidentes radios in paralleliſmum reducat, quos priſma anterius diſperſit.

HIS poſitis, obſervabis an lux Y (pedes aliquot diſtans trajecta) æque alba maneat ac fuerit in X,

vel

vel ſenſim abeat in colores. Si penitus appareat alba, tunc priſmata cum lente recte diſpoſuiſti, ſin aliqui colores ad Y cernantur, priſma D E G circa ſuum axem eo modo parum converti debet, ut colores minuantur, &, cum penitus evanuêre & lux in totum albeſcit, ſiſte priſma. Quod ſi nequeas hoc modo efficere, quin lux inter tranſeundum ab X ad Y ex aliquâ ſuâ parte tranſmigret in colores, lentem M N paulo longius a priſmate A B C transfer, & loco X rurſus invento, ubi colores in albedinem accuratiſſime convergunt, in eo ſtatue priſma D E F ut prius, & rurſus experire, an poſſis lucem ſine coloribus ad Y projicere; & cum eo uſque mutaveris poſitiones priſmatum & lentis, dum effeceris lucem ad Y trajectam, quam minime poſſis coloratam, priſmata cum lente in eo ſitu figantur, idque vel ope trabis, ut in ſchemate deſcribitur, vel tubi aut inſtrumenti cujuſvis in eum finem fabricati.

CUM habeas hanc machinam e priſmatibus & lente, ut dictum eſt, fabricatam, ope lucis per eam tranſmiſſæ cuncta poſſis experiri, quæ hactenus fuerunt tradita. Hæc enim lux X Y jubari a ſole directo perſimilis eſt, & eaſdem omnes apparentias exhibet, ac ſi a foramine F rectà promanâſſet, nullum omnino refractionem paſſa, adeoque ejuſdem eſſe compoſitionis facile credamus. Et tamen, cum in ſua principia componentia, hoc eſt in radios diverſorum generum, apud lentem M N diſcreta fuerit, facile

facile erit modos examini ſubjicere, quibus poſthac in colores converti poteſt, idque tantum ſiſtendo hoc vel illud radiorum genus apud M N, ut conſtitutio lucis X Y quoad ejus converſionem in colores pateat.

QUEMADMODUM, ſi deſideretur, ut ſenſui planiſſime pateat, quod priſma convertit lucem in colores, non tranſmutando proprietates ejus intrinſecas, ſed ſegregando tantum radios, ad excitandum varia colorum phantaſmata diſpoſitos, ex quibus lux omnis albens conſtituitur. Nihil aliud agendum eſt, quam, ut priſma aliquod H I K ita ſtatuatur, ut lucem X Y excipiat, & refringendo tranſmutet in colores P, Q, R, S, T in papyrum aliquam procidentes. Deinde, ſi colorem quemlibet apud lentem M N interpoſito obſtaculo ſiſtat, videbis eundem colorem a papyro L V deficere. Sic purpuram *p* obſtruendo, diſparebit purpura P, cæteris coloribus non omnino mutatis; (dempto forte cæruleo, quatenus aliquid purpuræ commixtum habeat.) Sic viridem *r* intercipiendo, viridis R evaneſcet, & ſic de aliis. Atque ita videre eſt, quod iidem colores apud papyrum L V & apud lentem M N pertinent ad eoſdem radios, iiſque non communicatur a refractione priſmatis H I K, ſiquidem præexiſtebant ſegregati quidem ad lentem M N, & congregati in luce X Y.

AD eundem modum, ſi cupias experimenta penitus rimari, quibus aliqua genera radiorum omnino reflecti poſſint, dum alia (licet ſimiliter incidentia) partim tranſmittantur; priſma H I K circa axem ejus converte, donec altera pars colorum (violacea nempe & cærulea) poſtquam obliquiſſime refracta fuerit verſus L V, abinde penitus diſpareat verſus π deflexa; parte tamen alterâ ad L V pervadente. Deinde, ſi dimidum colorum rubedinem verſus intercipias ad M N, rubor & flavus diſparebunt ad L V, & lux ad π reflexa fiet admodum cærulea. Sin alterum purpuram verſus intercipias, rubor apud L V non mutabitur, ſed lux in π (propter ablatum purpureum & cæruleum) flaveſcet aut rubeſcet. Id quod indicat purpuriformia & cæruliformia radiorum genera penitus ad π reflecti, dum cætera partim refranguntur ad L V. Præterea, ſi corpus aliquod coloratum v. g. cinnabaris, hâc luce X Y illuminetur, ſub proprio colore perinde apparebit, quaſi in luce ſubdiali conſtitutum aſpiceres. Quod ſi cæruliformes & viridiformes radios juxta lentem prælapſuros intercipias, rubor ejus intendetur: At cum rubriformes radios intercipis, cinnabaris non amplius rubebit, ſed flavedinem aut viriditatem aliumve quemvis colorem, pro ſpecie radiorum, quos prætermittis, induet. Nec ſecus alia colorum phænomena, quæ priſmata ab immediatâ ſolis luce eliciunt, ope lucis hujus X Y poteris experiri,

riri, & intercipiendo quodvis radiorum genus apud M N, eorum cauſas intueri.

SI quis autem velit inſtrumentum, quale jam deſcripſimus, ad experimenta hujuſmodi inſtituenda conficere, lentem adhibeat latam tres digitos & amplius, quæ radios parallelos ad focum duos pedes circiter diſtantem congregat, atque ita priſmata diſtabunt octo pedibus, & conficient inſtrumentum ſatis magnum, quo omnia ſtrictius examini ſubjiciantur. Quod ad poſitionem lentis attinet, ſi priſmatum anguli verticales A C B & D G E ſunt æquales, puta 60 vel 70 graduum, ipſa æqualiter ab utriſque diſtabit. Sin alter angulus ſit major altero, lens illi priſmati vicinior collocetur, cujus angulus verticalis exiſtit major. Et nota, quod jubar X Y per ſpatium eo latius diffunditur, quo lens ſtatuitur anteriori priſmati vicinior. Atque adeo, ſiquando opus ſit amplo jubare, debes tantum efficere, ut lens ſit aliquanto vicinior anteriori priſmati quam poſteriori, & adhibere priſma poſterius, cujus angulus verticalis ſit tanto fere minor quam angulus verticalis anterioris. Denique, ſi velis, ut colores in lentem illam procidentes ſint magis directi & ab invicem diſtracti, quam more jam deſcripto contingat, eâ nempe de cauſâ, ut ſingula radiorum genera pro lubitu diſtinctius ſive magis ſejuncta intercipiantur; (id quod in experimentis nonnullis neceſſarium

duco ;) nihil aliud agendum eſt, quam ut lux per duo parva foramina F & *f*, ab invicem longe diſtantia, prius trajiciatur, quam incidat in priſmata : Vel ut alia lens non procul ab interiori priſmate collocetur, quæ apta ſit, ut lucem, a longinquo foramine F divergentem, congregat ad alteram ſubſequentem lentem M N. Cæterum hoc inſtrumentum ſic recte diſponere invenio moleſtiſſimum eſſe, ut & effectus ejus haud ita diſtinctos & ſenſui patentes ac in præcedentibus, ubi per pauciores refractiones & majora vitrorum intervalla oſtendebantur. Et ea propter auditores imprimis illa ſimpliciora & faciliora experimenta examini conſultius ſubjicient.

Sectio

Sectio Secunda.

De variis colorum Phænomenis.

De phænomenis lucis per priſma ad parietem trajectæ.

HUCUSQUE fundamenta ſtruxi, quibus colorum quocunque modo effectorum phænomena explicari poſſunt; effectuum vero, quos ſupra minus attigi, jam cauſas particulares & immediatas, non geometrarum (quibus ſcio ſupervacaneum videatur) ſed aliorum gratiâ ſigillatim deſcribam. Malo enim hic aliqua, quæ pleriſque ſuperflua fortaſſe videbuntur, interſerere, quam quicquam alicujus momenti omittere, quod incautis & prejudicio laborantibus difficultatem ſubminiſtrare poſſit.

Et imprimis circa priſmatis vulgo notos effectus (quorum cauſam abunde ſatis retexi) circumſtantiæ nonnullæ ſuperſunt explicandæ: utpote cur primitivi colores non omnes eliciuntur, cum lux (cujus radios ab origine heterogeneos priſma per inæquales

refractiones diſpergit) non tranſit per anguſtum foramen, ſicut paſſim in præcedentibus ſuppoſui, ſed ex unicâ tantum parte limitatur. Verbi gratiâ, ſi corpus aliquod opacum F G (fig. 29.) ſoli interponatur & priſmati, juxta baſem ejus A B, quod umbram projiceat in M P, colores efficiat in ſpatio P T, & lucem permittat in ipſum N T influere: in P T confinio lucis & umbræ nulli colores generabuntur præter purpureum & cæruleum cum variis eorum gradibus. Et ratio eſt, quod ex radiis omnium formarum, qui tranſeunt per extremitatem dicti corporis opaci F G, ſoli purpuriformes propter maximam eorum refractionem poſſunt ad P uſque deflecti, unde color purpureus ibi conſpicitur. Deinde cæruliformes, cum paulo minus refrangibiles exiſtant, incident in totum ſpatium N Q, non potentes ulterius verſus M deflecti quam ad Q. Atque ita duæ radiorum ſpecies eæque ſolæ incident in Q, & colorem ex purpureo & cæruleo compoſitum exhibebunt. Præterea viridiformes minus adhuc refrangibiles in ſpatio N R non ultra extendentur quam ad R. Flaviformes autem terminabuntur in S. Quare tres tantum ſpecies colorum miſcebuntur ad R, & color ex iis omnibus (nempe ex purpureo, cæruleo & viridi) generabitur. At cum purpureus & viridis commixti producant cæruleum (ut facile eſt ex ante dictis experiri) liquet colorem ad R non fore alium quam cæruleum. Denique, cum radii rubriformes minime omnium refringantur,

tur, ut in ſpatium N T fiet miſtura colorum omnium, & proinde albeſcet; ſed in ipſo S (ubi color omnis dempto rubeo miſcetur) cæruleus ad viriditatem nonnihil vergens apparebit, ſed maxime dilutus, propterea quod ſolus rubor ex albedinis compoſitione deſit.

Porro, ſi corpus opacum *f g* ſoli interponatur & priſmati juxta verticem ejus C, ſicut videre eſt in ſchemate 30. Inter obſcuratum ſpatium N T & lucidum P M, cernes alios duos colores, rubeum in T & flavum in R, idque propter jam dictas rationes. Quippe radii, prout apti ſunt ad hos ordine colores [rubeum, flavum, viridem, cæruleum & violaceum,] generandos, intenduntur per ſpatia M T, M S, M R, M Q & M P; cum ſoli rubriformes extenduntur uſque ad T, cæteris propter majorem refractionem citius terminatis, neceſſe eſt, ut iſte color in T ſit rubeus. Item, cum tria radiorum genera in R incidant, color ex iſtis (nempe rubeo, flavo & viridi) compoſitus ibidem cernetur. Rubeus autem & viridis flavum conſtituunt, atque adeo flavus apparebit in R. Præterea, cum omnium formarum radii miſceantur in P, & poſtea perpetuo verſus M, ſpatium illud P M apparebit album. Nec ſecus conſtat, quod citreus in S & in Q flavus ad viriditatem vergens apparebit, ſed adeo dilutus tamen & cæruleo redundans, ut nomen viriditatis non mereatur.

Tertio,

TERTIO, ſi opaca duo corpora G F & *g f*, (fig. 31.) ſoli & priſmati interponantur, ut radii inter utrumque quaſi per oblongam rimam priſmati parallelam tranſeat, atque diſtantia F *f* ſit ſatis magna, pro utroque termino F & *f* generabuntur colores; purpureus nempe ad P & cæruleus ad R per terminum F; atque flavus ad *r* & rubeus ad *t* per terminum *f*, ſicut modo explicatum fuit: Eritque T *p* ſpatium album utriſque coloribus interjectum. Jam, ſi obſtacula G F & *g f* ad ſe invicem paululum admoveantur, ut intermedium ſpatium F *f* evadat anguſtius, iſto pacto ſpatium album quoque T *p* fiet anguſtius, donec tandem evaneſcat & colores utrinque coeant. Si ſpatium F *f* magis adhuc coarctetur, viriditas in medio colorum emerget vice albedinis, quæ jam evanuit, quæ quidem viriditas non antea apparuit propter commiſturam radiorum heterogeneorum, quibus involuta latuit; jam vero heterogeneis iſtis per obſtacula duo ſibi propius admota alterne interceptis, viriditas ea paulatim detegitur, patet & evadit perfectior, donec (cum dictum F *f* ſatis anguſtum eſt) ab omni fere miſturâ liberatur & eruitur, propriâque ſpecie non minus quam cæteri colores elucet. Et hinc in tranſitu colligitur, quod viriditas medietatem exacte obtinet, non magis ad rubeum vergens quam violaceum, neque ad flavum quam cæruleum; hoc eſt in ſpecie coloris & reſpectu multitudinis radiorum ad colores utrinque pertinentium. Nam in gradu refrangibilitatis minus

nus differt a parte rubeâ flavâque, & in aliâ quâdam proprietate (cui jam explicandæ non eſt locus) minus differt a parte purpureâ & cæruleâ.

Præterea, cum albedo T *p* propter anguſtiam pervii ſpatii F *f* incipit evaneſcere, colores etiam contractiores paulatim apparebunt, ita ut, cum iſtud F *f* fit valde anguſtum, flavus ad rubeum & cæruleus ad violaceum quaſi duplo vicinior evadat, quam cum amplitudo ejus permiſit albedinem in medio colorum produci, & ut quinque colores (viriditate jam internatâ) non occupent plus ſpatii quam eorum duo prius occupavêre. Cujus rei ratio ex ſchematum inſpectione patebit animadvertenti, quod flavus ad *r* & cæruleus ad R, ex heterogeneis radiis compoſitus, mutatur in fere uniformem flavum ad loca S & *s* incidentem, & in fere uniformem cæruleum ad loca Q & *q* ſimiliter incidentem, heterogeneis radiis e miſturâ per anguſtiam ſpatii F *f* magnâ ex parte ſublatis.

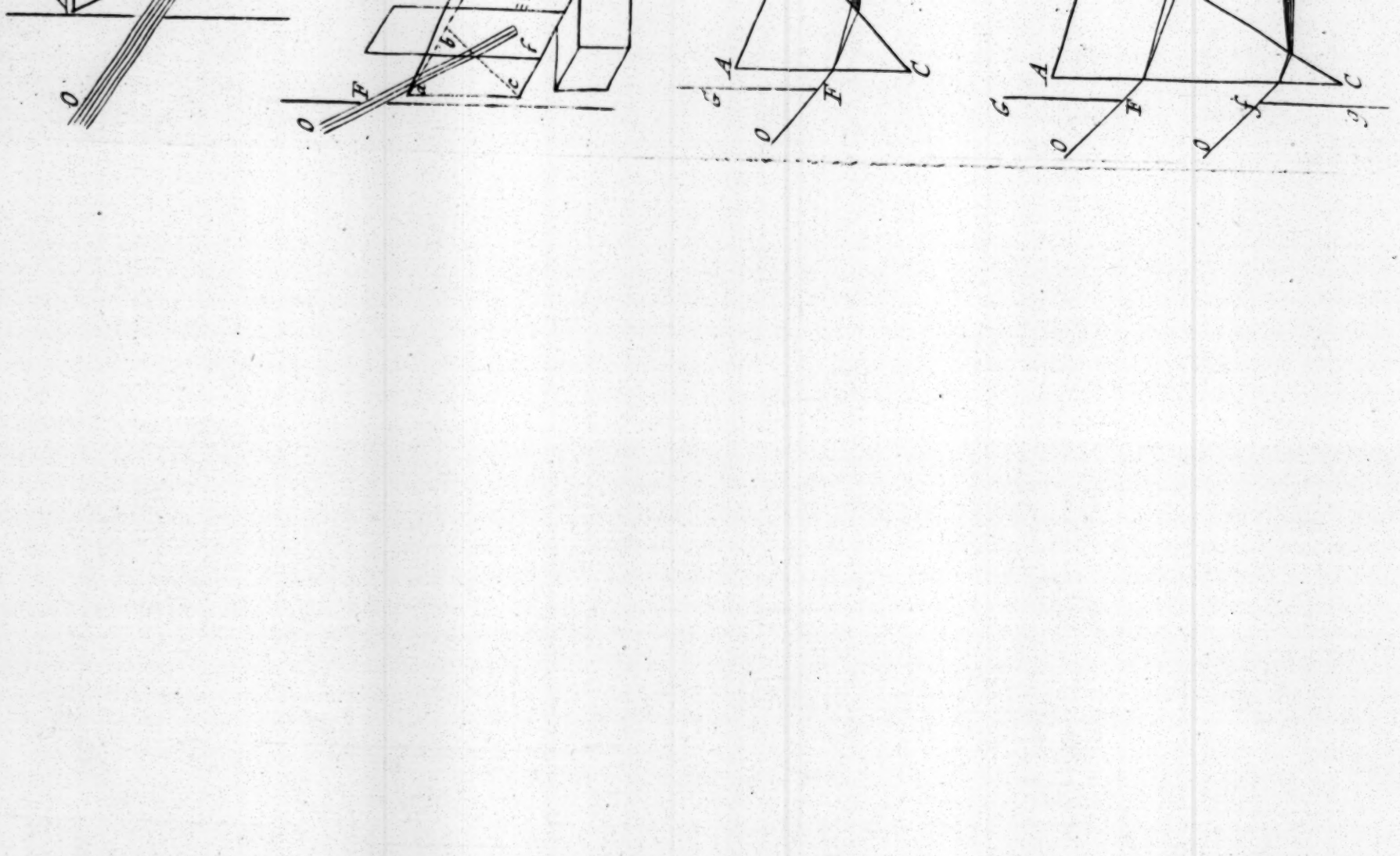
Quarto, ſi lux terminetur obſtaculo G *g*, cujus extremitas perpendiculariter tranſverſa eſt ad longitudinem priſmatis, colores omnino nulli virtute termini illius generabuntur. Etenim ponamus parallelos radios O F & O *f* cæteroſque (fig. 32.) juxta extremitatem dictam G *g* in priſma A B C prolapſos, ibidemque refractos eſſe ad P T & *p t*, atque M N eſſe umbram ipſius G *g*. Jam licet radii

pur-

purpuriformes F P & *f p* magis refringantur quam rubriformis F T & *f t*, tamen istâ refractione secundum terminum umbræ factâ, ita ut ex dictis radiis multi magis deflectant versus umbram quam cæteri; palam est, quod ubicunque purpuriformes incidunt, rubriformes etiam incident in eundem locum, & e contra. Quod idem de radiis intermediis pari modo concipiatur. Et sic radiis omnium specierum ubique per extremitatem umbræ commixtis, umbra bene definietur sine aliquo colore (præter album vel fuscum ex luce & umbrâ mixtis) conspecto. Sed cavendum est, ne colores, per limites prismatis *A a* vel *C c* generati, habeantur pro generatis a limite G *g*. Quamobrem prismata, quæ ex vitro in totum fiunt, ad examen hujus & proxime præcedentis commode instituendum, nimis sunt exigua; propterea quod colores per extremitatem verticis & basis producti interjectum spatium album haud relinquent satis amplum, in quo generatio colorum prædictis modis probetur. Itaque, ut prisma conficiatur ex vitris planis & bene politis, qualia ad specula conspicienda adhibentur, moneo; quibus in morem cunei connexis, & in vasculum dein prismiforme completis, ut supra dictum, vasculum istud impleatur aquâ limpidissimâ & occludatur, & sic prismata ad arbitrium ampla conficias.

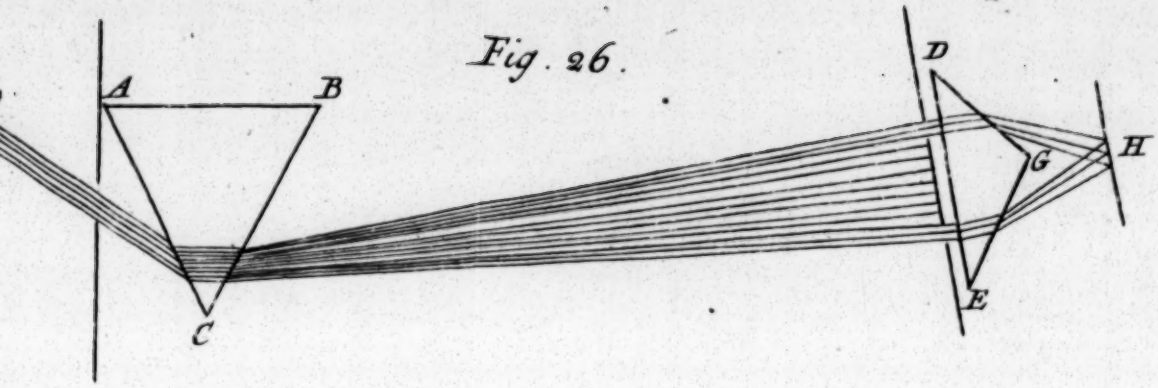
QUINTO, ut omnia jam uno comprehendam specimine, sit G *g* (fig. 33.) corpus opacum orbiculari fora-

Tab.



Tab. V.

Fig. 26.



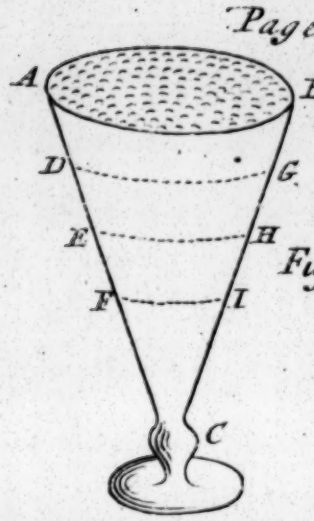
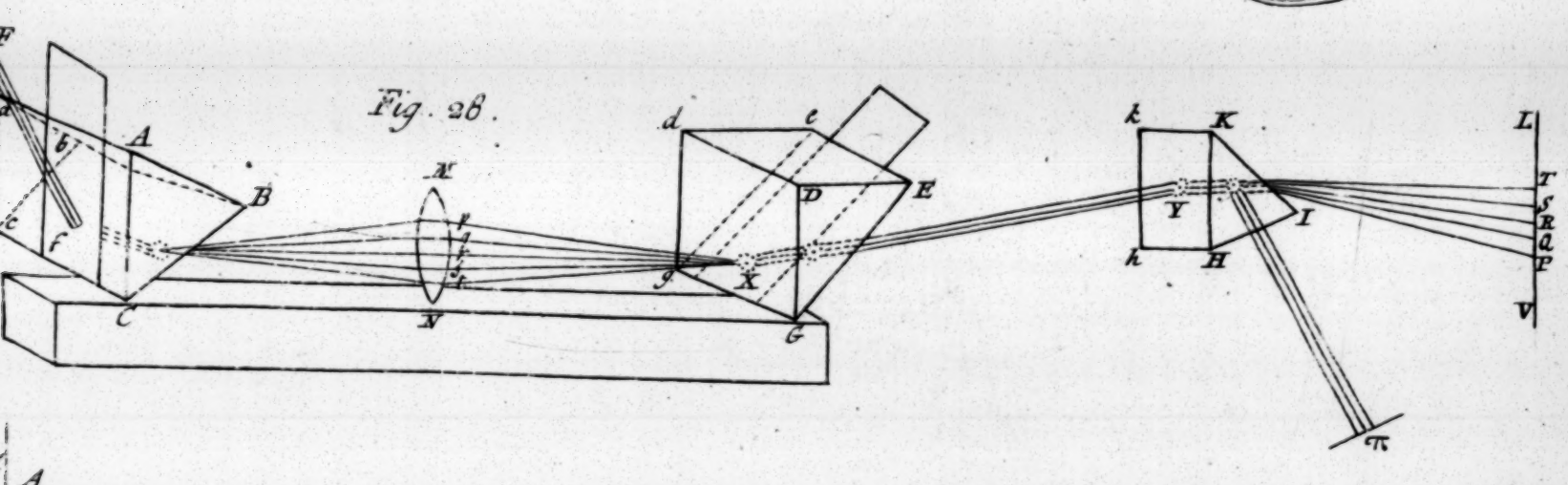


Fig. 27.

Fig. 28.



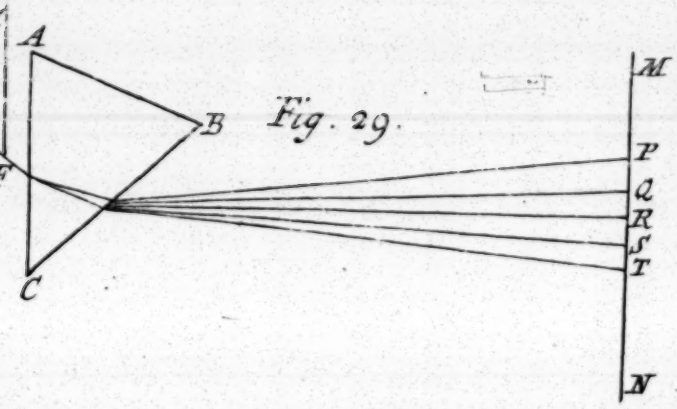


Fig. 29.

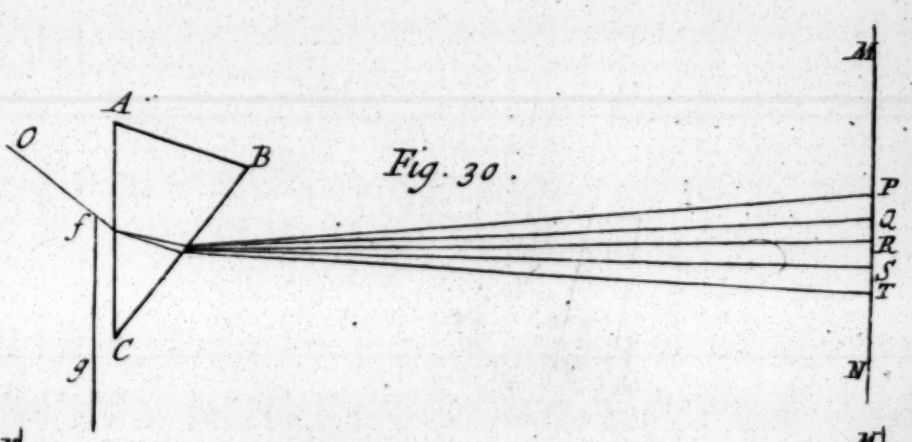


Fig. 30.

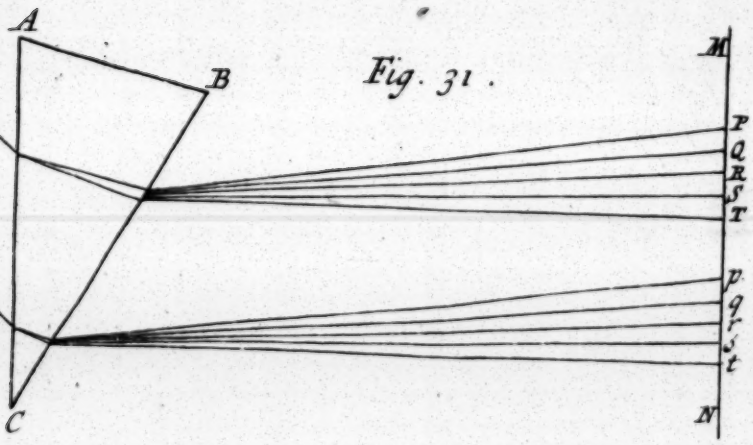


Fig. 31.

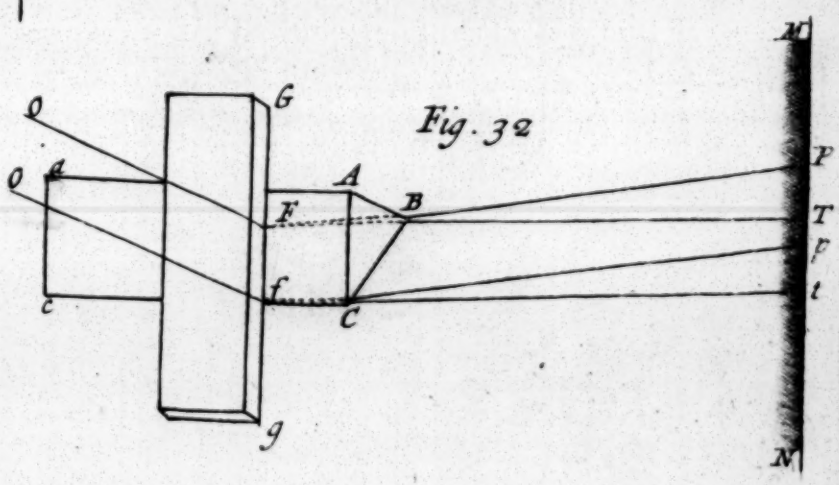


Fig. 32

foramine F *f* unum duoſve digitos lato pertuſum, per quod lux in priſma trajiciatur; ubi, cum refracta fuerit, projicitur in papyrum vel quodvis album corpus M N, quaſi ſemiſſe pedis a priſmate poſtpoſitum, & videbis illuminatum ſpatium P Y T Z rotundum ad modum foraminis F *f*, album in ejus medietate, & duobus ſemilunis colorum terminatum, purpureo & cæruleo ad P, flavo autem & rubeo ad T, qui colores paulatim deficiunt verſus Y & Z, ubi nulli omnino conſpiciuntur. Præterea, ſi papyrum ad majorem diſtantiam paulatim diſtuleris, velut ad *m n*; videbis colores diſtendi & augeri, & intermediam albedinem uſque comminui, dum prorſus evaneſcat, totumque ſpatium coloribus rubeo, flavo, cæruleo & purpureo tinctum appareat; & papyrum longius differendo, viriditas e medio emerget, & creſcet tum amplitudine ſpatii, tum perfectione ſpeciei, totumque ſpatium coloratum diſtrahetur in oblongam formam. Quorum omnium rationes ex ſupradictis depromantur.

ADHÆC, ſi lux obſtaculo ad quamvis diſtantiam poſt priſma collocato terminetur, conſimilis erit colorum generatio. Sit v. g. obſtaculum G *g* (fig. 34.) perforatum in F, & ad diſtantiam pedis unius aut amplius poſt priſma A B C collocatum. Priſma autem ſatis amplum adhibeatur, (quale ex laminis vitreis, ut ſupra, poſſis efficere) ne lux omnis prius abeat in colores, quam attingat foramen F, &

lux illa, poſtquam tranſiit per F, non ſecus convertetur in colores apud P, Q, R, S, T, quam contigit in præcedentibus. Scilicet inſpicienti ſchema patebit, quomodo radii diverſorum generum inæqualiter refracti convergant a diverſis partibus priſmatis ad illud F, ubi (ut & hinc inde verſus G & *g*) componunt albedinem; ſed inibi decuſſantes divergunt poſtea, diverſique colores in diverſa ſpatia P, Q, R, S, T tendunt. Et hinc, cum radii repagulo quolibet H ex utrâvis parte priſmatis intercipiuntur, e coloribus P, Q, R, S, T aliqui tollentur. Si radios nempe vertici C vicinos intercipias, tolles purpureum P; vel tolles rubeum T, ſi intercipias eos baſi A B vicinos. Et ſic de aliis; ita ut quoſlibet pro arbitrio poſſis tollere, vel efficere, ut quilibet ſolus appareat.

DENIQUE, ſi lux ex unicâ tantum parte pone priſma limitetur, vel ſi duo ſtatuantur limites, iique vel ad eaſdem vel ad oppoſitas partes priſmatis, vel quocunque alio modo lux terminetur; modus, quo colores exinde generantur, ex antedictis facile patebit, ut jacturam temporis fecero de hac re plura verba facturus. Quinetiam, ſi duo vel plura priſmata quocunque modo inter ſe diſponantur, peritus optices facile explorabit cauſam.

CÆTERUM de modo tollendi quoſlibet colores in fig. 34. per interpoſitionem obſtaculi H hic obiter notan-

notandum venit, quantum iſta circumſtantia adverſatur hypotheſibus philoſophorum, quæ de coloribus huc uſque fuerunt excogitatæ. Ex illis enim poſitis refracta lux ad eas ſemper partes cum cæruleo & violaceo terminanda eſt, verſus quas fit refractio; quandoquidem gyrationes globulorum ex opinione Carteſii, vel partes anteriores pulſuum ætheris oblique vibrantis, ex hypotheſi Mri. Hookii, per viciniam quieſcentis medii ad eas ſemper partes impediuntur & hebeſcunt. Et tamen hic videre eſt, quod admoto obſtaculo H, ut radios vertici priſmatis vicinos intercidat, poſſis violaceum & cæruleum tollere, & efficere, ut viridis vel flavus aut etiam ruber, ad eas partes maneat extimus, verſus quas refractio peragitur. Nec hypotheſis eorum tutior eſt, qui ſupponunt colores ex lucis & umbræ miſturâ generari; nam eadem videtur eſſe in eorum confinio miſtura, ſive aliqui ex radiis ante refractionem limite H intercidantur, ſive omnes per priſma libere tranſeant.

Hujusmodi etiam hypotheſes ex aliis experimentis paſſim occurrentibus everti poſſent, modo id conſtituto meo neceſſarium ducerem. Quemadmodum ex illis ubi lucem partim reflecti poſſe & partim tranſmitti docebam; nam lux tranſmiſſa dabat flavum rubeumque, idque in meditullio ejus, ubi a nullo quieſcente medio vel tenebris terminabatur. Sic etiam maxime valet, quod oſtendi colorem lucis

ex uniformibus radiis conſtantis non poſſe per quaſlibet refractiones mutari. Cæterum non opus eſt, ut hypotheſes refutem, quæ ex inventâ tandem veritate ſuâ ſponte corruent.

PHÆNOMENIS jam ante explicatis affinia ſunt ſequentia, quæ circa compoſitionem albedinis verſantur. Priſmata duo A B C & *a b c*, (fig. 35.) quorum anguli verticales A C B & *a c b* æquentur, ita parallelis axibus diſpone, ut alterius linea verticalis C cum *b* extremitate baſis alterius conveniat, planis B C & *b c* in directum jacentibus. Quo facto, ſi ſol tranſluceat ea in papyrum M N, octo vel duodecim digitos poſtpoſitam, colores quidem generabuntur ad M & N per exteriores priſmatum terminos B & *c*, non autem per interiores C & *b*; ſed medium ſpatium P T totum apparebit album. Sin alterutrum priſma tollas, alterius extremitas C vel *b* generabit colores ad P T, ac dein, ſi reſtituas, albedo etiam reſtituetur. Scilicet albedo iſta componitur ex coloribus ab extremitate C & *b* priſmatis utriuſque prolapſis; id quod facile conſtet ex præfatis. Nam radii purpuriformes ab utroque priſmate refracti limitantur in eodem puncto P; ita ut ab uno priſmate manantes incidant in P M, ab altero in P N, & ab utroque ſimul in totum M N, non ſecus quam ſi omnes ab unico priſmate veniſſent. Eodem modo cæruliformes extenduntur per totum ſpatium M N, & eorum terminus communis eſt Q, prout manant

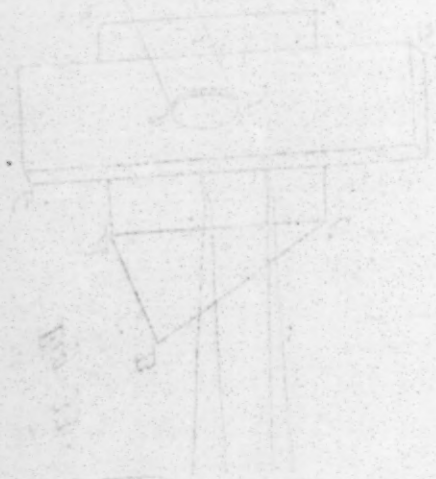
manant a diverſis priſmatibus; & ſic de cæteris. Quare omnigeni radii commiſcentur in unâquaque parte ſpatii P T, & albedinem ideo component; ſin alterutrum priſma tollas, puta A B C, vel lucem ei potius occludas, tum radiis rubriformibus ab M T, flaviformibus ab M S, viridiformibus ab M R, cæruliformibus ab M Q & purpuriformibus ab M P ſublatis, manebunt rubriformes in N T, flaviformes in N S, viridiformes in N R, cæruliformes in N Q & purpuriformes in N P: Adeoque purpureus apparebit in P & cæruleus in R, ut oſtendimus ante. Et ſimili ratione, ſi lux occludatur alteri priſmati *a b c*, ne permeet, rubor apparebit in T & flavedo in R.

In iſtis autem experiendis requiritur, ut anguli A C B & *a c b* ſint æquales; id quod tentabis, ſi priſmata ſecundum longitudinem eorum ita connectas, ut duo ex planis dictos angulos comprehendentibus, puta B C & *b c* (fig. 36) fiant contigua, & reliqua duo A C & *a c* ſibi oppoſita. Quo facto, ſi radii ſolis ingreſſi foramen F pergunt ad eundem locum S, cum trajiciuntur per dicta priſmata perpendiculariter ad eorum latera A C & *a c*, atque cum libere progrediuntur nullo interjecto obſtaculo, tum plana A C & *a c* ſunt parallela, & anguli A C B & *a c b* æquales; ſin iſtud non eveniat, ſunt inæquales. Quo caſu notetur præterea, quod inclinando plana B C & *b c* (fig. 35.) vel ab invicem reclinando, poſſis albedi-

albedinem in P T haud ſecus componere, ac ſi dicti anguli fuiſſent æquales, & plana B C & *b c* in directum jacentia.

QUINETIAM poſſis hoc idem cum unico tantum priſmate perficere, dummodo ſatis magnum ſit; puta cujus refringentia latera A C & B C (fig. 37.) ſint ſex vel octo digitos lata. Etenim ſint F G & *f g* duo corpora opaca, plana, rectangula & ad priſmatis planum A C *c a* ſecundum planitiem ejus ſic applicata, ut eorum angularia puncta G & *g* juxta plani iſtius centrum ſe mutuo contingant, & latera concurrentia (quorum F G & *f g* ſint ad axem priſmatis parallela) ex adverſo jaceant in directum. Quo facto, ſi lux refracta projiciatur in papyrum M N X pedes quaſi duos diſtantem, obſtaculum F G projiciet umbram in M H, purpuram efficiet in P H I Q, ac cæruleum colorem in Q I L T, & permittet lucem in L N. Dico jam, ſi ſpeculo aliquo $\mu\nu$ X colores ex alterutrâ parte lineæ H L, velut H L P T, ita reflectantur, ut incidant in papyrum ad eundem locum cum coloribus H L P T, ex alterâ parte color omnis evaneſcet, totumque H L P T apparebit album. Nam purpuriformes radii a priſmate ad P H I Q directe tendunt, & cætera quatuor radiorum genera ad eundem locum reflectuntur a ſpeculo, incidentes puta in H I $\pi\chi$. Item purpuriformes & cæruliformes directe tendunt ad Q I X R, & cætera tria genera illuc reflectuntur ab I X $\varrho\chi$;

& ſic



& ſic de reliquis: Adeo ut omnes omnium generum radii paſſim per ſpatium P H L T miſceantur, ibidemque componant albedinem. Sed notandum eſt, quod, cum lux refractione ſemper debilitatur, radiis quamplurimis inter reflectendum amiſſis, exinde forſan eveniat, quod lux directa nonnihil prævalebit reflexæ, & color ejus dominabitur, niſi compenſatio fiet, ita papyrum inclinando, ut directa lux paulo obliquius in eam incidat quam reflexa, de quâ re facile judicium feras ex perfectione albedinis emergentis.

Antequam ad aliud experimentorum genus tranſeo, neceſſarium erit, ut formam imaginis coloratæ, quam lux per arctum orbiculare foramen in tenebroſum cubiculum influens, & per priſma deinde tranſmiſſa effingit, paulo magis articulatim inſpiciamus, & ſingulorum ejus colorum dimenſiones ac diſtantias ab invicem, nec non refrangibilitatis gradus ſingulis radiorum generibus competentes ſedulo rimemur.

Ostendebatur ſub initio, quod, ubi priſma (cujus angulus verticalis erat quaſi 63 grad.) imaginem ad diſtantiam 22 pedum projiciebat, longitudo ejus erat $13\frac{1}{4}$ dig. & latitudo $2\frac{5}{8}$ dig. Adeoque centra extimorum circulorum, ex quibus in longum diſpoſitis imago illa conſtitit, diſtabant $20\frac{5}{8}$ dig.

& ſic de reliquis: Adeo ut omnes omnium generum radii paſſim per ſpatium P H L T miſceantur, ibidemque componant albedinem. Sed notandum eſt, quod, cum lux refractione ſemper debilitatur, radiis quamplurimis inter reflectendum amiſſis, exinde forſan eveniat, quod lux directa nonnihil prævalebit reflexæ, & color ejus dominabitur, niſi compenſatio fiet, ita papyrum inclinando, ut directa lux paulo obliquius in eam incidat quam reflexa, de quâ re facile judicium feras ex perfectione albedinis emergentis.

Antequam ad aliud experimentorum genus tranſeo, neceſſarium erit, ut formam imaginis coloratæ, quam lux per arctum orbiculare foramen in tenebroſum cubiculum influens, & per priſma deinde tranſmiſſa effingit, paulo magis articulatim inſpiciamus, & ſingulorum ejus colorum dimenſiones ac diſtantias ab invicem, nec non refrangibilitatis gradus ſingulis radiorum generibus competentes ſedulo rimemur.

Ostendebatur ſub initio, quod, ubi priſma (cujus angulus verticalis erat quaſi 63 grad.) imaginem ad diſtantiam 22 pedum projiciebat, longitudo ejus erat $13\frac{1}{4}$ dig. & latitudo $2\frac{5}{8}$ dig. Adeoque centra extimorum circulorum, ex quibus in longum diſpoſitis imago illa conſtitit, diſtabant $20\frac{5}{8}$ dig.

dig. Jam ad hanc diſtantiam ſive diſtractam longitudinem imaginis cæteras ejus dimenſiones referre convenit, propterea quod ad abſolutam ejus longitudinem (quæ a magnitudine componentium circulorum dependet) non habent certam relationem. Quo autem dimenſiones ejus majori ἀκριβείᾳ inveſtigarem, loca ubi colores in ſuo genere perfectiſſimi, eorumque confinia in tranſverſam papyrum incidebant, calamo ſcriptorio notabam, & obſervationibus hujuſmodi ſæpius repetitis & inter ſe collatis, has tandem concluſiones ſigillatim perdidici.

1. CÆRULEUS & violaceus ex unâ parte, & viridis & cærulei confinium (quod thalaſſinum appellare poſſim) meditulium ejus occuparet.

2. LOCUS ubi porracea ſive floridiſſima viriditas apparuit, diviſit imaginis diſtractam longitudinem in ratione 3 ad 5; utpote longitudine illâ in 8 partes diviſâ, viriditas illa tribus partibus a rubeo termino diſtabat, & quinque partibus a purpureo.

3. SPATIUM, per quod viriditas omnis aduſque cærulei & flavi confinium diſtendebatur, fuit quaſi ſexta pars totius diſtractæ longitudinis.

4. CÆRULEI & purpurei confinium, ſive indicus perfectiſſimus, a confinio rubei flavique, ſive a perfectiſſimo

fectiſſimo citrino, quaſi $\frac{7}{12}$ partibus totius diſtractæ longitudinis diſtabat.

5. Denique hæc indici & citrini diſtantia per confinium viridis & cærulei in ratione 2 ad 3 dividebatur; ita ſcilicet ut confinium iſtud ſive meditullium imaginis ab indico $\frac{14}{60}$ partibus totius diſtractæ longitudinis diſtaret, & $\frac{21}{60}$ partibus a citrino.

Cum iſthæc quantâ potui diligentiâ obſervaſſem, non proprio tantum ſenſu confiſus, ſed (propter ſummam difficultatem præciſe diſtinguendi confinia colorum, & loca maximæ perfectionis) aliorum judiciis fretus; imaginis dimenſiones juxta hæc inventa deliniavi, quemadmodum videre eſt in fig. 38. Scilicet centris X & Y $10\frac{1}{4}$ unciis diſtantibus, & ſemidiametris $1\frac{5}{16}$ unciis, ſemicirculos duos A P C & B T D e regione deſcripſi & rectis A B & C D tangentibus connexui.

Deinde lineâ X Y (quam ſupra demonſtravi diſtractam longitudinem imaginis) in 60 partes æquales diviſâ, ſumſi L Y = 9, I Y = 20, H Y = 30, & F Y = 44 partes ejuſmodi. Et perpendiculis ad iſta puncta erectis, imaginem in quinque partes coloribus quinque inſignioribus competentes diſtinxi; parte P F referente expanſionem violacei, & F H expanſionem cærulei, & ſic deinceps. Quo facto coloratam

lucem in hanc figuram projeci, ut conſtaret denuo, an color quilibet intra limites ſic aſſignatos contineretur, & cum tota imago totam occupabat figuram, ſinguli etiam colores cum ſingulis partibus quam optime conveniebant. Interea vero in ſpatiis iſtis loca obſervabam (qualia in hoc ſchemate punctim notantur) ubi ſinguli colores ſaturi & in ſuo genere illuſtriſſimi apparuêre.

JAM horum locorum & limitum, colores diſterminantium, intervalla non alia fore manifeſtum eſt, etiamſi circulos ex quibus imago conflatur, per methodos ſæpius recenſitas, centris non mutatis, quantumvis minueres. Eâ ſcilicet de cauſâ, ut heterogenei plus ſegregarentur & colores evaderent ſimpliciores. Quippe, cum in ipſiſſimis rectilineis terminis A B & C D colores ſint abſolute ſimplices, & colores in mediâ imagine prope lineam X Y cum iſtis quibus interjacent marginalibus congeneri appareant, ratio etiam ſuadet, quod heterogeneorum miſtura non ſenſibiliter mutet locum alicujus coloris; ſiquidem hinc & inde venientes ſe mutuo contemperant. Sic radii viridiformes & purpuriformes per cæruleum ſparſi æquipollent, & ideo non dimovent aut conturbant colorem illum, ut ſoli (quamvis nulli purpuriformes intermiſcerentur) ibidem componerent & exhiberent. Sed hic excipienda ſunt ſpatia circulis terminalibus A C & B D comprehenſa, ubi contemperamentum illud ex parte exteriori

riori gradatim deficit, & ideo ſaturi ruboris, qui ſolus e præfinitis in circulum terminalem ſe extendit, poſitionem in imagine e parte marginali, ubi tranſibit circulum, expedivi, ut indicat fig 39. In his autem ſi quid hæſites, poſſis experimenta de novo inſtituere, contrahendo imaginis latitudinem, ut circuli, cæteris paribus, minores evadant, & nullus dubito, quin omnia quadraverint.

Cæterum, quamvis colorum confinia in lineas ad F, H, I & L erectas incidebant, tamen loca, ubi ſaturi & intenſi apparuêre, non omnia conſtitere in medio interjecti ſpatii; nam cæruleus, qui in ſuâ ſpecie illuſtriſſimus erat & nullatenus purpuraſcens, propius ad F cadebat quam ad X; planiſſima flavedo videbatur eſſe aliquantulum propior ad H quam ad I. Atque ita rubedo & purpura propius ad centra X & Y quam ad alteros limites intenſæ apparuerunt, ſolaque viriditas in medio limitum F & H effloruit. Unde conſtat ratio, quod, etſi flavus & cæruleus commixtione viridem componunt, rubeus tamen & viridis propter majus intervallum non bene componunt flavum, nec viridis & purpureus cæruleum. Cum igitur colores juxta medium conſtipatiores ſunt, ita ut inter flavum & rubeum, juxta & inter cæruleum & purpureum, quaſi triente majus interſit intervallum quam inter viridem & flavum, vel cæruleum ſibi hinc & inde conterminum; quo imago elegantius in partes inter ſe proportio-

nales diſtinguatur, in numerum quinque inſignio-rum colorum duos alios, citreum ſcilicet inter rube-um & flavum, ac indicum inter cæruleum ac viola-ceum, aſciſcere convenit; idque potiſſime quod poſt quinque inſigniores illi duo eminere videntur, ſpa-tiaque ubi interſerantur pro ſpeciei perfectione ſatis ampla obtinent; & ſic exteriorum colorum redun-dans expanſio præſcindetur, omneſque ad quantita-tem viriditatis politiori ſymmetriâ proportionati evadent.

His itaque intertextis coloribus, obſervationes denuo inſtituebam, & (ut breviter dicam) omnia comparuêre juxta ac ſi partes imaginis, quas colores occupant, proportionales eſſent chordæ ſic diviſæ, ut ſingulos gradus in octavâ reſonare faciat. Quod cum tandem deprehendi, figuram imaginis in partes perinde diviſi, ut videre eſt in ſchem. 39. Atque iterum tentavi, quam bene cum his partibus colores convenirent. Scilicet imaginis diſtractâ longitu-dine X Y productâ ad Z, ut Y Z ſit æqualis X Y, fin-ge X Z chordam eſſe quam in X Y ita dividere oportet, quaſi ſingula ſegmenta ad uſque Z protenſa ſingulos octavæ gradus (ſol, la, fa, ut, re, mi, fa, ſol) edere deberunt. Id quod fiet bis ſecando X Y in H, & triſecando in G & I, rurſuſque triſecando X I in E, & capiendo K Y quintam & M Y octa-vam partem totius X Y. Et ſemitonia E G & K M indicum & citreum referent, cæterique quinque toni

toni X E, F G, G H, H I, I K cæteros quinque præcellentes colores, quorum ſinguli, cum tota colorum congeries in totam figuram adæquate incidit, intra has ſingulas reſpective partes comprehenſi fuerint. Inque meditulliis harum partium circiter, color quilibet in propriâ ſpecie illuſtriſſimus & intenſiſſimus apparuit; etiam purpura & rubedo, quamvis ultra verſus P ac T marceſcente luce exundarunt.

Cæterum hæc non adeo præciſe obſervare potui, quin & fateri cogar ea poſſe paulò aliter fortaſſe conſtitui. Quemadmodum, ſi inter X Z & Y Z ſumantur undecim mediæ proportionales, quarum E Z ſecunda ſit, F Z tertia, G Z quinta, H Z ſeptima, I Z nona, & K Z decima; hæc etiam imaginis diſtributio cum colorum expanſionibus ſat bene convenire videbitur. Nam differentiæ adeo minutæ, quales inter hanc & ſuperiorem diſtributionem intercedunt, acutiſſimo ſenſu judice, vix comparaturos errores efficere poſſunt.

Quantum vero diſtributiones iſtæ differunt, ex adjunctis numeris patebit, quorum ſuperiores ad chordam 720 partium ratione muſicâ diviſam reſpiciunt, & inferiores ad eandem chordam quam proxime diviſam ratione geometricâ.

360. 320. 300. 270. 240. 216. 302½. 180. Chorda muſice diviſa.

360. 321. 303. 270. 240. 214. 202. 180. Chorda geometrice diviſa. Superiorem vero diſtributionem potius adhibui, non tantum quod cum phænomenis optime convenit, ſed quod fortaſſe aliquid circa colorum harmonias (qualium pictores non penitus ignari ſunt, ſed ipſe nondum ſatis perſpectas habeo) ſonorum concordantiis fortaſſe analogas, involvat. Quemadmodum veriſimilius videbitur animadvertenti affinitatem, quæ eſt inter extimam purpuram ac rubedinem, colorum extremitates, qualis inter octavæ terminos (qui pro uniſonis quodammodo haberi poſſunt) reperitur.

Ex his demum proportiones ſinuum refractionis cuique radiorum generi competentium (ratione mechanicâ) determinantur; utpote ad vitrum aeri contiguum, cum ſinus radiorum hinc & inde extimorum ſint ut 68 ad 69, divide intermediam unitatem in ratione partium hujus imaginis, & orientur 68, 68⅛, 68⅕, 68⅓, 68½, 68⅔, 68⅞, 69, pro ſinubus ad confinia terminoſque ſingulorum ſeptem colorum pertinentibus, reſpectu communis ſinus incidentiæ 44¼, cum refractio fit è vitro. Cum vero fit in vitrum, pro ſinubus iſtis adhibe numeros 68, 68⅛, 68⅕, 68⅓, 68½, 68⅔, 68⅘, 68⅞, 69, exiſtente communi

muni ſinu incidentiæ 106. Et pro ſinubus ad radios, ubi colores ſunt in propriis ſpeciebus perfectiſſimi, pertinentibus, numeri inter hos numeros intermedii adhiberi poſſunt.

Sic ad aquam aeri conterminam, ubi extremi ſinus refractionis ſunt 90 & 91, ſinus intermedios per conſimilem unitatis intermediæ diſſectionem (ſtatuendo ſcilicet eſſe 90, $90\frac{1}{8}$, $90\frac{1}{5}$, &c. vel 90, $90\frac{2}{5}$, $90\frac{1}{3}$, &c.) elicere poſſis. Aſt hic memento determinationes haſce non eſſe præciſe geometricas, ſed tam proxime tamen accuratas quam exigunt hujuſmodi res practicæ; & quidquam amplius moliri, præter computandi tædium, affectatam & inanem curioſitatem argueret.

Sunt & aliæ circa hos colores circumſtantiæ, quas jam determinare potuiſſem; quemadmodum variæ eorum formæ & expanſiones pro variis poſitionibus priſmatis circa axem convolventis, vel pro variâ materiâ refractivâ ex quâ priſma fabricatur, quâve circundatur, vel etiam pro variâ magnitudine ejus anguli verticalis. Sed ea omnia ex oſtenſis in parte priori (conferendo cum jam explicatis) ſat manifeſtantur; ut & effectus, quantum ſcio, omnes, quos vel unicâ tantum refractione, vel utcunque pluribus, & quâvis terminatione lucis elicere liceat.

De

De phænomenis lucis per priſma in oculum tranſmiſſæ.

POST explicata colorum a parietibus aliiſve objectis phænomena, ordo poſtulat, ut ad affines objectorum trans priſma prope oculum interpoſita conſpicuorum apparentias explicandas jam animum adjiceam. Et, cum doctrinam, quinque propoſitionibus ſupra traditam, per prioris generis experimenta ſolummodo probaverim, & hoc experimentorum genus, eo quod non ſit adeo ſimplex, conſultò reticuerim, explicationem ejus jam fuſe tradere non pigebit.

HIC ideo imprimis recordari oportet, quod objectorum mediante refractione viſorum imagines non in propriis locis, ſed aliis quibuſdam videntur, a quibus viz. refracti radii ad oculum tendunt: atque adeo, ſi ita refringantur, ut, qui fluunt ab iiſdem partibus objecti, à diverſis locis directe ad oculum tendant, objectum illud in totidem locis apparebit. Sit e. g. X (fig. 40.) objectum, O oculus, & B C lens interpoſita, quæ pluribus planis ſuperficiebus C D, D E, E F, &c. terminetur, ſicut ad objecta multiplicia reddenda fabricari ſolet. Dein ſuppone hæc plana radios in ſeſe incidentes ita refringere, ut oculum petant quaſi à loco *x* venientes, qui incidunt in planum D E, & ſic porro; & manifeſtum eſt

eſt, tum ratione tum experientiâ ſuadente, quod idem objectum X in diverſis locis *x* & *y* ad inſtar plurium videbitur.

Ad eundem modum, ſtantibus jam poſitis, niſi quod vice polygoni B C priſma A B C (fig. 41.) ſubſtituatur, cum è præmonſtratis conſtat, quod è radiis verſus oculum refractis, purpuriformes propter maximam refrangibilitatem longiſſime a lineâ rectâ oculum & objectum interjacente divaricant. Suppone, quod oculum petant quaſi venientes a P, & quod rubriformes oculum petant quaſi venientes a T, cæterique in locis intermediis pro gradu refrangibilitatis fluant; & manifeſtum eſt, quod objecti, ſi ope purpuriformium radiorum ſolummodo conſpiceretur, imago foret ad P, idque cærulei coloris; ſin radiis ſolummodi rubriformibus conſpiceretur, imago ejus ad T exiſteret, idque rubei coloris; & ad R viridis appareebit, ſi modo viridiformibus radiis conſpiceretur; & ſic præterea. Quod ſi objectum duo tantummodo radiorum genera ſimul emitteret, duplicem ſortiretur imaginem; ſic emiſſis rubriformibus & purpuriformibus radiis, imago altera ad T rubea appareret, & altera ad P purpurea. Et ſic denique, ſi omne genus radiorum ſimul emitteret, (ut ſolent corpora naturalia) tunc innumeras colorum gradatim differentium obtinet imagines per totum ſpatium P T ordine continuo diſpoſitas, quæ, cum in locis non penitus diſcretis formarentur,

ſe mutuo obliterarent, efficerentque, ut nil niſi confuſa colorum ſeries appareret.

Hoc pacto quidem colores omnigenos generari oportet, cum objecti lucidi nigredine, vel tenebris terminati, perexigua eſt apparens magnitudo, qualis eſt ſolis vel lunæ aliorúmve ſyderum, aut foraminis in feneſtrâ lucem à nubibus in obſcurum cubiculum intromittentis. Quod ſi expanſius objectum intueamur, quale ad X deſignatur, terminum ejus G H vertici priſmatis propiorem imprimis animadvertamus; & manifeſtum eſt, quod imaginum ejus, ex variis radiorum generibus formatarum, purpureâ longiſſime omnium veluti ad P divaricante, color ille apparebit extimus. Imago autem viridis, aduſque R tranſlata cum parte aliquâ purpureæ imaginis, ut & intermediæ cæruleæ, ibidem coincidet & confundetur, à quâ miſturâ cæruleum colorem generari oportet. Et rubea in T terminata cum partibus cæterarum omnium imaginum eouſque extenſis coincidet, & colorem objecti ibi reſtituet, album puta, ſi modo objectum ſit albi coloris.

Et quemadmodum juxta limitem G H objectum purpureo & cæruleo fimbriatum apparebit; ſic in oppoſito limite I K per conſimile ratiocinium patebit alteros colores rubeum flavumque produci.

Nec ſecus, cum ejuſdem objecti partes aliquæ ſunt aliis utcunque lucidiores, colores varii generari debent.

Et quantitas anguli P O T, ſub quo colores apparent, erit maxima, cum priſma ſtatuitur oculo viciniſſimum, eoque minor evadet continuo, quo priſma propius ad abjectum collocatur. Quemadmodum, ſi priſmatis ex vitro confecti angulus verticalis ſit 60 gr. colores ſub angulo 2°. 2′ circiter apparebunt, cum proxime oculum diſponitur, & 1°. 1′ cum intermediâ inter oculum & objectum diſtantiâ ſtatuitur, & quaſi 30½ min. cum triplo plus diſtat ab oculo quam ab objecto, & ſic præterea. Hic autem ſuppono radios ad utramque ſuperficiem ejus æqualiter refringi. Nam, cum poſitionem ad radios ex alterutrâ parte obliquiorem convertendo circa axem acquirit, ille angulus augebitur. Suppono etiam objectum ſatis lucidum eſſe ac tenebris denſiſſimis terminatum, ut colores aduſque ſummas extremitates videri poſſunt. Nam ſecus per latitudinem jam aſſignatâ minorem diſtendi videbuntur, ut ut de quantitate aliiſque colorum circumſtantiis in quibuſlibet objectis ſub dio conſpectis apparentium, idque pro refractionibus utcunque factis ex his facile eſt conjicere.

CÆTERUM in allatæ doctrinæ illuſtrationem phænomena aliquot inſigniora & minus obvia ex abundanti jam breviter deſcribere eſt animus.

ET imprimis, accepto filo aliquo P T (fig. 42.) ejus alterum dimidium P R cæruleo colore tinxi, atque alterum R T colore rubeo. Dein priſmate adhibito hoc filum intuebar, cujus à tergo, niſi locus erat tenebroſus, corpus aliquod nigerrimum ſtatuebam, vidique præfata dimidia non in directum jacentia, ſed in duas lineas diſcreta, quas in *p r* & *s t* habes deſignatas. Scilicet cærulei dimidii, propter majorem eorum radiorum refractionem, imago paulo longius tranſlata fuit. At linea tamen ſubobſcura ipſius P T refracta apparuit, cujus partes in directum jacere & a quâ colores aliquantulum portare viſi ſunt, id quod ex imperfectione in utriſque fili coloribus latente contigit. Nam quanto illuſtriores erant & ſimpliciores, ea linea tanto obſcurior evaſit, & colores *p r* & *s t* clariores & magis interrupti.

CÆTERUM cum lux, quam filum tenue reflectit, perexigua ſit, præſtat adhibere corpus aliquod expanſius, quale per P N (fig. 43.) deſignatur, quod v. g. concipe papyrum eſſe ex parte P R L K cæruleum & ex alterâ parte rubeum. Tum priſmate juxta oculum interpoſito, nigroque corpore aut loco tenebroſo pone hoc objectum ſito, videbis imagi-

imaginem cæruleæ partis paulo longius tranſlatam eſſe, terminis *p t* & *x n* in confinio colorum *r s* & *l m* ut ante diffractis. Sed hìc ſumme cavendum eſt, ut papyrus cum craſſis & intenſis coloribus illinetur.

HUIC affine eſt experimentum, cum ſtatui duo priſmata ad foramina duo, quibus lucis patuit aditus in tenebroſum cubiculum, ac in eo ſitu diſpoſui, ut unius purpura & rubor alterius in eundem locum coirent. In quo loco fixi papyri ſegmentum circulare, & non latius dimidio vel triente latitudinis coloratarum imaginum, eo propter ut duobus illis ſolummodo coloribus illuminaretur. Tum cæteris utrinque coloribus objecto nigro terminatis, vel (quod ſatius erat) longius projectis, ut præfata papyrus nigredine vel tenebris circumcincta appareret, tertium priſma ad oculum applicavi, & ad diſtantias abinde pro arbitratu varias me ſubmovens, unicæ illius ſubpallidæ papyri geminam vidi imaginem purpuream & rubeam. Et imago purpurea longius a papyro tranſlata erat quam rubea, prout major eorum radiorum refrangibilitas exigit. Rem ſchemate 44 deſignatam habes, ubi papyri *p* T imagines ſunt X & Y.

AD eundem modum ſi duo pulverum genera, quorum alterum perfecte rubrum eſt, & alterum purpureum vel indicum, ſine miſturâ cyanei, viridis,

dis, aut flavi parari poſſent, objectum aliquod perexiguum cum miſturâ pulverum iſtorum craſſe illitum, geminam imaginem exhiberet: ſpectaculum forte cauſas ignorantibus mirandum. Sed vereor, ut pulveres coloribus adeo ſimplicibus præditi parari poſſint.

HIS præterea non multum diſſimile eſt, cum colores duorum priſmatum ita in parietem trajiciuntur, ut (unius rubore contingente purpureum alterius) in directum jaceant, quemadmodum videre eſt P T, & mediante priſmate parallelῶs interpoſito intuentur. Nam imagines non amplius in directum jacebunt, ſed ab invicem apparebunt diſtincta, ſicut ad *m n* & *μ ν* deſignantur, fig. 45.

ATQUE ita, ſi duo priſmata A ac B (fig. 46.) ſic ſtatuantur, ut eorum colores adæquate incidant in ordine tamen contrario, purpurâ alterius cadente ad *p*, & rubore ad P; alterius autem B purpurâ cadente ad P & rubore ad *p*; & per tertium priſma E F imagini P *p* parallelum perſpexeris; unicæ P *p* duas decuſſantes imagines intueberis, alteram M N e coloribus priſmatis B productam, & alteram *m n* e coloribus priſmatis A. Et quo longius ab objecto P *p* te conferas, eo magis extremitates imaginum M & *n* & N & *m* diſtabunt.

HIS

12 DE 54

Tab

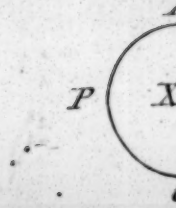
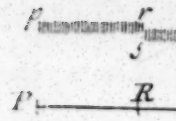


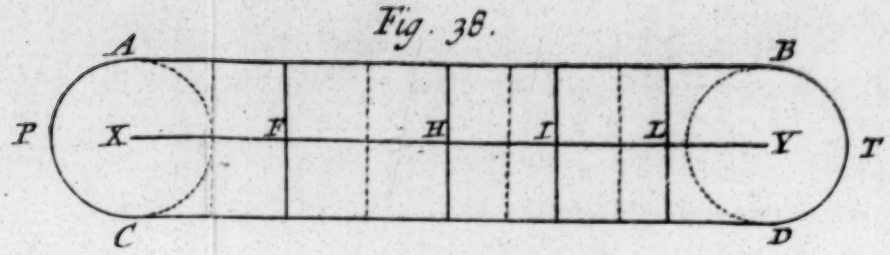


Fig. 42



Tab. VII.

Fig. 38.



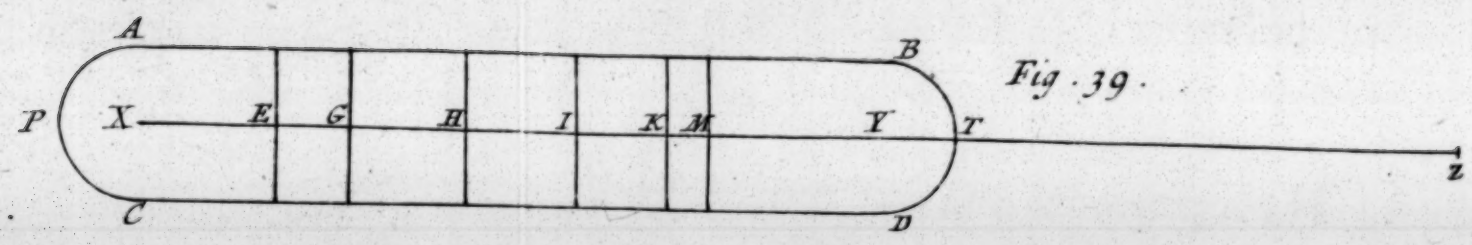


Fig. 39.

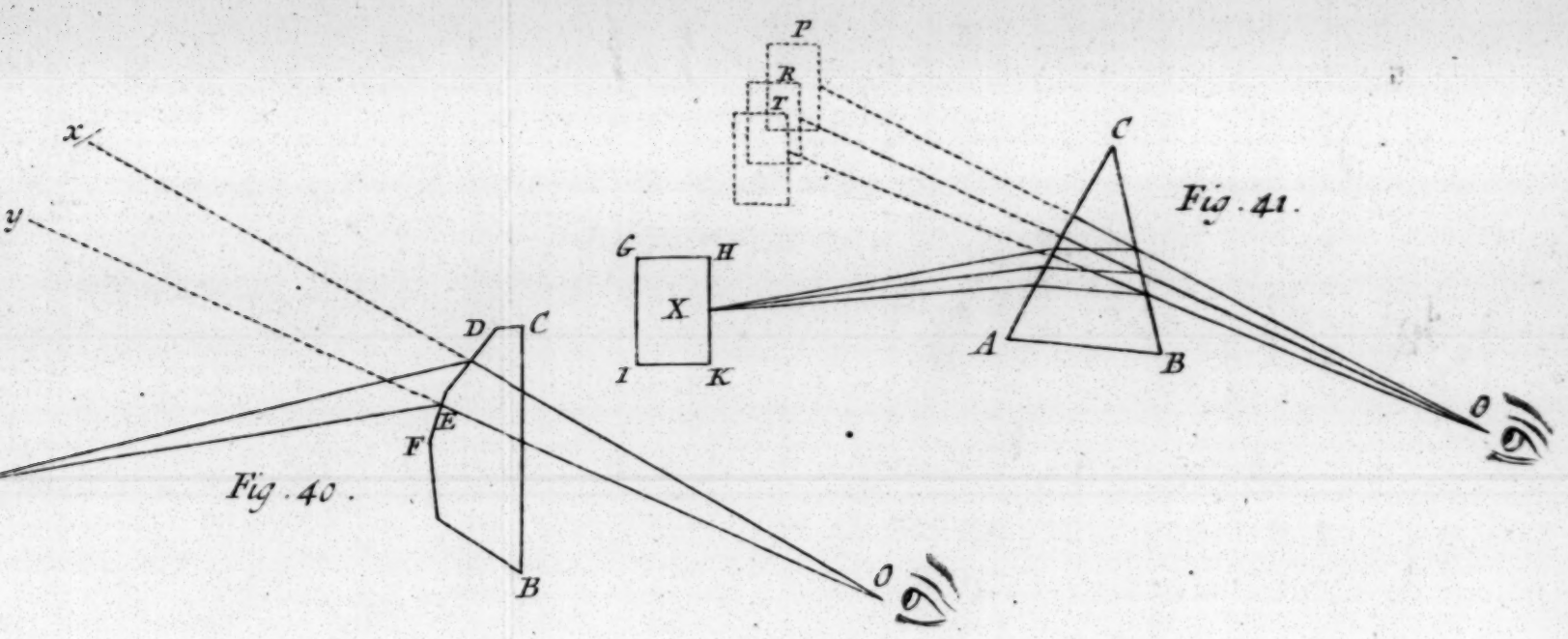


Fig. 40.

Fig. 41.

Fig. 42.

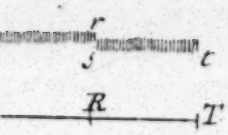
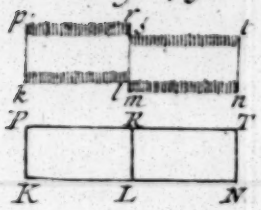


Fig. 43.



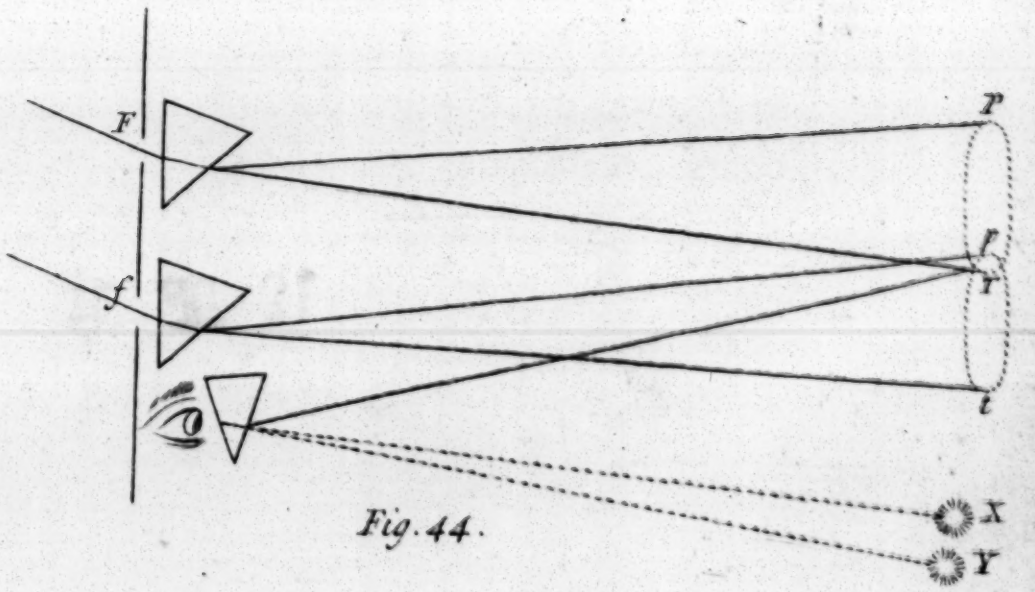


Fig. 44.

His etiam contraria ſunt experimenta, quod objecta duo ſive ſunt circelli cartacei X & Y (fig. 44.) diverſis coloribus illuſtrati, ſive diverſorum priſmatum paralleli vel decuſſantes colores, ut M N & *m n*, (fig. 46) ita poſſunt mediante alio priſmate conſpici, ut in unum coaleſcere videantur.

Et præter jam recenſita perinſigne eſt hujuſmodi experimentum, quo objecta coloribus per interpoſitionem priſmatis denudantur, quibuſcum nudo oculo tincti apparent. Inſtantiam in ſolis imagine coloratâ accipe, quæ in parietem a priſmate A B C (fig. 47.) projecta, cum cernitur mediante alio parallelo priſmate *a b c* manibus prehenſo, cujus vertex ad plagas verſus rubeum colorem convertitur, ſi ſpectator ſe longius ab imagine gradatim amoveat, percipiet colores paulatim contrahi, & ad invicem eouſque accedere, donec tandem uniti reficiant imaginem albam & circularem. Id quod accidet, cum ſpectatoris eadem eſt a coloribus diſtantia ac priſmatis A B C, ſi modo priſmatum anguli verticales æquentur. Et ratio ex eo manifeſta eſt, quod oblongam illam imaginem ex circulis ſive circularibus imaginibus infinite multis, & in longum continue diſpoſitis efformatam eſſe docuerim; quare quæ ſunt ad purpuream extremitatem longius per refractionem ſecundi priſmatis transferuntur, ut cæteras aſſequi poſſint, & ſic omnes coincidere.

AD hunc modum cum objecta quælibet ut Q R foras posita confusas & coloratas eorum imagines ut X ſ ad parietem per prisma transmittunt, si mediante alio prismate inspicias, possis imagines hasce coloribus denudare & efficere præterea, ut distinctiores appareant, quemadmodum ad *q r* (fig. 47.) videre est. Quoniam vero ad sufficientem copiam lucis requiritur, ut foramen F sit amplum; per ejus autem amplitudinem transmissæ imagines evadunt confusæ, lens aliqua convexa ut M N prope foramen istud statuenda est, quæ radios a singulis punctis objecti foras positi venientes congreget in totidem aliis punctis ad parietem, & insuper prismata debent esse admodum transparentia, perpolita, & superficiebus accurate planis terminata, inque situ quam poteris exacte parallelo dispositа. Tanta quidem diligentia non requiritur, ut imagines *q r s* sine coloribus appareant; sed ut inter tot ac tantas refractiones distinctæ appareant, præter accuratam fabricam vitrorum, requiritur experientis ingenium, quo omnia recte disponantur.

HIC in cumulum præterea adjici potest, quod objecta, quo simpliciori luce illuminantur, eo distinctiora per prisma apparent; quippe cum eorum per prismata sub dio visorum confusio ex inæquali refrangibilitate illuminantium radiorum oriatur. Et hinc est, quod solaris imaginis sæpius commemoratæ

ratæ termini rectilinei (in quibus nullam esse heterogeneorum radiorum commisturam indicavi) præ cæteris omnibus objectis distincti mediante prismate appareant. Et sic muscæ & similia animalia, cum in rubeâ vel aliâ quâvis luce simplici, prismatibus elicitâ, statuantur, transvidentur solito distinctiores. Quinetiam oculus Engyscopio armatus, omnia, hâc luce simplici illustrata, distinctiora cernit. Id quod insignem in contemplatione insectorum vel aliarum rerum naturalium texturæ præ se usum ferre potest.

In tertiâ propositione supra de phænomenis quibusdam disserui, ubi è radiis ad refringentem superficiem æqualiter inclinatis aliqua genera pervasêre, dum alia penitus reflectebantur; & illis affinia quædam jam attingere opportunum duco. Esto S spectatoris oculus, quo lucem a nubibus sub dio ingressam planum F G (fig. 48.) reflexam a plano H I & plano F H regressam excipit; & cum prisma commode statuitur ita, ut radiorum è medietate basis H I versus oculum reflexorum angulus reflexionis sit quasi 50 gr. pars proximior basis remotiori aliquantum obscurior videbitur, & in utriusque partis confinia fimbria quasi D E sub-cærulei coloris apparebit. Utpote cum radii, qui a remotiori parte ad oculum reflectuntur, obliquius incidant, quam qui eo resiliunt a parte proximiori, talis potest assignari eorum circa medium basis obliquitas, ut e proximi-

oribus propter minorem obliquitatem aliqui perrumpere & refringi poſſint, dum remotiores propter majorem obliquitatem omnes ad oculum reflectuntur. Sic ad vitrum, cujus refractionem per rationem ſinuum 42 ad 62 metiuntur in plano S A B C ad priſmatis longitudinem tranſverſo, poſito angulo C *t* S 49°. 22′, ang. C *r* S 49°. 44′, & ang. C *p* S 50°. 5′, *t* erit limes refractionis rubiformium radiorum, ultra quem nulli ſuperficiem H I penetrabunt, qui propter debitam obliquitatem incidentiæ ad oculum reflecti poſſunt; & a citeriori parte C *t* complures è radiis ſic incidentibus propter minorem obliquitatem pervadere poſſunt & refringi, qui oculum peterent, ſi modo reflecterentur. Et ſic *r* erit limes radiorum viridiformium, & *p* limes purpuriformium. Adeoque ſuperficiei I H pars citima C *p* propter complures radios omnis generis tranſmiſſos obſcurior apparebit quam pars ultima *t* B, quâ omnes, qui oculum attigere, eo reflectuntur. Et quia rubriformes a limite *t*, & viridiformes a limite *r* incipiunt ex parte pervadere, manifeſtum eſt, quod ex illis pauciores a ſpatio *p t* ad oculum reſilient, quam e purpuriformibus, qui non prius incipiunt pervadere, quam ad limitem *p*, ut & pauciores, quam e cæruliformibus, qui ad limitem inter *p* & *r* tantum pervadere incipiunt. Et proinde in illo ſpatio purpureus & cæruleus color aliquantulum dominabitur.

Deque

Deque totâ ſubcæruleâ lineâ D E conſimilis eſt diſcurſus.

HÆC autem linea non recta eſt, ſed in morem arcus incurvata, propterea quod puncta radios a baſi priſmatis ad oculum in angulo refractionis dato reſilientes reflectentia ejuſmodi curvam conſtituunt.

QUOD ad refractiones in ſuperficiebus priſmatis F G & F H factas ſpectat, nihil refert in remotiori F G quænam ſint, dummodo radii e proximiori F H perpendiculariter emergant, angulo K H G exiſtente quaſi $43\frac{1}{4}$ gr. Quod ſi angulus ille major exiſtat, colores in lineâ D E, adjuvante refractione, paulo diſtinctiores evadunt; & minus diſtincti, ſi ſit minor. Major autem oculi a priſmate diſtantia, vel (quod perinde eſt) pupillæ coarctatio colores nonnihil perficit.

AD hæc, cum duo priſmata parallelis axibus & baſibus contiguis ad invicem applicantur, & in eo ſitu colligantur, iidem omnino effectus per radios ab aere intercluſo reflexos producatur. Sed radii tranſmiſſi contrarios exhibebunt. Eſto A C D B (fig. 49.) ſectio utriuſque priſmatis ad eorum longitudines perpendiculariter tranſverſa, & C B contactus baſium, aut potius aer intercluſus. Quippe priſmata vix queant tam arcte comprimi, quin ut aer non-

nullus in morem tenuiſſimæ lamellæ maneat intercluſus. His poſitis, oculo *s* (radios a C B lamellâ aeris interjectâ reflexos intercipienti) omnia cernentur contraria, ſpatio *t* B opaco & obſcuro exiſtente, & C *p* tranſlucido, ac eorum confinio *p t* juxta *t* ruborem ſaturum juxtaque *r* citrium flavumque exhibente; qui color uſque ad *p* gradatim diluitur, ubi in album *p* C deſinit. Et hi colores longe intenſiores & illuſtriores apparent quam ſubcæruleus color ex alterâ parte ad oculum S reflexus. Quorum quidem omnium rationes e ſupra dictis patent, ſiquidem è radiis verſus oculum *s* tendentibus, qui incidunt in ſuperficiei partem *t* B, omnes propter nimiam obliquitatem alio reflectuntur, ſolique rubriformes ſuperficiem etiam a C uſque ad limitem *t*, viridiformes ad limitem *r*, & purpuriformes ad limitem *p*, tantum pervadere poſſunt.

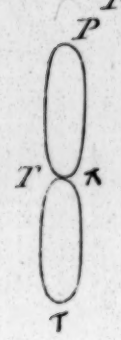
CÆTERUM hic cavendum eſt, nequa lux in ſuperficiem C B a parte D incidat, quæ vel ad *s* reflexa, vel tranſmiſſa ad oculum S colores conturbet. Et inſuper ne refractiones a ſuperficiebus A B & C D factæ ad effectus jam explicatos quicquam conducere videantur, præſtat, & ſuperficies iſtæ ſtatuantur parallelæ, quo mutuos effectus (ex opinione receptâ) deſtruere poſſint.

De



Ta

Fig





Tab. VIII.

Fig. 45



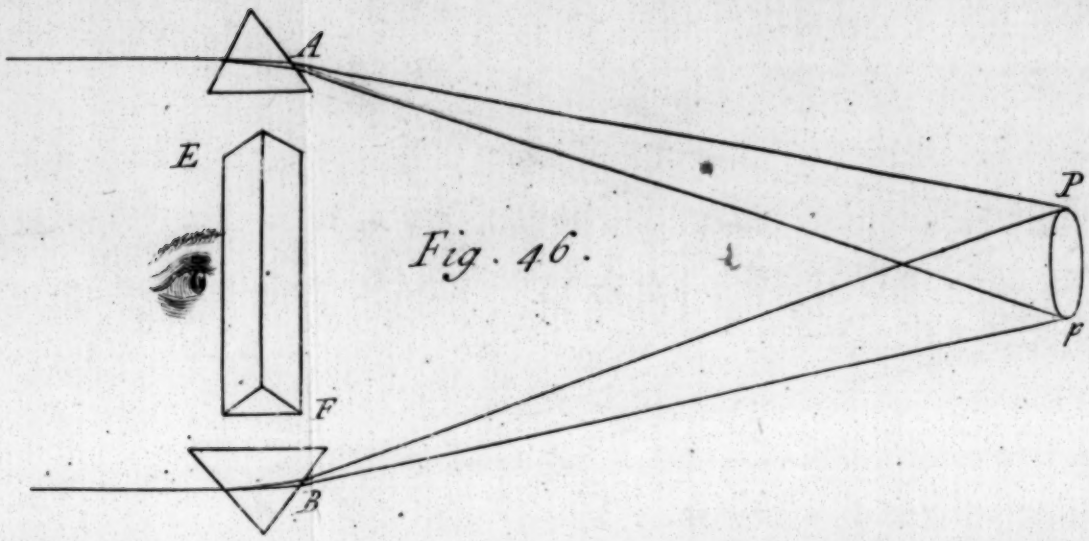
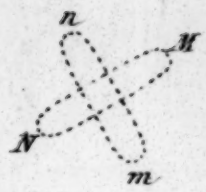


Fig. 46.



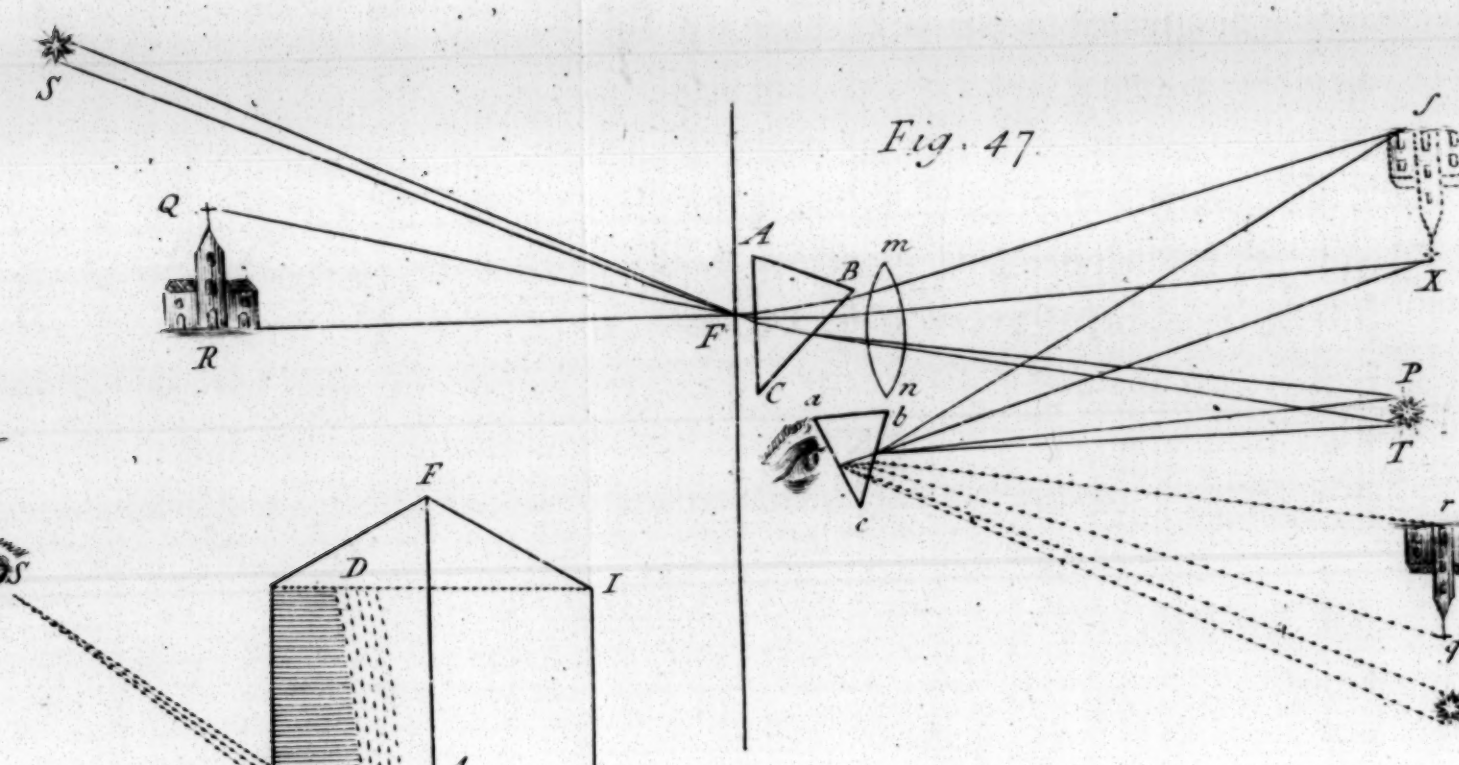


Fig. 47

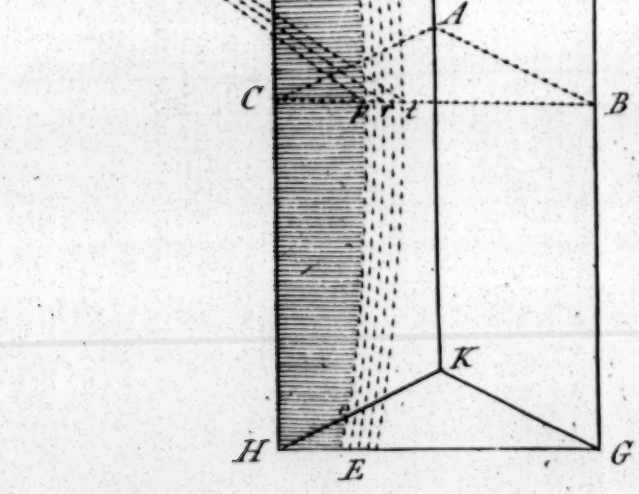


Fig. 48

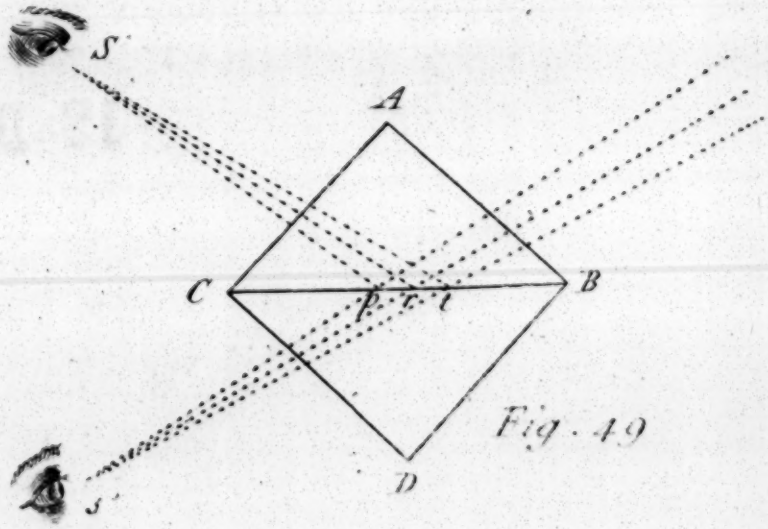


Fig. 49

De phænomenis lucis per medium refractivum parallelis planis terminatum transmiſſæ.

Transactis triangularium priſmatum phænomenis, quæ quadrangulis per parallela plana efficiuntur, jam opportunè ſubveniunt enarranda. Id quod lubentius aggredior, cum philoſophi hactenus crediderunt colores nullos hoc pacto generari, exiſtimantes poſteriorem ſuperficiem effectus omnes per contrariam refractionem radiis auferre, quos prior inducit: & hoc pro experto habere rati, quod in vitris feneſtrarum aut aliis conſimilibus nullos produci videant. At in eo decepti ſunt, quod hujuſmodi colorum quantitas & perfectio dependet à diſtantiâ parallelarum ſuperficierum. In laminis quidem vitreis propter parvum ſuperficierum intervallum colores ſunt adeo tenues & exiles, & in ſpatio tam anguſto comprehenſi, ut effugiant ſenſus: at, cum vitra magis craſſa adhibentur, aut potius vitrea vaſcula parallelepipeda aquâ limpidiſſimâ plena, colores tunc liquido generari cernuntur.

Nam concipe A B C D (fig. 50.) eſſe vitreum vel aqueum parallelepipedum aere circumcinctum, cujus ex oppoſitis & parallelis planis duo lineis A C & B D deſignentur. Et ſol illud per exiguum foramen F tranſluceat, ejuſque paralleli vel convenientes

nientes radii in anteriori ſuperficie ad H ita debent inæqualiter refringi, ut ab invicem deinde divergent, uſque dum incidant in poſteriorem ſuperficiem ad P T, & ibidem colores omnigenos depingant, perinde ut ſupra ſat fuſe explicui. Jam, cum propter paralleliſmum ſuperficierum refringentium radii tantum à poſteriori recurventur, quantum incurvantur à priori, neceſſe eſt, ut ſibi ipſis ſecundum S H incidentibus emergant paralleli, adeoque diſtantias ac poſitiones acquiſitas in infinitum ſervent, & elicitos colores eo uſque ſine aliquâ variatione promunt. Quemadmodum ſi P H e refractis ad H ſit purpuriformis, & T H rubriformis, eorum denuo refracti P *p* ac T *t* incidentibus S H, adeoque ſibimetipſis paralleli emergent, & proinde purpuram & rubedinem quam ad P ac T exhibuere, ad quamlibet diſtantiam *p t* immutatam transferent, & ſine quâvis uſpiam variatione conſervabunt, purpureo a P in *p* tranſlato, rubeo a T in *t*, cæteriſque à locis intermediis in loca correſpondentia.

Hoc equidem præciſe debet evenire, ſi modo radii ſecundum eundem S F vel parallelas lineas in hoc priſma inciderent, ſiquidem tunc emergent paralleli; at, cum inclinantur ad invicem, uti de promanantibus à diverſis partibus ſolaris diſci contingit, tunc etiam emergant inclinati, & ea propter mutationes quaſdam in ulteriori tranſlatione patientur. Ut-

Utpote circuli a ſingulis radiorum generibus effecti, ex quibus in longum diſpoſitis colorata ſolis imago in ſuperficiem B D procidens conſtituitur, propter divergentiam radiorum in foramine F decuſſantium eo dilatiores evadunt, quo radii longius poſt emergentiam fluunt; dum eorum centra, quæ radiis a centro ſolis ſecundum eandem quampiam lineam ante refractionem effluentibus illuminentur, eaſdem poſt refractionem diſtantias & poſitiones inter ſe perpetuo conſervant. Et hinc eſt, quod ſpatium *p r t* ſolari luce in tenebroſum cubiculum immiſſâ illuminatum, eo magis dilatetur, & in orbicularem formam contrahatur, quo longius poſt priſma terminatur; & viriditas in medio R, ſiqua ſit, paulatim tranſmigret in albedinem, vel ſi nulla ſit, quod propter anguſtiam priſmatis hujus aut amplitudinem foraminis lucem intromittentis albedo medietatem colorum occupet, eadem albedo ſenſim dilatetur. Sed colores tamen hinc inde non diluuntur, nec in ſpatium anguſtius contrahuntur, utut minus luminoſi propter dilatationem imaginis evadant.

Ad hæc ſi mediante parallelepipedo intueamur viſibilia, coloribus non ſecus tingantur, quam ſi priſma triangulare adhiberetur; præſertim ſi parallelepipedum ad pertranſientes radios ſat obliquetur, ut multum refringat, & objecta ſint admodum propinqua. Nam, ſi objecta longinqua ſint, ſive intervallum iſtud intercedat parallelepipedum & objecta, ſive parallelepipe-

pipedum & oculum, utcunque refractio per obliquitatem parallelepipedi fiat magna, colores tamen non generabuntur. Sit X (fig. 51.) punctum lucidum radios per parallelepipedi refringentia plana A C & B D ad oculum S emittens, & manifestum est, quod dicta S *t* N X, quæ rubriformem radium designet, & S *p* M X, quæ designet purpuriformem, hi radii ad utramque superficiem æqualiter refringentur, adeoque triangula *p* S *t*, M X N similia conficient, purpuriformi radio propter majorem refrangibilitatem hinc & inde apud *p* & M plus vergente à directo tramite quàm rubriformis : unde necesse est, ut sese alicubi intra prisma decussent, quemadmodum videre est ad O, iterum conficientes triangula *p* O *t*, M O N similia, sive trapezium S *p* O *t* simile trapezio X M O N, adeoque oculum petent, tanquam si primario fluxissent ab eodem O, & refractionem ab unicâ tantum superficie A C passi fuissent. Et hinc non tantum sequitur colores generari, sed & angulum *p* S *t* sive colorum apparentem latitudinem, aliasque circumstantias pro quâlibet oculi positione determinari posse. Quemadmodum manifestius erit, si conferas cum experimento, quo objecta in aquam alte immersa oblique inspicienti coloribus nonnihil tincta videntur propter refractionem stagnantis superficiei. Nam A C superficiem stagnantis aquæ, & O objectum aliquod immersum, quo spectator S intuetur, referre potest. Quod quidem O facile invenies ducendo rectam

S X, quæ refringentes ſuperficies ſecet in K & L, ac dividendo in O, ut ſit S K ad L X ut S O ad O X, ſive ut K O ad O L.

Quinimo ad hæc experienda pro parallelepipedo vas optime adhiberi poteſt, quod in fundo tranſfoditur, & vitri laminâ perpolitâ & horizonti parallelâ reſarcitur, ut aquam cohibere poteſt. Nam, cum aqua ad altitudinem pedis aut amplius infunditur, lux per vitri aut aquæ iſtius parallelas ſuperficies oblique trajecta colores pro more explicato producet, poſſiſque ſucceſſive collocando objecta ad X & O phænomena conferre. Id quod etiam fieri poeſt diſpondendo duo vitria priſmata triangularia ut A C E, D B F (fig. 52.) ad diſtantiam pedis aut amplius in eo ſitu, ut eorum latera correſpondentia A C ad D B & C E ad B F evadant parallela, & radii per interiores ſuperficies perpendiculariter proxime trajiciantur. Tunc enim exteriores A C & B D refringentia plana parallelepipedi referent. Et propter vitri majorem quam aquæ vim refractivam colores eliciantur magis illuſtres.

Et hæc de colorum a parallelis planis geneſi monuiſſe ſufficiat, niſi forte juvet annotare diverſitatatem effectuum, qui ab hiſce producuntur & a triangularibus priſmatibus. Ejuſmodi ſunt 1° quod colores, cum in papyrum projiciuntur, ſplendidiores evadunt per auctam papyri longinquitatem, ſi modo priſ-

ma ſit triangulare, ſin parallelepipedum, hebeſcunt. 2°. Cum objecta per priſmata triangularia tranſpiciuntur, colores itidem ſplendidiores evadunt ex objectorum auctâ longinquitate, at ſecus fit in parallelepipedis. 3°. Cum ſol tranſlucet priſma triangulare, colores oriuntur terminando lucem ex utrâvis parte priſmatis: at cum tranſlucet parallelepipedum, colores non oriuntur terminando lucem à poſteriori ejus parte. Cujus rei ratio eſt, quod heterogenei radii a triangulari priſmate divergentes fiunt, adeoque poſt emergentiam plus pluſque ſegregantur; at in paralleliſmum reſtituuntur emergentes e parallelepipedo, & non amplius ab invicem recedunt. Denique notum eſt, quod colorum, in extremam partem oculi in ſolem vel lucernam per priſma triangulare reſpicientis, quilibet aſtans videbit ordinem ei contrarium, quem videt ipſe ſpectator. At, cum parallelepipedum adhibetur, idem erit ordo colorum in utroque caſu propter decuſſationem radiorum in parallelepipedo, ubi ſpectator tranſpicit, quemadmodum inſpicienti ſchemata manifeſtum.

ET ex hâc effectuum diverſitate phænomenon componitur, quo colorum ad diverſas diſtantias diverſi fiant ordines. Utpote per vas aqueum A B C D (fig. 53.) in cujus fundo Y Z refert laminam vitream, quam in ſuperioribus horizonti parallelam eſſe ſuppoſui, jubare trajecto ſi vas ad partes ſolem verſus elevetur, ut fundum ejus magis obli-

obliquetur ad perlabentem, quam ſuperior ſtagnans ſuperficies; heterogenei radii propter majorem in egreſſu refractionem convergentes evadent, adeoque decuſſando mutabunt ſitum. Si lucem chartâ proxime egreſſam excipias, purpura cadet infra ruborem; & chartam longius differendo in loco decuſſationis, per commiſturam evaneſcent converſi in albedinem, at poſtea de novo emergent in ordine contrario, ut videre eſt ad Q, R & V.

Ad aliud experimentum jam tranſeo his quodammodo affine; quo colores non a parallelis ſuperficiebus generantur, ſed a ſuperficiebus ita inclinatis, ut interpoſitâ reflectione parallelarum rationem habeant. Sit S F (fig. 54.) linea coloribus omnigenis irradiata, quorum purpurei, dum ad F ingrediuntur priſma, refringuntur verſus H & rubei verſus G: abinde vero reflectuntur ad K & I, unde egredientes refringuntur denuo ad M & L. Dico jam, ſi priſmatis anguli A B C & C A B æquentur, emergentes radii I L & K M paralleli erunt. Nam in triangulis F G A, I G B, cum anguli A & B ex hypotheſi æquentur, ut & anguli F G A & I G B propter æqualitatem incidentiæ & reflectionis, triangula erunt ſimilia, angulique A F G, B I G æquales, atque adeo æqualis erit refractio in F & I, & inde anguli C F S, C I L æquales. Et eâdam ratione patebit angulum C K M angulo eidem C F S æqualem eſſe, adeoque radios I L & K M parallelos. Jam,

cum radii I L & K M ſecundum eandem lineam S F ſucceſſive incidentes non ſecus emergant paralleli quam in præcedentibus, ubi ſuperficies refringentes erant paralleli, eadem omnia phænomena, quæ ibi oſtenſa ſunt, huic competere certum eſt. Quemadmodum lucem ſolis coloribus tingi, ſi priſma ſatis amplum adhibeatur, ut ſpatium F G I vel F H K ſufficiat ad efficiendam ſenſibilem divergentiam radiorum antequam per iteratam refractionem in paralleliſmum reducantur, ſed ejuſmodi colores non perfectiores per longinquitatem obſtaculi, quo interciduntur, evadere. Item iſtos colores, ſi oculo poſtpoſito immediate excipiantur, eo magis manifeſtos fore, quo objectum, quod intuemur, ſit oculo propinquius, ut & eo magis, quo anguli C A B & C B A majores exiſtent; & eundem denique ordinem ſervare cum in obverſum oculum directe mittuntur, atque cum cernuntur ad parietem aliudve obſtaculum terminati. Hæc inquam evenire debent, ſi amplum priſma adhibeatur (quale ex aquâ vitro circundatâ fabricari poſſit) & anguli A & B conſtituantur æquales. At in anguſtis priſmatibus diſtantia radiorum I L & K M minor eſt quam ut colorum ſenſibilis poſſit eſſe latitudo, & cum anguli A & B ſunt inæquales, perinde eſt, ac ſi refringentes ſuperficies in præcedentibus non ſunt parallelæ, & ſimiles ſunt effectus.

QUOD

Tab

S

A

Tab. IX.

Fig. 50.

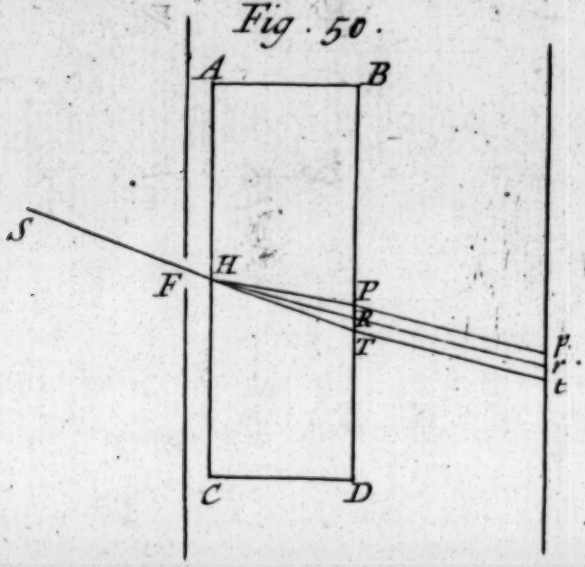
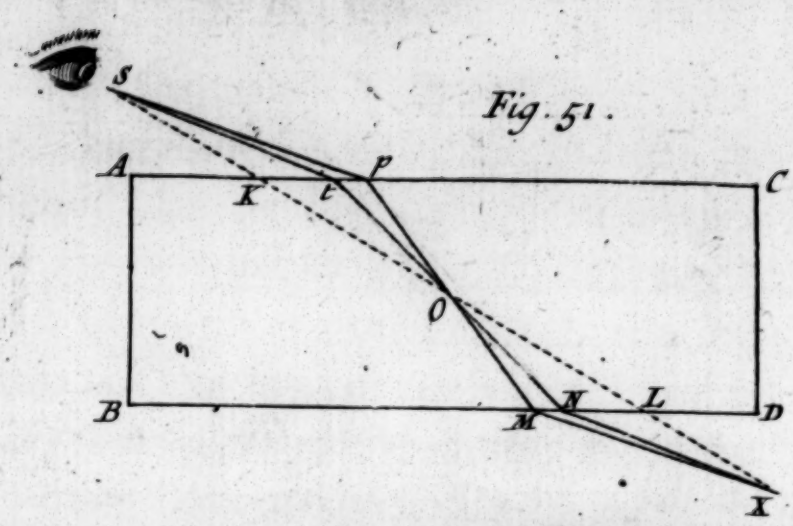


Fig. 51.



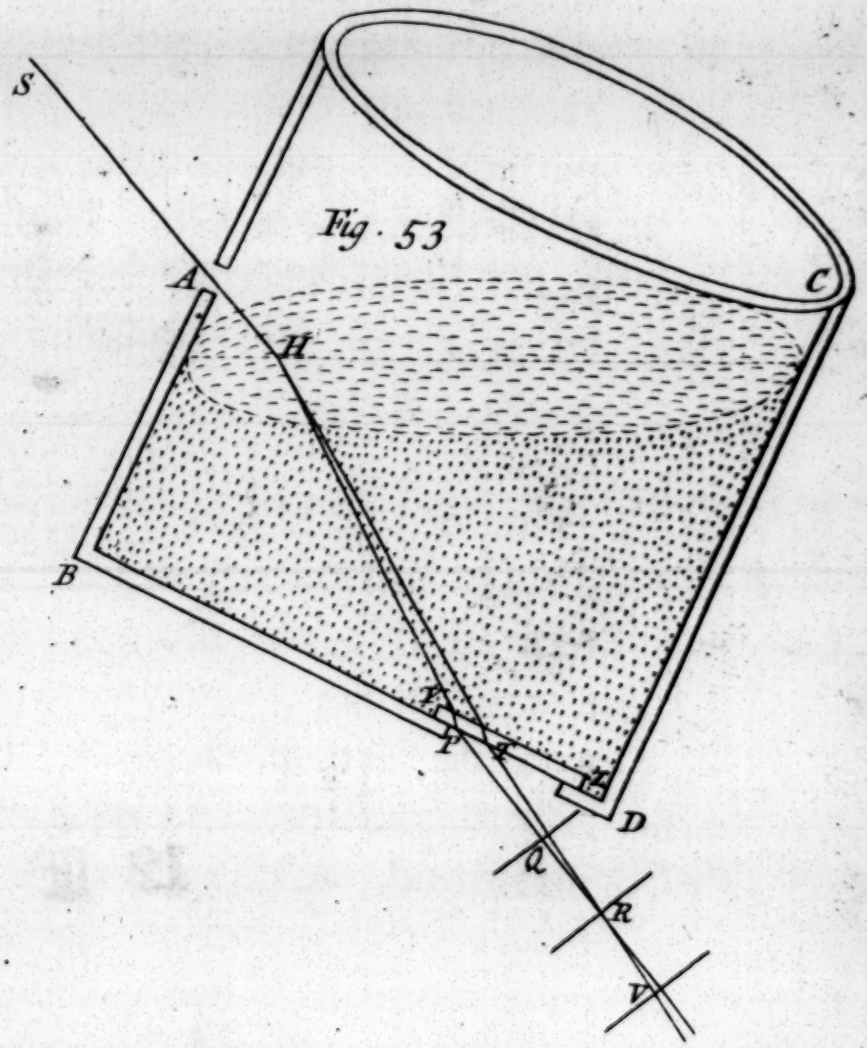
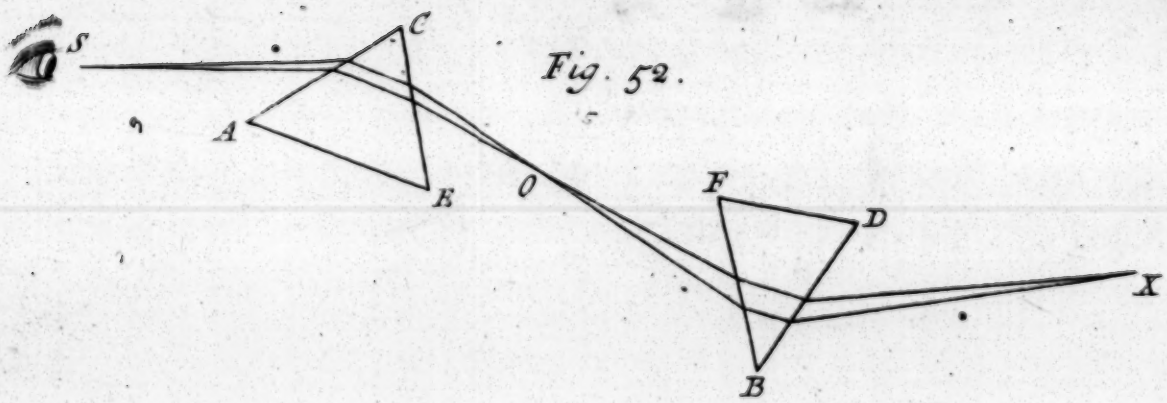


Fig. 53

Fig. 54.

Fig. 52.



Quod de coloribus dicitur, cum unica tantum reflectio refractionibus intervenit, facile applicatur ad alios casus, ubi plures interveniunt; sed placet aliquod præterea de refractionibus exponere, quibus generantur effectus, quos solæ refractiones exhibere possunt. Sit S F (fig. 55.) ut prius linea diversis coloribus successive irradiata, qui versus *p*, *t* aliaque intermedia loca pro gradibus refrangibilitatis à prismatis latere B C reflectantur ad M, N, ubi iterum impingentes in latus A C refringuntur denuo ad P T, & colores ad P T perinde apparebunt, atque ad π η appareant, si modo radii F *p*, F *t*, &c. per duplum prisma A B C, sive per prisma, cujus angulus verticalis A C *b* sit duplo major hujus angulo verticali A C B, rectà fluxissent ad *m n*, & perinde versus π η refringerentur. Nam pares sunt omnes utrobique anguli, sive à plano B C per A C versus P T resiliant radii, sive longius per B C pergant ad π η, utpote angulus C *t* N (= B *t* F) = C *t n*, & inde C N *t* = C *n t*, adeoque C N T = C *n* η. Atque idem in aliis radiis intellige. Cum autem præcipuæ colorum ad π η circumstantiæ in superioribus tradantur, cramben jam reponerem, si quid amplius de persimilibus phænomenis ad P T instituerem dicere.

De phænomenis lucis per media sphærice terminata transmissæ, deque iride.

Hactenus colores refractionibus planarum superficierum generatos contemplati sumus; jam de sphæ-

ſphæricis ſuperficiebus agendum eſt, & imprimis de lentibus ſeu figuris a duabus diverſarum ſphærarum portionibus comprehenſis. Ejuſmodi autem lens eſto M N (fig. 56.) per quam lux ſolaris juxta F *f* nec non undique terminata tranſmittitur. Sitque H K focus, ad quam poſtea convergat. Et, cum radii ſimiliter incidentes non omnes ſimiliter refringantur, concipe, quod radiorum ſecundum O F incidentium purpuriformes refringantur ad K, rubriformes ad H, & viridiformes ad punctum intermedium *r*. Et pari ratione de radiis ſecundum O *f* incidentibus concipe, quod purpuriformes tendunt ad H, rubriformes ad K, ac viridiformes ad *r*. Atque idem de radiis undique terminatis (juxta lentis peripheriam) concipe. Et patebit primò, ſi radii a papyro D L prius terminentur, quam ad focum H K conveniant, quod color rubeus in confinio lucis & umbræ deberet undique conſpici. Utpote ſi lineæ F H, F *r* & F K ipſam D L in punctis T, R & P ſecent; F H quidem in puncto T, F *r* in puncto R, & F K in puncto P: poſito ſimiliter quod *f* H, *f r* & *f* K eandem D L in punctis π, ϱ ac *ſ* reſpective ſecent, & productis etiam F H & *f* K donec ſibi in *t* occurrant; ut & F K & *f* H donec occurrant in *p*, conſtabit punctum *t* longius diſtare a lente quam punctum *p*, quandoquidem cadit ultra focum H K, *p* verò citra. Et proinde puncta P & π interjacent punctis T & *ſ*. Conſtabit etiam purpuriformes radios per totum ſpatium P π ſolum-

ſolummodo diſpergi, propterea quod per integrum ſpatium F *f* in lentem parallele incidentes verſus locum *p* refringantur, & ſic radii viridiformes ſpatium R ϱ occupabunt, ubi & rubiformes ſpatium T *τ*, extra quod nulli omnino ex radiis parallele incidentibus (niſi contingenter & nulla certâ lege propter bullulas quaſdam aliaque vitia in vitro latentia refracti) poſſint divaricari. Quare ſpatium, P π a radiis omnium colorum illuminatum, debet albeſcere. At cum purpuriformes deſint à ſpatiis R & ϱ, cæterorum miſtura debet exhibere flavum. Atque ita, cum ſoli rubiformes extendantur ad T & *τ*, in locis T ac *τ* rubor apparebit, & ſpatium illuminatum P π (quod orbiculare concipe) duobus colorum circulis rubeo flavoque tingetur. Hæc equidem eveniunt, cum charta D L inter lentem & punctum *p* collocatur. Et colores tanto perfectiores evadunt, quo charta ſit puncto *p* propinquior. Et, cum ſtatuitur ad ipſum *p*, albor è medio penitus evaneſcere deberet, ſi modo radii a diverſis partibus ſolaris diſci ad lentem manantes inciderent paralleli. Quod ſi charta paulo longius amoveatur, uti ad *r*, ubi viridiformes radii concurrunt, adverſi colores ubique ad illam diſtantiam miſcebuntur, & ſe invicem ita delebunt, ut vix alius quam albor apparebit. Si charta deinceps adhuc longius tranferretur, puta ad *d l*, invertetur radiorum ordo, & puncta *τ* ac T interjacebit punctis P & π, adeoque ſpatium T *τ* ab omnibus coloribus illuminabitur, & proinde albeſ-

albeſcęt, & in ſpatiis circa R & ϱ, ad quæ rubor non extenditur, cæruleus componetur, & violaceus apparebit in extremitate ſummâ P & π. Qui quidem colores non tantum manifeſtiores ſunt, quam rubor & flavus per interpoſitionem chartæ inter lentem & focum ut prius emergentes; ſed perpetuo manifeſtiores evadunt, quo charta adhuc longius amovetur.

LATITUDO ſpatii ſic tincti coloribus ex præmonſtratis petenda eſt, vel etiam ſic facile determinari poteſt. Cum differentia refractionis radiorum, in refrangibilitate maxime diſcrepantium & ſimiliter incidentium, ſit quaſi ſeptuageſima pars totius refractionis, ut ex oſtenſis patet. Et, cum angulus H F K deſignet differentiam refractionis, angulusque F *r f* ſummam refractionum utrinque ad F & *f* factarum, hoc eſt, duplum refractionis juxta alterutrum F & *f*: angulus H F K erit quaſi ſeptuageſima pars ſemiſſis anguli F *r f*, five $\frac{1}{140}$ pars totius F *r f*, & proinde ſubtenſa H K quaſi $\frac{1}{140}$ pars latitudinis F *f*, per quam luci patet aditus, aut eâ fortaſſe paulo major. Denique, cum ſit F *r*. F R :: H K. T *p* vel *l* π, dabitur intervallum T P vel *l* π, quod quærebatur. Si quis autem cupit, ut hæc exactius determinantur, computatio non eſt adeo difficilis, quin ut ipſe adhibito calamo perficiat. Quod ad lentes utrinque concavas attinet, e jam oſtenſis facile

cile conſtabit eas lucem trajectam in ejus extremitate cum cæruleo tingere. Quæ vero de lentibus utrinque convexis vel concavis dicuntur, de convexo-concavis æquipollentibus ſunt etiam intelligenda.

Sunt & alia phænomena, quæ de lentibus explicare poſſem ; ſed cum oculi pars anterior (humor nempe cryſtallinus ac tunica cornea) ſpeciem lentis radios ad retinam congregantis referat, de ipſâ maluiſſem nonnulla dicere. Eorum tamen, quæ de lente jam explicui, nolo aliquid enixe repetere, cum ad oculum facile applicentur, utut expertu ſatis difficilia ſint, propterea quod ægre poſſimus efficere, ut oculi pars anterior & poſterior ad invicem ita accedant, aut ab invicem recedant, ſicut de lente & papyro lucem terminante deſcripſi. Quapropter radii ut plurimum eo modo in retinam procidunt, quo poſui terminatos eſſe in papyrum $\delta\lambda$, atque adeo propter miſturam diſſimilium, quæ ab oppoſitis partibus pupillæ adveniunt, colores mutuo delebuntur, & convertentur in album aut in illum quemlibet colorem, quocum objectum tingitur, ſiquidem ille tunc cæteris debet prævalere.

Cæterum ex hiſce detegitur modus, quo omnia, quæ nudis oculis intueamur, poſſint ita tingi coloribus, ac ſi priſma interponeretur, licet multo minus manifeſta. Idque ſi radii per alteram partem pupillæ

tranſituri ab interpoſitione digiti vel cujuſlibet obſtaculi prope oculum intercipiantur, dum radii ingreſſuri alteram partem libere tranſire permittantur. Hujuſce vero rei duos caſus non pigebit explicare; alterum, cum radios intercipimus ad partes verſus objectum lucidius, poſito nempe quod objecta duo, album & nigrum, juxta poſita intueamur, & alterum, cum radios intercipimus ad partes verſus nigrius. Sit (fig. 57) ergo L B objectum lucidum & B D obſcurum, quorum terminus communis ſit B, à quo radii in oculum *d l* juxta oppoſitas partes pupillæ F *f* promanantes ſint B F & B *f*, radii autem ſecundum lineam B F in oculum pergentes pro gradu refrangibilitatis refringantur verſus H, *r* & K. E contra vero, qui pergunt in lineâ B *f*, refringentur verſus K, *r* & H, cæteraque gradatim intermedia loca, prout de lente modo explicui. Ponamus jam, quod *e g* ſit obſtaculum, quo omnes radii prope *f* lapſuri intercipiuntur, prætermiſſis B *g* & ejuſmodi aliis per F ſolummodo tendentibus, & conſtabit primo, quod ex radiis a diverſis partibus objecti L B manantibus, qui veniunt a partibus verſus L in retinam incidunt propius ad *l*, quam qui veniunt a partibus verſus B, ſiquidem in pupillâ decuſſant. Et ſic B D deberet radios verſus H *r* emittere. Sed cum illud B D propter nigredinem nullos pene radios in oculum jaculetur, retina *l d* non ultra verſus *d* illuminabitur, quam ad H. Quinimo non ad H uſque illuminabitur, niſi a radiis rubriformibus; viridi-

viridiformes enim terminabuntur in *r* & purpuriformes in K, ſpatio *l* K à purpuriformibus, *l r* à viridiformibus, & *l* H à rubriformibus illuminato. Quamobrem ſpatium *l* K propter omnium miſturam albeſcet ad inſtar objecti B L; ſed in exiguo ſpatio H K, quod termino B reſpondet, colores generabuntur, rubeus quidem ad H propter ſolos rubriformes radios illuc tendentes, & flavus ad *r* propter miſturam viriditatis, flavedinis ac rubedinis. Jam, cum omnia videantur pro more imaginum in oculum receptarum, conſtat objectum L B juxta extremitatem ejus B non diſtincte cerni, ſed coloribus rubeo & flavo tingi.

Ad eundem modum ſi transferatur obſtaculum *e g*, & cæteris ſtantibus objecto interponatur & oculo ſecundum adverſas partes pupillæ, prout videre eſt ad E G, eo ut radii juxta F intercipiantur, radiique B *f* in oculum præter B G ingrediantur. Conſtabit è contra, quod ex radiis a toto B L proſilientibus purpuriformes occupabunt ſpatium H *l*, viridiformes ſpatium *r l*, & rubriformes ſpatium *k l*. Quare ſpatio K *l* ut prius albeſcente, color violaceus jam debet apparere in H, & cæruleus in *r*, & eapropter objecti L B extremitas B jam aliis tingitur coloribus violaceo & cæruleo.

Et ad eundem modum ſi duo quælibet objecta vel ejuſdem objecti diverſæ partes juxta poſitæ

gradu lucis differant: Etſi alterum non ſit omnino nigrum, tamen colores apparebunt, in eorum communi termino rubeus quidem & flavus cum obſtaculum ad partes verſus objectum obſcurius, violaceus autem & cæruleus cum ad partes verſus objectum lucidius interponitur. Et ut paucis rationem denuo comprehendam, neceſſe eſt, ut radii ex unaquâvis parte pupillæ colores producant, cum radii ex adverſâ parte ſiſtuntur, a quorum omnium miſturâ oritur temperamentum albedinis. An iſthæc vero phænomena vulgo obſervantur, haud ſcio. Sane non ſunt inventu nec expertu tam difficilia, nec ab iis, quæ Carteſius ſub fine capitis undecimi de Meteoris edocuit, tam aliena, quin cuiquam potuiſſent occurrere; niſi forte quod colores illi propter tenuitatem vix ſint ſenſibiles. Experimentum itaque fiat per objecta longinqua, quorum alterum ſit nigerrimum & alterum ſatis candidum ad feriendum ſenſum, ſed non tantâ luce reſplendens, ut ſenſum obtundat vel pupillam conſtringat. Nam hujuſmodi effectus ſunt eo magis manifeſti, quo pupilla ſit latior, & majori aperturâ radiis ingredientibus pateat.

SUNT & alii inſigniores effectus, irides nempe vel colores, quales D. Carteſius circa candelam quondam obſervabat, & in Meteoris explicuit. Et, cum illæ ſolent apparere, quando oculi figura aliquâvi extrinſecus allatâ vitiatur; neceſſe eſt, ut a cur-

curvaturâ aliquâ vel plicâ in tunicis ejus de novo formatâ oriantur. Cryſtallino autem vis non imprimitur, niſi mediantibus humoribus, quibus undique cingitur; &, cum fluida facillime cedent preſſuris, humores illi vim quamlibet illatam ita per totam molem diffundent, ut cryſtallinum vix poſſunt inæqualiter premere, neque ideo figuram ejus vitiare. Id enim experti ſunt, qui aquis alte ſubmerguntur; nam, ſi tota aquarum moles incumbat illis, preſſuram haud ſentiunt, quæ tamen foret maxime ſenſibilis, ſi corporum ſubmerſorum partes ita premerentur inæqualiter, ut figuras eorum violare conarentur. Reſtat ergo, ut ejuſmodi coronarum ſive iridum generatio vitioſis configurationibus tunicæ corneæ illatis tribuatur, idque eo magis quod radii maximam refractionem in exteriori ejus ſuperficie patiantur, & proinde per leviora ejus vitia à recto tramite detorqueri poſſint. Utut non pernegem, quin iis, qui laborant oculis, rugæ aliquæ (propter humorum defectum aut exceſſum) in cryſtallini ſuperficiebus non minus quam in tunicâ corneâ poſſint efformari. Nec non aliæ etiam colorum cauſæ poſſunt evenire; ſed, cum earum infinita ſit varietas, & illæ ſint eminentiores, quæ a vitioſis tunicæ corneæ figuris petuntur, non gravabor earum aliquod ſpecimen exhibere, unde cæterarum cauſæ facile patebunt.

Notis-

NOTISSIMUM eſt, quod mollium partes non ſolum preſſioni cedunt, in quaſvis immediate imprimitur, ſed & aliæ etiam partes remotæ, prout vim partium immediate preſſarum ſuſtinent. Et ipſe nonnunquam obſervavi in laminis convexo-concavis & ex materiâ mediocriter rigidâ confectis (quales ex coriis bubulcis in morem ſegmenti ſuperficiei ſphæricæ contundendo formari poſſunt) quod, cum in meditullio ſeu vertice premuntur, non ſolum ibi cedunt tactui, ſed & undique ad inſtar vallis, annularem collem depreſſæ vertici circunductum comprehendentis, intus flectuntur, idque citius & magis manifeſto, ſi ſint paulo rigidiores juxta verticem quam prope peripheriam. V. G. Sit *k n u* (fig. 58.) lamina ſphærice convexo-concava, quæ circulari ejus extremitati tanquam baſi incumbens, mole aliquâ planâ & ad baſem ejus parallelâ A B prematur, & manifeſtum erit, quod hæc lamina maxime cedet preſſioni in vertice *n*, ubi ab incumbente mole primo contingitur. Sed in aliis etiam locis, ut in λ & *l*, poſſit etiam intus recedere, dum in locis intermediis, ut *m* & μ, partes aſſurgunt. Atque hâc ratione configurationem acquiret haud diſſimilem aquæ undulanti, puteolo *n* referente centrum undarum, & ripâ *m*, μ referente undarum primam valle λ, *l* circundatam. Et ad eundem modum poſſibile eſt, ut tres vel plures valles premendo deſcendant, quorum culmina internata ſint pluribus undis

undis ſe invicem ſubſequentibus conſimilia. Et hujuſmodi configurationes ceſſante preſſione poſſunt aliquandiu conſervari, gradatim tamen evaneſcentes. Nam, ut primum preſſio ceſſat, cavitas in *n* ceſſabit forte, & partes ibi in convexitatem aſſurgent, & gradatim fient plus pluſque convexæ, donec redeat figura, quam ante preſſionem habuere; & ſic cæterarum partium figuræ ad priſtinum ſtatum gradatim redibunt. Jam, cum tunica cornea ad modum præfatum convexo-concava ſit, & mediocriter rigida, & circa medietatem ejus paulo craſſior, & proinde rigidior quam juxta peripheriam, & ſiquando figura ejus ab externâ preſſione vitietur, probabile ſit illam preſſionem circa meditullium ejus maximâ ex parte contingere; itaque poteſt aliquando forſan accidere, quod, cum premitur, non ſolum in apice cedat preſſioni, ſed quod in pluribus etiam circulis apici concentricis parum aſcendat & alternis vicibus deſcendat. Et hujuſmodi rugæ concentricæ poſſunt etiam ex defectu humorum, quo tunicæ flacceſcunt, nec non ex aliis forte cauſis accidere, & quantumvis exiguæ ſint, poſſunt tamen radios ad alias atque alias partes retinæ refringere, & ſic efficere, ut alii atque alii colorum circuli appareant. Sed ut videamus, quo pacto ex hujuſmodi rugis colores generari debent, ponamus radios e longinquo manantes ſive parallelos in ſuperficiem *k n* (fig. 59.) ita, ut dictum eſt, intortam, & in eâ refractos ſiſti deinde ab aliâ opacâ ſuperficie E F. Et, cum hujus ſuperficiei

ficiei partes depreſſiores radios ad puncta remotiora congregent quam partes aſcendentes ſive magis acclives, ponamus, quod radii circa meditullium ejus *m n μ*, ubi maxime deprimitur, congregantur ad G, quod a partibus *l* & λ maximâ acclivitate ſurgentibus congregantur ad I, & ſic quod a partibus *k* & *ν*, ubi rurſus deprimitur, congregantur ad H, & quod ab intermediis partibus congregantur ad intermedia puncta. Ductis ergo *m* G & *μ* G, *l* I & λ I, *k* H, & *ν* H, occurrentibus ſuperficiei ſeu obſtaculo E F in punctis *r* & *ϱ*; *ϖ* & *ρ*, R & P, nec non axe G H I occurrente eidem E F in puncto *o*, ut & refringenti ſuperficiei *k ν* in puncto *n*, & poſito quod iſta E F interjaceat punctis H & I, manifeſtum erit perpendenti refractiones hujus *k ν* in ſingulis ejus punctis a centro *n* ſucceſſive ad extremitates *k* vel *ν*, quod radii prout longius ab *n* verſus *m* per refringentem ſuperficiem trajiciuntur, incidant in obſtaculum E F longius ab *o* verſus *r* aduſque certum terminum, puta dum ad radium *m r* deventum ſit: deinde quod facto regreſſu incidant propius ad *o*, & poſtea ad alteras ejus partes pergant, donec iterum elongatio maxima velut in *ρ*, cum deventum eſt ad radium *μ ρ*, tum donec revertuntur radiorum occurſus idque continuo, prout ad *l* verſus *k* procedit refractio, donec tertio terminentur quemadmodum in R, occurſu radii *k* R. Ad eundem modum lux inter *n* & *ν* refracta terminabitur in punctis *ρ*, *ϖ*, & P. Atque etiam, ſi plures eſſent

eſſent rugæ, plures forent lucis terminationes. Cæterum de luce per ſpatium *r ϱ* diffuſâ, cum cauſa, quod extra vagatur punctum *o* uſque ad terminos *r* & *ϱ*, ſit ejus parva refractio prope *m* & *μ*, ſequitur, quod radii minus refrangibiles, hoc eſt rubriformes, debent magis extravagari, & proinde terminus lucis *r* vel *ϱ* debet rubedine tingi, & ſic de luce per ſpatium *ϖ p* diffuſâ, cum cauſa, quod extravagatur punctum *o* uſque ad terminos *p* & *ϖ*, ſit ejus nimia refractio prope *l* & λ, ſequitur, quod radii magis refrangibiles, hoc eſt purpureum & cæruleum pingentes, debent longius deviare, & colores eorum in exteriori parte termini *p* & *π* depingere, unde in interiori ejuſdem termini parte rubriformes radii ad ſuos etiam colores depingendos debent prævalere. Et ſimili ratione radii circa *k* & *ϰ* refracti, ſi ſint rubriformes, tendent ad exteriorem partem termini R & P, & ad interiorem, ſi ſint cæruliformes. Et ſic tres habebuntur irides, R P extra rubea & intra cærulea, *p ϖ* extra cærulea & intra rubea, *r ϱ* extra rubea, quæ etiam debet eſſe intra cærulea, niſi forte, quod color ille a rubeo propter parvitatem refractionis in *μ* & *m*, haud ſatis cernitur, ut fiat ſenſibilis, & propterea quod multum obſcuratur a copiâ lucis undique per *r o ϱ* locum imaginis lucidæ, quam cingunt irides ſparſæ. Harum vero iridum formæ & relationes inter ſe poſſunt variis modis mutari, idque non tantum e variis formis, quas ſuperficies *k ϰ* poſſit induere, ſed etiam e variis diſtantiis inter hanc *k ϰ* &

obſtaculum E F. Ut, ſi ſtatuantur paulo magis diſtantes, quam deſignavi, circuli R P & ϖ ρ poſſunt coincidere, & mutuos colores delere, coeuntes in albicantem circulum. Sin magis adhuc diſtent, iris ϖ ρ cadet extra iridem R P. Quod ſi E F ſtatuatur ad locum I, hæc iris ρ ϖ evaneſcet, & poteſt etiam coincidere cum iride ρ, ſi E F paulo ultra vel citra locum I ſtatuatur. Jam vero horum omnium ad oculum facilis eſt applicatio, poſito quod obſtaculum E F fundum ejus referat, & κ ν tunicam corneam ab externâ vi aut interno aliquo vitio perperam curvatam. Quinetiam ex his non modo generalis cauſa harum iridum declaratur, ſed pro quibuſlibet ejuſmodi particularibus apparentiis cauſæ etiam particulares aſſignari poſſe videntur. Quemadmodum, ſi cui fax appareat unicâ tantum iride cincta, cujus pars exterior rubet, interior vero vel alba vel forte nonnihil cærulea appareat; exinde concludi poſſe videtur, quod cornea circa medietatem ejus ſit paulo depreſſior, quam ſolet eſſe ſine aliquâ rugâ, qualem ad λ λ deſcripſi. Efficit enim illa depreſſio, ut radii ab eodem puncto objecti venientes ad puncta longe poſt retinam conveniunt, & qui proinde in retinâ ſpatium aliquod (quaſi eſt ρ ο ρ) occupabunt, cujus peripheria (ut modo oſtendi) rubeo colore ad exteriorem ejus partem tingetur, & albo vel dilute cæruleo ad interiorem. Et quo major hujuſmodi iris appareat, eo magis ad interiorem ejus partem debet cæruleo tingi. Poteſt etiam hujuſmodi

iris





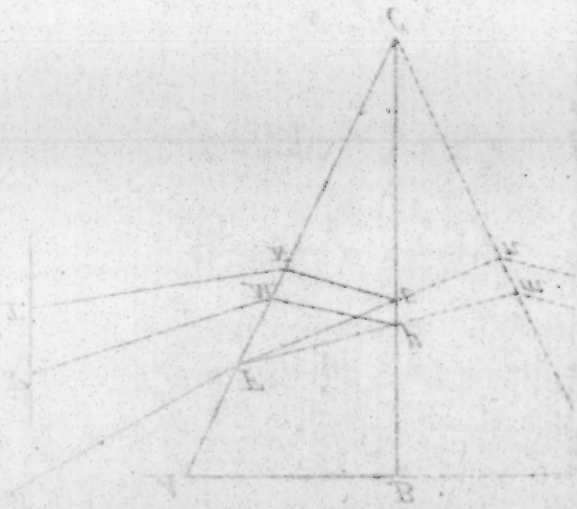


Fig. 22.

Tab. X.

Fig. 55.

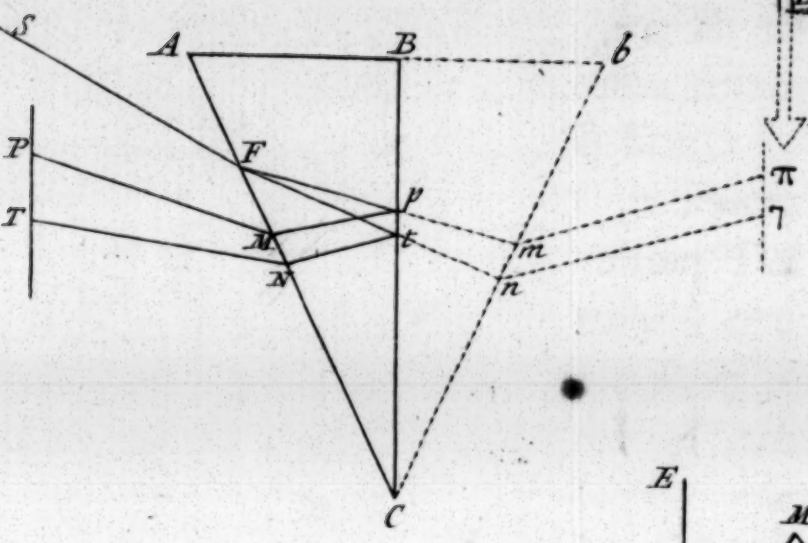


Fig. 57.

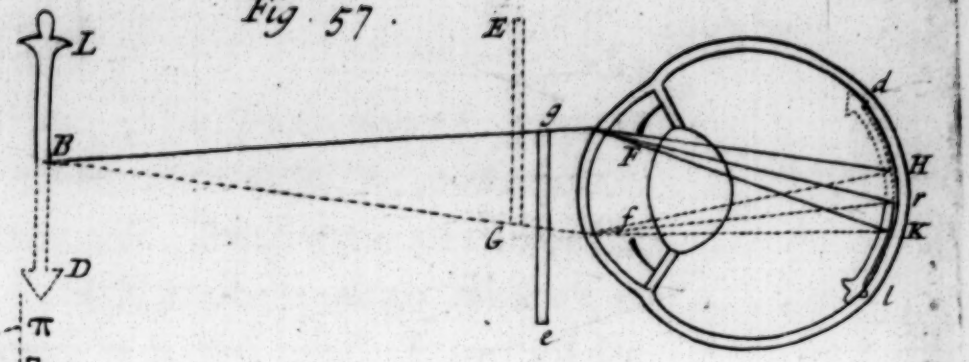
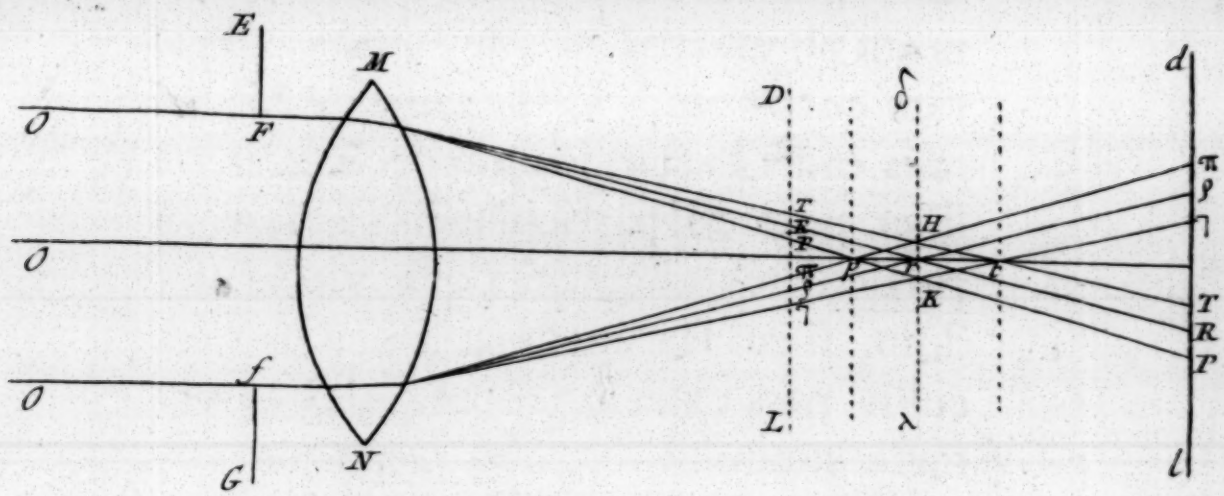


Fig. 56.



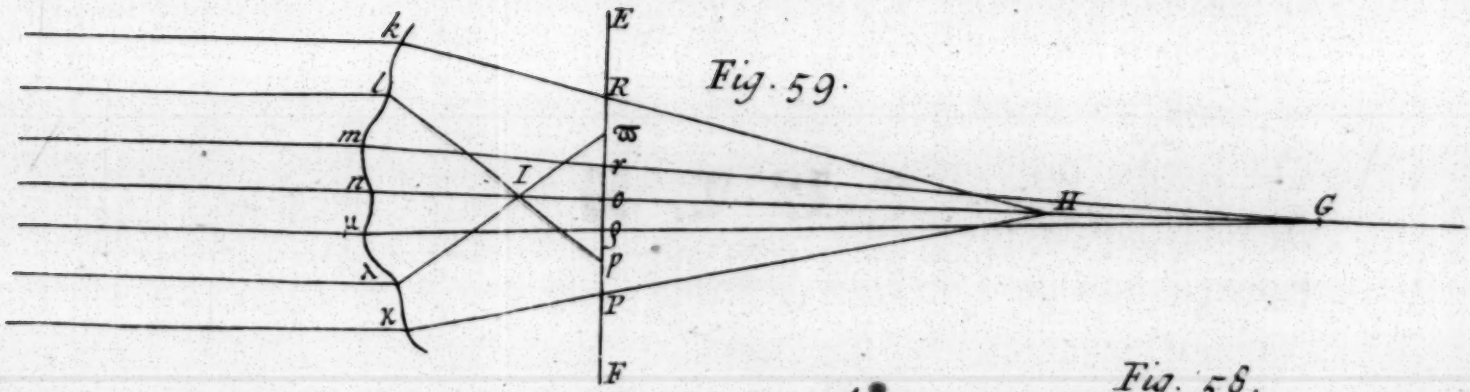
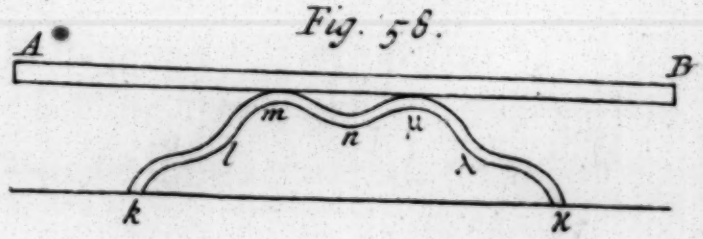


Fig. 59.

Fig. 58.



iris propter annularem rugam accidere, modo tunicæ corneæ figura in meditullio non ſimul vitietur.

Quod ſi duæ irides appareant, illud ex utrâque cauſâ conjunctâ petendum eſt, corneâ nempe tum in medio tum juxta peripheriam pupillæ depreſſâ. In cujus rei illuſtrationem adhibeamus caſum, quem Carteſius de ipſo in Meteoris Cap. 9. ad hunc modum deſcribit. Cum noctu, inquit, navigarem, & totâ illâ veſperâ caput cubito inniſus, manu oculum dextrum clauſiſſem, altero interim verſus cœlum reſpiciens, candela ubi eram allata eſt, & tunc aperto utroque oculo, duos circulos flammam coronantes aſpexi, colore tam acri & florido, quàm unquam in arcu cœleſti me vidiſſe memini. A B (fig. 60.) eſt maximus, qui ruber erat in A, & cæruleus in B: C D minimus, qui etiam ruber in C, ſed albus verſus D, ubi ad flammam uſque extendebatur. Oculo dextro poſtea iterum clauſo, notavi has coronas evaneſcere; & contra illo operto & ſiniſtro clauſo permanere. Unde certo cognovi illas non aliunde oriri quam ex novâ conformatione vel qualitate, quam dexter oculus acquiſiverat, dum ipſum ita clauſum tenueram, & propter quam non modo maxima pars radiorum, quos ex flammâ admittebat, ipſius imaginem in O, ubi congregabantur, pingebant: ſed etiam nonnulli ex iis ita detorquebantur, ut per totum ſpatium *r ρ* ſpargerentur, ubi pingebant coronam

C D, & nonnulli alii per totum ſpatium R P, ubi coronam A B etiam pingebant. Cum itaque Carteſius hæc viderit, poſtquam per totam veſperam cubito innixus erat, rugæ, quales explicui, potuerunt imprimi, unde neceſſe erat ejuſmodi coronas apparere, & quod tres coronæ non apparebant, illâ ſcilicet non apparente cujus partem exteriorem cæruleam eſſe deſcripſi, & partem interiorem rubeam, id ex eo venire debuit, quod radii *l* & λ refracti, ex quibus hanc coronam generari deberet, haud citius quam ad retinam convergebant, aut potius non tam cito. Etenim probabile videtur, quod tunicæ corneæ pars aliqua ab externâ preſſione poſſit fieri ſolito convexior, & niſi hoc eveniat, radii illi non poſſunt citius quam ad retinam convenire. Illa vero tertia corona non poteſt apparere, niſi citius (ut ad I) conveniant. Si longe ultra convergant, coronam tunc quidem deberent efficere, ſed cujus pars exterior rubeſceret, & tunc tres coronæ in exteriore eorum parte rubeæ conſpicerentur. Sed in hiſce videar nimius, præſertim cum tanta cauſarum varietas non ſolum a tunicâ corneâ, ſed humore cryſtallino, & aliunde etiam peti poſſunt, ut haud ſit difficile plures aſſignare, quæ eoſdem quoſlibet effectus diverſis temporibus producant. Neſcio tamen, an operæ pretium ſit annotare cauſam radiorum à lucidis corporibus hinc inde ad inſtar trabium in longum protenſarum, cum oculis pæne clauſis aſpicimus. Nempe humiditas, quæ inter cilia & tunicam corneam

am verſatur, ſecundum extremitates ciliorum parum aſſurgit. Sicut aqua vaſi impoſita altius aſſurgit, ubi a vaſe terminatur, quam alibi; quo pacto fit, ut aliqui radii ab hac humiditate prius refringantur, quam attingant tunicam corneam, & ſurſum detorqueantur in confinio ſuperioris cilii, ac deorſum in confinio inferioris.

Superest jam mirum illud cæleſtis arcus ſpectaculum, ad cujus explicationem * Carteſius viam ſtravit. Huic enim debetur, quod in guttis aquæ pluvialis deci-

* Neutonus poſtea intellexit alios ante Carteſium hujus phænomeni cauſam inveniſſe, ut verba ejus ſequentia teſtantur.

Hodie convenit inter omnes, arcum iſtum refractione luminis ſolaris in guttulis pluviæ cadentis effici. Intellexerunt hoc etiam antiquorum nonnulli: inter recentiores autem plenius id invenit uberiuſque explicavit celeberrimus Antonius de Dominis archiepiſcopus Spalatenſis, in libro ſuo de radiis viſûs & lucis, quem ante annos amplius viginti ſcriptum, in lucem tandem edidit amicus ſuus Bartolus, Venetiis anno 1611. In eo enim libro oſtendit vir celeberrimus, quemadmodum arcus interior, binis refractionibus radiorum ſolis, ſinguliſque reflexionibus inter binas iſtas refractiones intervenientibus, in rotundis pluviæ guttis effingatur; exterior autem arcus, binis refractionibus, biniſque itidem reflexionibus interjectis, in ſimilibus aquæ guttis efficiatur. Suamque is explicandi rationem experimentis comprobavit, in phialâ aquæ plenâ, & globis vitreis aquæ plenis, in ſole collocatis; quo duorum arcuum iſtorum colores, in illis ſe exhiberent contemplandos. Porro eandem explicandi rationem perſecutus eſt Carteſius in Meteoris ſuis; eamque, quæ eſt de arcu exteriori, inſuper emendavit. *Newt. Opt. Lib.* I. *Part* II. *Prop.* ix.

decidentibus efformari cognoſcimus. Quemadmodum ex eo conſtat, quod nunquam videtur niſi cœlo pluente, quod ſole pluviam decidentem illuſtrante in vicis nonnunquam apparuit quaſi non in cœlo collocatus, ſed in aere vicino, ſuper oppoſitarum domuum parietibus affixus vel potius interjectus, quod aqua per artificium aliquod ſparſim ejaculata iridem oſtendit, & quod gramen rore matutino quaſi guttulis minutiſſimis conſperſum colores etiam iridis exhibet. Huic etiam debetur ingenioſiſſima de refractionibus guttæ & earum limitibus inventio, ſed cauſam phyſicam minus feliciter aggreſſus eſt. Hanc itaque ut intelligatis, concipite radium A N (fig. 61.) in globum N F G ad N incidere & inde verſus F refringi, ubi rurſus vel refringetur verſus V vel forte reflectitur ad G. Et ſi poſterius eveniat, tunc iterum in G vel refringitur ad R, vel reflectitur ad H, & ſic deinceps; ita ut radiis globum ingredientibus aliqui, ut N F V, ſtatim egredientur, nullam reflexionem paſſi, alii, ut F G R, poſt unam reflectionem, & alii, ut G H S, poſt duas, aliique poſt tres vel etiam plures. Jam vero, cum guttæ pluviales reſpectu diſtantiæ ab oculo ſpectatoris, ſint admodum exiguæ, ut phyſice pro punctis haberi poſſint, non opus eſt, ut earum magnitudines omnino conſideremus, ſed angulos tantum, quos incidentes cum emergentibus radiis comprehendunt: nam, ubi anguli illi ſunt maximi vel minimi, emergentes radii ſunt ſolito confertio-

res;

res; &, quia diverſis radiorum generibus diverſi competunt anguli maximi vel minimi, ſinguli ad diverſas plagas confertiſſime tendentia in iiſdem prævalebunt ad colores proprios exhibendos. Anguli itaque maximi vel minimi, quos ſingulorum generum emergentes radii cum incidentibus poſſunt conſtituere, determinandi ſunt, ut horum phænomenωn rationes recte percipiamus.

Scilicet in Coroll. 1 & 2, Prop. 35, oſtenſum eſt emergentem radium G R ad incidentem A N minime inclinari, cum ſit 3 R R. I I — R R :: C N q. N D q. Et I. 2 R :: N D. N E, poſito nempe I ad R ut ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis; & ex hinc inventis N D & N E, dabitur poſitione G R.

Sit exempli gratiâ pro radiis maxime refrangibilibus ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis, ſive I ad R, ut 185 ad 138, prout in aquâ pluviali proxime comperi, & erit 57132. 15181 :: (3 R R. I I — R R :) C N q. N D q, adeoque D N $= \sqrt{\frac{15181}{57132}} \times$ C N $= \frac{5155}{10000}$ C N. Unde per tabulam ſinuum datur arcus N L 62 grad. 4 min. Præterea, cum ſit I. 2 R :: N D. N E :: 185. 276 :: $\frac{5155}{10000}$ C N. N E; erit N E $= \frac{7691}{10000}$ C N. Et inde etiam per tabulam ſinuum datur arcus N F

100 grad. 32 min. Subduc jam duplum arcus N F ex aggregato arcus N L & 180 grad. ſive ſemicirculi, & reſtabit 41 grad. 0 min. pro inclinatione radii R G ad radium A N, ſive pro angulo A X R; productis nempe A N & N G donec in X conveniant. Et hic angulus eſt, ſub quo intimus ſive cæruleus limbus iridis hujus apparere debet, ſive minima ejus ſemidiameter.

AD eundem modum pro radiis minime refrangibilibus, poſito ſinu incidentiæ ad ſinum refractionis ut 182 ad 138, uti dimenſus ſum, invenietur $ND = \frac{5028}{10000} CN$, & $NE = \frac{7533}{10000} CN$; indeque per tabulam ſinuum arcus N L erit 60 grad. 22 min. & arcus N F 98 grad. 38 min. Adeoque angulus A X R 43 grad. 6 min. ſub quo extimus ſive rubeus hujus iridis limbus apparebit. Itaque maxima ejus ſemidiameter eſt 43 grad. 6. min. A quâ ſi auferatur minima ſemidiameter 41 grad. 0 min. emergit iridis craſſities 2 grad. 0 min. circiter, vel potius 2. grad 37 min. additâ diametro ſolis 37 min. Sed cum colores in extremitatibus ad utrumque limbum debiliores ſint quam quo propter nubium conterminarum ſplendorem videri poſſunt, ſenſibilis ejus craſſities duos gradus vix excedet.

Haud ſecus determinantur exterioris iridis dimenſiones. Nam oſtenſum eſt in Corol. 1 & 2, Prop. 36, emergentem radium H S ad incidentem A N maxime inclinari, cum ſit 8 R R. I I — R R :: N C q. N D q. Et I. 3 R :: N D. N E. Quamobrem pro radiorum maxime refrangibilium ſinibus I & R ſubſtitutis numeris 185 & 138 ut ſupra, obtinebuntur N D = $\frac{3157}{10000}$ C N, & N E = $\frac{7064}{10000}$ C N, & inde per tabulam ſinuum arcus N L, 36 grad. 48 min. & arcus N F, 89 grad. 53. min. Atque adeo angulus A Y S = 52 grad. 51 min. qui erit maxima ſemidiameter iridis hujus. Et ſimiliter pro radiorum minime refrangibilium ſinibus I & R ſubſtituendo numeros ſupra poſitos 183, 138, emergent N D = $\frac{3079}{10000}$ C N, & N E = $\frac{6965}{10000}$ C N. Unde per tabulam ſinuum eliciuntur arcus N L, 35 grad. 52 min. & arcus N F, 88 grad. 18 min. Adeoque angulus A Y S erit 49 grad. 2 min. iridis nempe minima ſemidiameter. Quamobrem ſi a maximâ ſemidiametro 52 grad. 51 min. auferatur minima 49 grad. 2 min. & reſiduo addatur diameter ſolis 31 min. emerget hujus iridis craſſities 4 grad. 20 min. Sed propter majorem hujus quam interioris iridis obſcuritatem, colores vix ultra craſſitiem trium graduum vel trium & ſemiſſis, videri poſſe conjicio.

JAM vero, ut harum iridum rationes conſpectui diſtincte exhibeam, ſunto E, F & G guttæ per aerem utcunque ſparſæ; S E, S F, S G radii ſolares parallele incidentes in guttas; E M, E N & E O radii diverſi refrangibiles è guttâ E poſt unam reflectionem emergentes; atque F N, F O, F P, & G O, G P, G Q conſimiles radii emergentes e guttis F ac G; nempe E O, F P, G Q maxime refrangibiles, & E M, F N, G O minime refrangibiles, &c. Jam ſi ſpectantis oculus ad O conſiſtat, ex hypotheſi manifeſtum eſt, quod e radiis, quos gutta E poſt unam reflexionem emittit, ſoli maxime refrangibiles, ſeu cæruliformes, quales E O, impingant in oculum, reliquis ut in E N & E M propter minorem refractionem præterlabentibus. Et proinde cæruleus color ad E conſpicietur. E radiis autem, quos gutta G poſt unam reflectionem emittit, maxime refrangibiles, quales G Q, præteribunt oculum, propterea quod radio E O paralleli ſunt, & alterius generis radii, puta minime refrangibiles ſeu rubriformes, quales G O, in eum impingent; unde rubor apparebit in G; & ſimili diſcurſu gutta F in medio inter E ac G poſita radios mediocriter refrangibiles, ut F O, in oculum immittet, reliquis ut F N, F P utrinque præterlabentibus: indeque viriditas cernetur ad F. Eadem eſt ratio guttarum omnium ad eaſdem cum his guttis apparentes diſtantias, ab axe O R, qui per ſolem & oculum tranſit, poſitarum;



Tab. XI.

Page 293

Fig. 60.

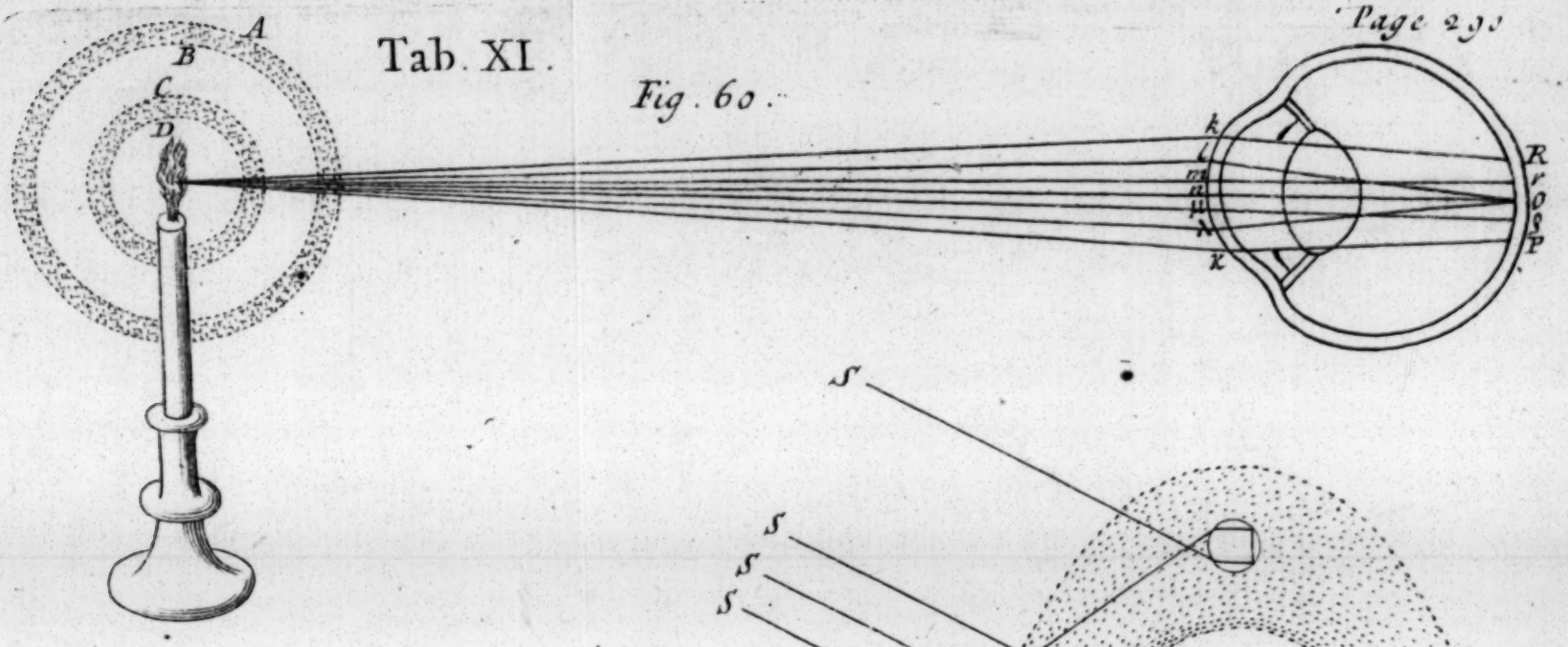


Fig. 62.

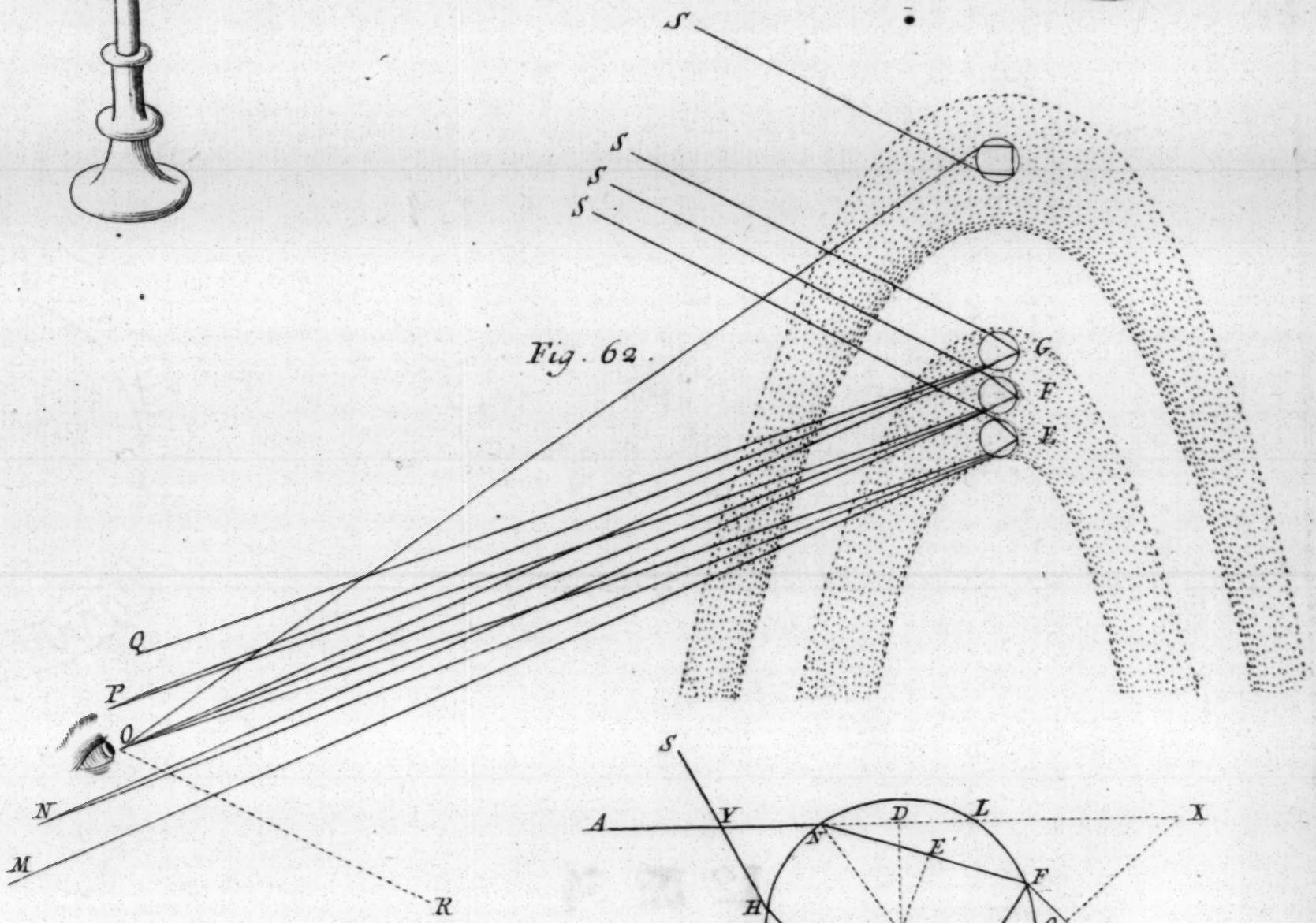
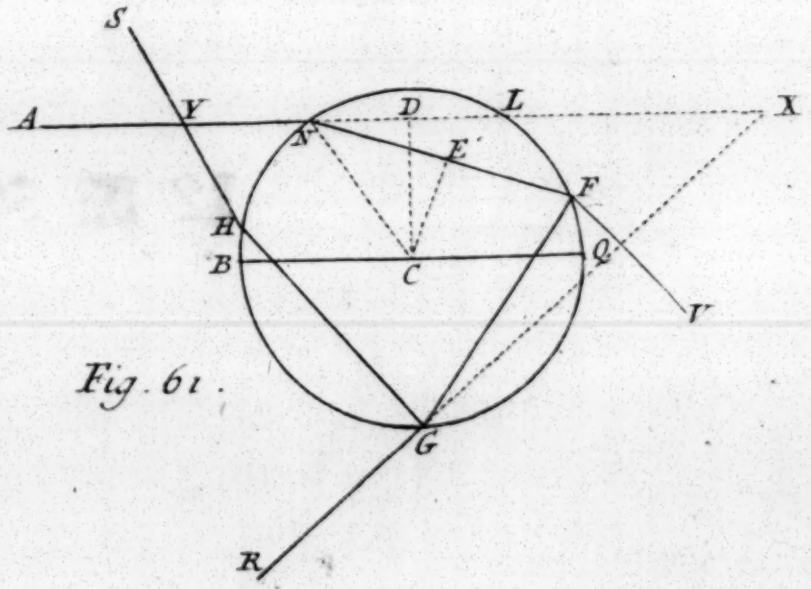


Fig. 61.



rum; & proinde ad distantias illas colores undique apparebunt, hoc est, arcus variegatus, cujus interior limbus cæruleo, exterior rubro & mediæ partes mediis coloribus tingantur, existente angulo O G Q sive G O E, hoc est, latitudine arcus, duorum circiter graduum, juxta ea, quæ jam ante ostendi; estque similis discursus de arcu exteriori, nisi quod ordo colorum propter contrariam radiorum inflexionem contrarius evadat. Guttæ autem, quæ extra hos arcus ex unâ parte sitæ sunt, radios omnino nullos post unam vel duas reflexiones, duasque refractiones, in oculum immittent; ex alterâ autem parte omnigenos permistos, eosque ferè insensibiles, & proinde nulla hujusmodi phænomena exhibere possunt, sed cœlum in illis locis colore solito apparebit.

Præter phænomena colorum, de quibus egimus, sunt adhuc alia haud pauca (præsertim circa colores pertenuium lamellarum pellucidarum, quales sunt bullarum aquosi orbes, & aer inter vitra duo compressus, multarumque rerum cuticulæ pertenues) quorum causa & mensura absque ratiociniis mathematicis vix possunt accurate determinari: sed in hisce videor nimius fuisse, & proinde jam ad partes matheseos magis abstractas me convertere decrevi.

12 DE 54

FINIS.

ADDENDA & CORRIGENDA.

PAG. 1. lin. 9. locum aliis reliquiſſe. p. 6. l. 4, 5. pro ubi videbis imaginem. leg. quos radios oppoſito pariete, vel papyro aliquâ ad diſtantiam a priſmate ſatis magnam objectâ terminatos videbis in figuram P Y T Z. p. 8. l. 10, 9. a fine dele eſt itaque angulus P F T æqualis diametro ſolari. p. 9. l. 9. pro porrectâ. l. P erectâ. p. 11. l. 4. l. A C, erit. p. 16. l. 8. a fine pro illic l. illi. p. 18. l. 14. l. continuo. p. 20. l. 3. l. eodem; l. 2. a fine pro ſolis l. maculæ; l. ult. l. fig. 7. p. 24. l. 13. pro foci l. foraminis. p. 28. l. 2. dele com. poſt prius. p. 29. l. 9. l. nullâ certâ. p. 30. l. 8. l. cum ea; l. 13. l. recurvabitur. p. 31. l. 11. l. trajiciatur; l. 6. a fine l. diſtractione; l. 4. l. diſtractionem. p. 32. l. 4. a fine l. affinia. p. 39. l. 6. l. quantitatem lucis. p. 41. l. 8. pro F l. T. p. 42. l. 6, 5. a fine l. refringat. p. 43. l. 13. a fine l. interjiciatur. p. 46. l. 4. l. oſtenditur § 10. p. 49. l. 7. pro S l. *r*; l. 9, &c. a fine l. Porro eſt I ad R ut ſinus anguli K L I ſive O N *j* ad ſinum anguli M L R ſive L M G. Et multiplicando rationem antecedentem per *j* fiat I x *j* ad R x *j* ut ſinus anguli O N *j* ad ſinum ipſius L M G. p. 50. l. 9. l. 80; l. 15. l. acies ejus. p. 51. l. 14. l. D E ſuper. p. 52. l. 6. pro and l. &. p. 56. l. ult. l. latitudinem $2\frac{1}{8}$. p. 60. l. ult. l. applicando terminos rationis ad P. p. 61. l. 10. l. in aerem: ſinus incidentiæ communis ad ſinus refractionum ex aere in vitrum erit ut; l. 12, 13. l. radiis maxime refrangibilibus ſinus incidentiæ ad ſinum refractionis ut 106 ad 68, & pro minime refrangibilibus ut 106 ad 69. p. 63. l. 8. l. ſi aliud quodvis. p. 64. l. 10. l. falſum; l. 12. pro De ejuſdem calculo inſtituendo. l. De proportione quarundam linearum, quæ computo per hoc theorema inſtituendo inſerviat. p. 68. l. 5, 6. l. refringi; mediocriter refrangibiles verſus *r*, maxime. p. 69. l. 6. l. F *c* q . X C q : : *f d* q — F *d* q (ſive per lem. I. *f c* q — F *c* q) X *r* q — X D q (ſive C *p* q) & augendo per terminos æqualis rationis, F *c* q . X C q : : *f c* q . C *p* q + X C q (X *p* q), . p. 71. l. 3 d. com. poſt A B. p. 72. l. 1, 2. l. refrangibilibus ſinus iſti ſunt ut *f* P ad X P; & pro minime refrangibilibus ut *f* T ad X T, &c. p. 76. l. 10. a fine pro fit. l. ſit; l. 3. l. prodientem. p 77. l. 4. l. prodientem. p. 78. l. 4. a fine l. pupillæ. p. 80. l. 6. pone com. poſt æſtimatio. p. 81. l. 9, 10. pro quorum ſunt incidentes ſibi ipſis viciniſſimi; iſti ſolummodo poſſunt ad focum vel. l. ſoli poſſunt ad; l. 2. a fine l. radiationum. p. 83. l. 2. l. (25. 1. elem.). p. 86. l. 9. l. P K; l. 13. l. quovis F T. p. 87. l. 3. l. prop. 1; l. 3. a fine l. recte itaque determinavi. p. 89. l. 8. a fine l. diameter R E ſit ad A R ut F R q ad A F q.

Nam

Nam ſuper diametro R E deſcripto circulo iſto R C E. p. 92. l. 13. l. 45 & 49; l. 6. a fine l. ad Fα (§ 47); l. 5. l. Fe ſinus iſti. p. 93. l. 8. l. $\frac{Fc}{fc}$. Q. E. D.; l. 13. l. hâc demonſtratione. p. 94. l. 5, 4 a fine l. quæ biſecat B D inſiſtans ei normaliter l. ult. l. intervallo A D. p. 95. l. 12. l. quarum; l. pen. l. inſcriptæ. p. 97. l. 14. a fine l. numeris; l 12. l. conſimiles numeri. p. 99. l. 5, 6. l. arcubus aut angulis; l. 11. l. refringuntur. p. 100. l. 7. a fine l. B L > G L. p. 102. l. 7. l. P X T; l. 7. a fine l. I X T; l. ult. l. fit. p. 105. l. 1. l. demittantur. p. 107. l. 5. l. circuli. p. 108. l. 11. l. diſtinctos. p. 109. l. 7. l. fit; l. pen. l. conſtituens. p. 110. l. 6. l. occurens &; l. 11. l. R &r; l. 19. l. R Mr & K R X. p. 111. l. 1. l. utcunque I X; l. 2 d. incidentia; l. 10. a fine pro eſt l. ſit; l. 7. pro N R l. $\frac{NR}{XR}$; ibid in denominatore fractionis l. $XRq \times XK \times \sqrt{XRq - XDq.}$ p. 112. l. 7 l. ſuper diametro. p. 114. l. 5. d. & 45; l. 7. l. e denſiori (§ 45); p. 115. l. 10. a fine l. Et inde Xf; l. 5. l. magnitudinis, ſed. p. 116. l. 7. l. K T X. Verum eſt ang. $k t$ X > ang. K T X, ut dictum fuit; l. 10. l. ang. p F t > angulo P F T; l. 6. a fine l. illas. p. 118. l. 3. l. in innumeris aliis fere planis ſuperficiebus; l. 8. l. priores. p. 119. l. 7, 6. a fine l. intermedium radium effecti; l. 5. l. B Ib. p. 120. l. 6. l. + G D — G B; l. 10. a fine l. R & S, & I P Q L. p. 121. l. 2. l. anguli C S R. p. 122. l. 2. l. differentia refractionis eorum; l. 5. l. A D I; l. 13. pro ſic l. ſit; l. 6. a fine l. lem. 7. p. 123. l. pen. l. ubi incidentia eſt mediocris. p. 124. l. 12. l. in aliis. p. 125. l. 3, 4. l. alteris. p. 127. l. 9. a fine l. & erit C I . B H :: C K . B N, ac B H . C R :: B N . Cg, & ex æquo C I . C R :: C K . Cg. Hoc eſt C K.; l. 6. l. adeoque C K ad A N; l. 5, 4. l. æquipollentes; dele Not. cui præfigitur *; p. 128. l. 8. a fine l. $\frac{1}{R}$ A B; l. 7. l. viſim; l. 4. & antep. l. & compoſite $\frac{1}{R}$ A B + B Z . B Z :: A Z . C Z. p. 129. l. 4, 5. l. Erige ad A Z normalem B H cujuſvis longitudinis. p. 131. l. 2. l. x —. p. 133. l. 1. pro i. e. l. ac; l. 6. l. $\frac{R^3 x^2}{2 I^3 a} + \frac{R^5 x^3}{2 I^4 a^2}$ &c. l. pen. l. K F, emerget. p. 134. l. 4. l. axique; l. 7. pro ducatur l. demittatur; l. 11. l. erit $y y$. $v v$:: K F. kF. Adeoque kF = $\frac{h v v}{y y}$, quo a K F ſubducto reſtat. p. 135. l. ult. l. apertam. p. 136. l. 6, 7. l. quia radii $n k$ & $m k$ ſecant externos radios in ipſiſſimis punctis P & Q. p. 139. l. 4. a fine pro viſibilis l. ſenſibilis. p. 141. l. 7. a fine pro I l. S. p. 142. l. 10. l. B R in ratione ſinuum incidentiæ & refractionis. Et

centris

centris A & Z ac intervallis A G & Z R deſcribuntur circuli ; l. 6. a fine l. uſum in Geometriâ deſcripſit ; l. pen l. vel G N. p. 144. l. 12. advertendum eſt ; l. 15. l. emergentibus radiis. p. 147. l. 7. a fine pro *fg*. l. *f* G. p. 148. l. 3. l. 25 R R — I I . I I — R R : : . p. 149. l. 1. d. C. p. 151. l. 11. l. eſſe parallelos axi, & erit G H = N M = 2 dig. adeoque V X error nempe lateralis heterogeneorum ab invicem. p 155. l. antep. l. omnium *p t* ; l. ult l. axe ipſius P T. p. 158. l. 9, 8. a fine l. coincidentes. Purpurâ M & rubore T ſic juxta ; l. 6. l. eorum. p. 159. l. ult. l. intercedat. p. 161. l. 12. l. ita conſtructis & diſpoſitis ; l. 9, 8, 7, 6 a fine l. ut rubeum colorem projiciat in G, ſi ponatur, quod ille ab altero priſmate *a b c* refringatur ad T, tum poſitione priſmatis A B C paululum mutatâ, inclinando circa axem donec purpura cadat in G, videbis, quod ille color. p. 163. l. 4. l. I K vel G H ; l. 7. l. iſtud ita ; l. 8. l. locus *t* ; l. 10. l. ut violaceum ; l. 11, 12. l. priſma L M N ſecundum eandem lineam P T D reflectat, & notetur locus *p* ad quem iſti etiam radii a dicto priſmate L M N. p. 164. l. antep. l. ſummæ colorum extremitates. p. 167. l. 2. l. in ſegregatis ; l. 8, 7 a fine l. cæruleo : coccineus, minius & fortaſſe citrius in rubro, & ſic de aliis. Quæ quidem miſtura ſemper. p. 169. l. antep. l. ſed cum. p. 170. l. 8. a fine l. partes maximc. p. 171. l. 4, 5. l. coccineus ſive purpureus, minius, citrius, luteus ſive heliocryſeus, ſubflava viriditas, gramineus, thalaſſinus, cyaneus, indicus & ejuſmodi violaceus. p. 172. l. 2. l. nam colores, qui non ſunt ex primitivis (quales non ; l. 13. l. eo quo. p. 173. l. 5. juxta P conſpecto, rubeo vero & flavo juxta T, & albo juxta R cæteros ; l. antep. l. diſtantiam ſtatuo, ut colores. p. 174. l. 8, 9. l. figatur aliud priſma. p. 177. l. 6. a fine l. ſex digitos ; l. antep. l. colores externi juxta. p. 179. l. 10. a fine l. trajiciatur per intermedium ; l. 4. l. miſcerentur. Id quod. p. 180. l. 5. l. exſcindantur ; l. 3. a fine l. alba portiuncula. p. 185. l. 1. l. omnis generis. p. 187. l. 10. a fine l. M N convexam ſume. p. 188. l. 10. l. quod ſitus ; l. 4. a fine l. quos. p. 189. l. 13. l. & explorare qui. p. 194. l. 6, 5 a fine l. refractionibus abſimiles ad. p. 192. l. 5, 6. l. ſuperficie quâdam *y* Y *y* ad lentem proximâ ; l. 7, 6 a fine l. literas *l l* paulo vicinius ad I. Et pari modo purpuriformes incident in eundem locum *l l*, dum tendunt a P Q. p. 193. l. 14, 15. l. verſus I ſitam rubens erit extimus a T uſque ad *l*, ubi commiſcetur purpuræ : Quæ quidem mixtura dat pallidum. p. 194. l. 14. a fine l. qui fiunt ex rubeo & purpureo mixti ; l. 12, 11. l. lentem ad P interpoſiti ; l. antep. l. & inſuper experientis. p. 196. l. 5. l. vicinis, in aliis ut *x* ipſi X vicinis quam proxime convenient. Et ſic omnes omnino colores ; l. 13, 15, ult. pro *x* l. X. p. 197. l. 6. a fine l. At hæc. p. 198.

198. l. 1. l. in dictam. p. 199. l. 5. l. versus *p t*, &; l. 10. l. radii divergentes perinde; l. 13, 14. l. inclinati sed inter se paralleli; l. 16. l. nam lineâ *p t*. p. 200. l. 2. l. duplo latioris, quam; l. ult. l. imo cum eidem. p. 202. l. 16. l. tantâ debilitati. p. 203. l. 8, 9. l. tam paucis tingere: colores itaque; l. pen. l. angulus A B C; hoc est, quæcunque sit refractio superficiei A C; modo angulus A B C ponatur ejusdem magnitudinis atque. p. 204. l. 5. l. & partim; l. 7. l. refringantur; l. 9. l. iidem tamen effectus. p. 205. l. antep. l. totamque. p. 206. l. 11. l. pertingent. Et cum rubor ad *y* transmittitur, illi radii fortius adhuc perrumpent, ut ex. p. 207. l. 11. l. A *a* B *b* C; l. 13. l. C B *b*. p. 208. l. 2. l. multam. p. 209. l. 4. l. rubor; l. 7, 6 a fine l. reliquos colores a ϖ ad ϕ; l. 5. l. plus plusque; l. antep. l. *e* ϕ non aliunde rubescere, quam quod. p. 210. l. 12. l. quo violaceus; l. 14. d. sed hoc; l. 18. l. intermista, partim transmitti possint, dum alia; l. 21. l. earum. p. 212. l. 7. l. immediata; l. 16. l. nec ullo. p. 214. l. 11. l. hinc & inde. p. 216. l. 11, 12. d. coloribus; l. 7. a fine l. cœruleum corpus. p. 217. l. 5. pro DEINDE l. DENIQUE; l. ult. l. alias. p. 218. l. 5. colores maxime; l. 6. l. inde quod; l. 9. l. M. Boylei de coloribus conscripto. Scilicet; l. 10. l. phritici; l. 19. l. obversas. p. 219. l. ult. l. craſſities, ubi incipit rubescere, ac D G craſſities, ubi fit. p. 220. l. 3. l. unius tantum; l. 5. l F I; l. 12. l. ex illis. p. 221. l. 14. l. obscuratum. p. 222. l. 9. a fine pro fabricatam l compositam; l. antep. l. constitutionis facile. p. 223. l. 11. a fine l. sistas; l. antep. l. communicantur. p. 224. l. 12. l. alterum dimidium purpuram. p. 225. l. 11. a fine l. prismati A B C; l. pen. l. sejunctim. p. 229. l. 1. l. N T incidentes non magis deflectantur versus M quam ad T, liquet, quod in dicto spatio N T fiet. p. 230. l. 4. l. transeant; l. 14. pro si l. sin; l. 5. a fine l. viriditas inter colores; l. 4. antep. l. quam ad. p. 232. l. 2. l. rubriformes. p. 233. l. 7. l. semilunulis. p. 234. l. 6. l. istud; l. 8. a fine l. alio more. p. 235. l. 6. a fine l. instituto meo. p. 236. l. antep. l. ac si. p. 237. l. antep. l. In quo. p. 238. l. 9. a fine l. H L *p t*, ita. p. 239. l. 4. l. reflexione; l. ult. l. $10\frac{5}{8}$. p. 240. l. 12, 13. l. viridis ac rubeus ex alterâ imaginem bipartiebantur; adeo ut viridis & cærulei. p. 241. l. 8. a fine l. denominavi. p. 243. l. 14. l. & pleniſſima. p. 244. l 1. l. natas; l. 5. a fine l. bisecando; l. ult. l. citrium. p. 245. l. 11. l. quin ut fateri. p. 246. l. 1. l. $202\frac{1}{2}$. p. 247. l. 6. l. sunt ut 90 ad 91. p. 248. l. 4. l. reflexorum phænomena; l. 5. l. prismata; l. 7. l. adjiciam. Et, cum doctrinam in quinque; l. 11. a fine l. radii recta ad; l. 8. l. veniant, objectum; l. ult. l. D E, vel a loco *y* venientes, qui incidunt in planum E F, & sic. p. 249. l. 11. a fine l. appareret; l.

antep.

antep. l. obtineret. p. 251. l. 7. l. objectum; l. 11. l. in mediâ. p. 252. l. 13, 12 a fine l. proſtare viſi ſunt, id quod ex imperfectione & miſturâ in; l. 4. l. cæruleam; l. 3. l. rubeam. p. 253. l. 2. l. & *k n*; l. 12. l. eapropter; l. 13. l. illuminaretur. Quo facto papyrus pallidi cujuſdam coloris apparuit. Tum cæteris. p. 254. l. 10. l. eſt ad P τ; l. 16. l. colores ad locum P *p* adæquate coincidant; l. 17. l. alterius A cadente; l. ult. l. M a *n* & N a *m*. p. 255. l. 2. l. chartacei. p. 256. l. 11 a fine l. *q r, s*; l. 4. l. priſmata. p. 257. l. 9, 10. vel texturæ aliarum rerum naturalium præ; l. 5. a fine l. confinio fimbria qualis; l. 4. l. parte baſis ad. p. 258. l. 5. l. metimur. p. 259. l. 5. l. reflexionis; l. 12. l. 40 $\frac{1}{4}$ gr; l. 15. l. major etiam oculi. p. 260. l. 2. l. oculo S radios a C B lamellâ aeris interjectâ reflexos intercipienti omnia apparebunt ut ante, at oculo *s* trajectos excipienti omnia cernentur; l. 11. a fine pro etiam l. iſtam; l. 7. l. ad oculum *s*; l. antep. l. præſtat, ut ſuperficies. p. 261. l. ult. l. F oblique tranſluceat. p. 262. l. 8. l. ipſis ex aere; l. 13. l. purpuriformis radius & H T. p. 263. l. 15, 16. l. ſit, ſed propter. p. 264. l. 6. l. quod ducta; l. pen. l. quod ſpectator. p. 265. l. 13. l. vitrea. p. 266. l. ult. l. allevetur. p. 267. l. 1. l. perlabentem lucem; l. 8. l. ac poſtea; l. 11. l. parallelis quidem. p. 269. l. 4. l. reflexionibus; l. 12. l. apparerent; l. 13. l. A B C (i. e. per priſma; l. 14. l. verticali A C B); l. 15. l. & inde. p. 270. l. 16. l. ad locum; l. antep. l. ultra locum. p. 271. l. 8. l. divaricare. p. 272. l. 5. a fine l. T P vel ϛ π, dabitur. p. 273. l. 7. a fine l. in album, ſi objectum, quod intuemur, ſit album, aut in; l. ult. l. manifeſto. p. 275. l. 4. l. omnium radiorum; l. 6. a fine l. K *l*. Quare. p. 276. l. 4. a fine pro colores l. coronæ; l. ult. l. illatâ. p. 277. l. 9. pro ſi l. etſi. p. 278. l. 2. pro quaſvis l. quas vis. p. 279. l. 3. l. aliquamdiu. p. 280. l. 5. l. & quod; l. 7. a fine l. fiat elongatio maxima velut in *p*; l. 6. l. radium *l p*, tum denuo revertuntur; l. 5. l. prout ab *l*. p. 283. l. 7. l. in hujus; l. 8. l. de ſeipſo. p. 284. l. 9. l. in *l* & λ; l. 12. pro Etenim l. Non enim; l. 19. l. exteriori. p. 287. l. 2. l. ſingula.

12 DE 54